516.076
B112T

BÙI NGỌC ANH

700 BÀI TOÁN
LUYỆN THI ĐẠI HỌC MÔN
HÌNH HỌC

DVL.013263

TỤ L RẮC NGHIỆM

CÓ LỜI GIẢI

THANHNGHIA BOOKSTORE
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH

516.076
B112T

BÙI NGỌC ANH

700
BÀI TOÁN LUYỆN THI ĐẠI HỌC
TỰ LUẬN & TRẮC NGHIỆM
CÓ LỜI GIẢI
HÌNH HỌC

PXL

THƯ VIỆN TỈNH BÌNH THUẬN
ĐVL 13263 13

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HCM

LỜI MỞ ĐẦU

Ngành Giáo dục – Đào tạo đã và đang tiến hành cải cách giáo dục, trong đó, quan trọng nhất là cải cách chương trình học, cải cách phương pháp dạy và học, cải cách các hình thức thi cử, tuyển sinh, đào tạo.

Trong các bộ sách giáo khoa, các tác giả biên soạn sách đã đưa vào các bài tập trắc nghiệm, nhưng lượng bài chưa nhiều, chưa đủ để có được một ngân hàng đề trắc nghiệm.

Các bài kiểm tra từ 15 phút, 1 tiết, các bài thi cuối mỗi học kì ở các trường đã đưa vào các bài tập trắc nghiệm khách quan và các bài tập tự luận.

Đó chính là những bước chuẩn bị cho việc thay thế hình thức thi tự luận bằng thi trắc nghiệm khách quan. Hầu hết các nước phát triển hoặc đang phát triển trên thế giới đều đã bỏ hẳn thi tự luận: hình thức này quả thật là quá lạc hậu, tốn kém và phát sinh nhiều tiêu cực.

Bộ sách này được biên soạn rất công phu, tỉ mĩ, kĩ lưỡng, cung cấp cho độc giả cả hai khả năng: giải toán bằng tự luận và trắc nghiệm, gồm ba cuốn.

- 700 bài tập tự luận và trắc nghiệm Giải tích
- 700 bài tập tự luận và trắc nghiệm Hình học
- 700 bài tập tự luận và trắc nghiệm Đại số + Lượng giác

2100 bài tập phong phú, đa dạng của bộ sách này bám sát nội dung chương trình Toán trung học phổ thông: cho dù sách giáo khoa có thể biên soạn lại, nhưng nội dung của bộ sách vẫn đáp ứng đúng yêu cầu của môn Toán.

Hy vọng nội dung đầy đủ của bộ sách sẽ giúp các em học sinh củng cố vững kiến thức Toán và đạt kết quả tốt trong bất cứ kỳ thi nào.

Tháng 5/ 2012

Tác giả

A. TÓM TẮT CÁC VẤN ĐỀ GIÁO KHOA CẦN NẮM

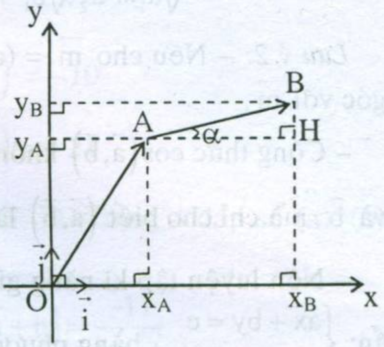
Trên hình vẽ, $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vectơ đơn vị của hai trục $\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}$.

$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = 1,\ \vec{i}\,.\,\vec{j} = 0$

$\overrightarrow{OA} = (x_A; y_A) \Leftrightarrow A(x_A; y_A)$...

- Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ với $A(x_A;\ y_A)$, $B(x_B; y_B)$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A;\ y_B - y_A)$$



- Các phép toán về vectơ:

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$, $\vec{O} = (0; 0)$

Thì: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \end{cases}$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1;\ a_2 + b_2)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1;\ a_2 - b_2)$$

$$k\,.\,\vec{a} = (ka_1;\ ka_2)$$

$$\vec{a}\,.\,\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 = \left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$$

$$\vec{a}^2 = \left|\vec{a}^2\right| = a_1^2 + a_2^2 \ \Rightarrow \left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$\left(AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}\right)$$

- Hai điều kiện cần dùng:

$\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ $\left(\vec{b} \neq \vec{0}\right) \Leftrightarrow a_1b_2 = a_2b_1$

$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 = 0$

- Công thức tính tọa độ điểm $M(x; y)$ chia đoạn AB với $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$

sao cho $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ theo tỉ số $k \neq 1$: $\begin{cases} x = \dfrac{x_A - kx_B}{1-k} \\ y = \dfrac{y_A - ky_B}{1-k} \end{cases}$

Lưu ý 1: – Nếu M ở trong đoạn AB thì $k < 0$

– Nếu M ở ngoài đoạn AB thì $k > 0$

– Nếu M là trung điểm đoạn AB thì k = –1

và $\begin{cases} x = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

- $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$

Lưu ý 2: – Nếu cho $\vec{m} = (a; b)$ thì nên biết nói ngay $\vec{n} = (b; -a)$ là vuông góc với $\vec{m}$.

– Công thức $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$ không cho biết định hướng của góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, mà chỉ cho biết $\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$ là góc nhọn hay góc tù.

– Nên luyện tập kĩ năng giải nhanh và đúng hệ phương trình bậc nhất hai ẩn: $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ bằng phương pháp định thức:

nếu $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - ba' \neq 0$ thì: $x = \dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D}$, $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D}$.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CÁC VẤN ĐỀ GIÁO KHOA NÊU TRÊN

1. Cho hai điểm A(2; –1), B(0; 3). Chọn đáp số đúng trong (a), (b), (c), (d). Điểm D đối xứng của A qua B có tọa độ là:

a. D(7; –2) b. D(–2; 7) c. D(–2; –7) d. D(2; –7)

2. Cho ba điểm A(1; –2), B(2; 1), C(–4; 3). Điểm M(x; y) sao cho:

$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 5\overrightarrow{CM} = \vec{0}$ là điểm có tọa độ:

a. M(6; –2) b. M(–2; 6) c. M(–6; 2) d. M(2; –6)

3. Cho ba điểm A(1; 1), B(3; –5), C(–4; 2). Tọa độ điểm E(x; y) sao cho $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$ là:

a. E(13; 15) b. E(–13; 15) c. E(–13; –15) d. E(13; –15)

4. Cho ba điểm A(4; –3), B(–5; 1), C(6; 6). Điểm D(x; y) sao cho ABCD (theo thứ tự vòng quanh) là một hình bình hành có tọa độ:

a. D(15; 2) b. D(2; 15) c. D(15; –2) d. D(–2; 15)

5. Cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3)$, $\vec{b} = (3; 5)$ và vectơ $m\vec{a} + n\vec{b}$. Các số thực m, n phải thỏa hệ thức nào để vectơ $\vec{a}$ vuông góc với vectơ $m\vec{a} + n\vec{b}$? Hãy chọn đáp án đúng trong (a), (b), (c), (d):

a. $9n + 13m = 0$ b. $9n - 13m = 0$

c. $8n + 7m = 0$ d. $8n - 7m = 0$

6. Cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -3)$, $\vec{b} = (3; 2)$, $\vec{c} = (-4; 1)$. Xác định kết quả nào là sai trong (a), (b), (c), (d):

a. $\vec{a}\left(\vec{b} + \vec{c}\right) = -11$ b. $\vec{b}\left(\vec{c} + \vec{a}\right) = -10$

c. $\left(\vec{a}.\vec{c}\right)\vec{b} = -55$ d. $\vec{c}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) = -21$

7. Cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 1)$, $\vec{b} = (3; -2)$, $\vec{c} = (-2; 3)$. Trong 4 đáp số (a), (b), (c), (d), đáp số nào sai?

a. $\cos\left(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right) = 1$ b. $\cos\left(\vec{c}, \vec{a} + \vec{b}\right) = \dfrac{-11}{10\sqrt{2}}$

c. $\cos\left(\vec{b}, \vec{a} + \vec{c}\right) = \dfrac{-11}{\sqrt{221}}$ d. $\cos\left(\vec{a}, \vec{b} - \vec{c}\right) = 0$

8. Cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 5)$, $\vec{b} = (-2; -1)$. Tìm một vectơ $\vec{c}$ biết rằng $\vec{a}.\vec{c} = 3$ và $\vec{b}.\vec{c} = 1$. Đáp số nào là đáp số đúng:

a. $\vec{c} = (-1; 1)$ b. $\vec{c} = (1; -1)$

c. $\vec{c} = (1; 1)$ d. $\vec{c} = (-1; -1)$

9. Cho hai điểm A(2; 1), B(−2; 4). Có một vectơ đơn vị (là vectơ có độ dài hình học bằng 1 đơn vị dài) cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$. Đó là vectơ $\vec{n}$. Tọa độ của $\vec{n}$ là:

a. $\vec{n} = \left(\dfrac{3}{5}; \dfrac{4}{5}\right)$ b. $\vec{n} = \left(\dfrac{4}{5}; \dfrac{3}{5}\right)$

c. $\vec{n} = \left(\dfrac{4}{5}; -\dfrac{3}{5}\right)$ d. $\vec{n} = \left(\dfrac{3}{5}; -\dfrac{4}{5}\right)$

Trong các đáp số (a), (b), (c), (d), đáp số nào đúng?

10. Cho tam giác ABC có A(4; −1), B(−2; −4), C(−2; 2). Trực tâm H của tam giác ABC là điểm có tọa độ:

a. $H\left(\dfrac{1}{2}; 1\right)$ b. $H\left(-\dfrac{1}{2}; -1\right)$ c. $H\left(\dfrac{1}{2}; -1\right)$ d. $H\left(1; -\dfrac{1}{2}\right)$

Hãy chọn đáp số đúng trong (a), (b), (c), (d).

11. Cho tam giác ABC có A(4; –1), B(–2; –4), C(–2; 2). Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là điểm có tọa độ:

a. $I\left(-\frac{1}{4};1\right)$ b. $I\left(1;-\frac{1}{4}\right)$ c. $I\left(\frac{1}{4};-1\right)$ d. $I\left(\frac{1}{4};1\right)$

Hãy chọn kết quả đúng.

12. Cho tam giác ABC có A(1; 5), B(–1; 1), C(6; 0). Tọa độ trực tâm H của tam giác là:

a. $H\left(\frac{8}{3};\frac{2}{3}\right)$ b. $H\left(\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$ c. $H\left(\frac{2}{3};-\frac{8}{3}\right)$ d. $H\left(-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$

Hãy chọn đáp số đúng.

13. Cho tam giác ABC có A(–2; 4), B(5; 5), C(6; –2). Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là điểm có tọa độ:

a. I(2; 1) b. I(1; 2) c. I(2; –1) d. I(1; –2)

Hãy chọn đáp số đúng.

14. Cho tam giác ABC có A(3; 2), B(6; 3), C(8; –1). A' là chân đường cao của tam giác hạ từ đỉnh A tới cạnh BC. Tọa độ của A' là:

a. $A'\left(\frac{17}{5};\frac{29}{5}\right)$ b. $A'\left(\frac{29}{5};\frac{17}{5}\right)$ c. $A'\left(\frac{17}{5};-\frac{29}{5}\right)$ d. $A'\left(\frac{29}{5};-\frac{17}{5}\right)$

Hãy chọn đáp số đúng.

15. Cho tam giác ABC với A(–4; 0), B(4; 6), C(–1; –4). Gọi B' là chân đường cao kẻ từ B xuống AC. Điểm B' có tọa độ:

a. B'(0; 4) b. B'(4; 0) c. B'(0; –4) d. B'(–4; 0)

Hãy chọn trả lời đúng.

16. Cho tam giác ABC với A(1; 5), B(–4; –5), C(4; –1). W là tâm của đường tròn nội tiếp. Tọa độ của W là:

a. W(0; 1) b. W(1; 0) c. W(0; –1) d. W(–1; 0)

Đáp số nào đúng?

17. Cho tam giác ABC có A(2; 6), B(–3; –4), C(5; 0). Tâm W của đường tròn nội tiếp tam giác có tọa độ:

a. W(–2; 1) b. W(1; –2) c. W(2; 1) d. W(1; 2)

Đáp số nào đúng?

18. Một tứ giác ABCD có A(–2; 14), B(4; –2), C(6; –2), D(6; 10). Hai đường chéo AC và BD của tứ giác cắt nhau tại E. Tọa độ của điểm E là:

a. $E\left(\frac{9}{2};-1\right)$ b. $E\left(-1;\frac{9}{2}\right)$ c. $E\left(1;\frac{9}{2}\right)$ d. $E\left(\frac{9}{2};1\right)$

Hãy chọn kết quả đúng.

19. Cho tam giác ABC với A(2; 3), B(–1; –1), C(6; 0). Tìm trong (a), (b), (c), (d) câu nào là câu sai.

a. Tam giác ABC cân tại A.

b. $\text{CosA} = \frac{1}{2}$

c. Diện tích tam giác bằng 12,5 đơn vị diện tích.

d. Trực tâm H(2; 3).

20. Cho hai vectơ $\vec{a} = (m; m + 3)$, $\vec{b} = (2; 3m - 5)$. Để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương với nhau, các giá trị thích hợp của m là:

a. $m = 2$ hay $m = -\frac{3}{2}$ b. $m = -\frac{2}{3}$ hay $m = 3$

c. $m = -2$ hay $m = \frac{3}{2}$ d. $m = \frac{2}{3}$ hay $m = -3$.

21. Cho tam giác ABC có A(–2; 2), B(6; 6), C(2; –2). Câu nào sai trong (a), (b), (c), (d).

a. Tam giác ABC là tam giác cân.

b. Chu vi tam giác $2p = 4\sqrt{2}\left(\sqrt{10}+1\right)$ đơn vị chiều dài.

c. Trung điểm M của cạnh AC, trọng tâm, trực tâm của tam giác, tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác cùng nằm trên một đường thẳng.

d. Góc B của tam giác là góc tù.

22. Cho tứ giác OABC với O(0; 0), A(–1; 3), B(2; 4), C(6; 2). Chọn câu trả lời đúng:

a. OABC là hình bình hành.   b. OABC là hình chữ nhật.

c. OABC là hình thang.   d. Cả ba trả lời (a), (b), (c) đều sai.

23. Cho tam giác ABC với A(3; –5), B(–3; 3), C(–1; –2). Đoạn phân giác trong của góc A có độ dài:

a. $7\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{7}$ c. $\frac{2\sqrt{14}}{3}$ d. $\frac{14\sqrt{2}}{3}$

24. Cho tam giác ABC có A(–1; –1), B(3; 5), C(–4; 1). Gọi E là chân đường phân giác góc ngoài A trên cạnh BC. Khoảng cách EB là:

a. $2\sqrt{65}$ b. $65\sqrt{2}$ c. $5\sqrt{62}$ d. $62\sqrt{5}$

25. Cho tam giác ABC có A(4; 3), B(7; 6), C(2; 11). Gọi E là chân đường phân giác góc ngoài B trên cạnh AC. Tọa độ điểm E là:

a. E(9; 7) b. E(9; –7) c. E(7; –9) d. E(–7; 9)

26. Cho tam giác ABC có A(6; 1), B(–3; 5); trọng tâm G của tam giác: G(–1; 1). Đỉnh C của tam giác có tọa độ:

a. C(6; –3) b. C(–6; 3) c. C(–6; –3) d. C(–3; 6)

27. Cho 3 điểm A(–1; 4), B(5; 6), C(6; 3). Chọn câu trả lời đúng trong (a), (b), (c), (d):

a. Bốn điểm A, B, C và D(1; 0) nằm trên một đường tròn.

b. Tứ giác ABCD với D(0; 1) là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn.

c. Bốn điểm A, B, C và D(–1; 0) nằm trên một đường tròn.

d. Tứ giác ABCD với D(0; –1) là một tứ giác nội tiếp.

28. Cho tam giác ABC có A(2; –3), B(–4; 1). Đỉnh C luôn có tung độ không đổi bằng 2. Hoành độ thích hợp của đỉnh C để tam giác ABC có diện tích bằng 17 đơn vị diện tích là:

a. x = 5 hay x = –12 b. x = –5 hay x = 12

c. x = 3 hay x = –14 d. x = –3 hay x = 14

Hãy chọn tọa độ đúng cho đỉnh C.

29. Tam giác ABC có A(3; 1), B(1; –4). Đỉnh C di động trên trục tung. Để diện tích tam giác ABC bằng 13,5 đơn vị diện tích thì giá trị thích hợp cho tung độ đỉnh C là:

a. 7 hoặc –20 b. 20 hoặc –7

c. 5 hoặc –13 d. 13 hoặc –5

30. Cho một tứ giác ABCD có A(5; 4), B(–1; –6), C(–5; 3), D(3; 6). Diện tích tứ giác ABCD bằng:

a. 78 (đơn vị diện tích) b. 68 c. 58 d. 48

Hãy chọn kết quả đúng.

Chương II. ĐƯỜNG THẲNG

A. BỔ TÚC VỀ BÀI TOÁN TÌM TẬP HỢP ĐIỂM

Việc tìm tập hợp điểm M(x; y) thỏa một tính chất hình học (A) nào đó sẽ được tiến hành theo hai bước:

- Lấy điểm M(x; y) tùy ý thuộc tập hợp điểm thỏa (A). Từ tính chất hình học của (A), chuyển thành một biểu thức dạng F(x; y) = 0 liên quan giữa hoành độ x và tung độ y của điểm M.
- Đảo lại, nếu có điểm M'(x'; y') mà tọa độ thỏa phương trình F(x'; y') = 0 ta phải chứng minh M' thuộc tập hợp điểm có tính chất (A).

Cần chú ý, nếu suy luận dẫn từ $M(x; y) \in A \Leftrightarrow F(x; y) = 0$ là suy luận tương đương thì không cần làm phần đảo.

B. CÁC BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VỀ TÌM TẬP HỢP ĐIỂM

31. Tập hợp những điểm M(x; y) cách đều hai điểm A, B với A(2; 1), B(–4; 3) là đường (Δ) có phương trình:

a. $3x + y - 5 = 0$ b. $3x - y + 5 = 0$

c. $3x + y + 5 = 0$ d. $3x - y - 5 = 0$

Đáp số nào đúng?

32. Cho 3 điểm A(1; 2), B(–3; 1), C(4; –2). Tập hợp điểm M(x; y) thỏa tính chất $MA^2 + MB^2 = MC^2$ là một đường (C) có phương trình:

a. $x^2 + y^2 - 12x + 10y + 5 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 12x - 10y - 5 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 12x + 10y + 5 = 0$

d. $x^2 + y^2 + 12x - 10y - 5 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

33. Cho 3 điểm A(2; 1), B(1; –3), C(–2; 4). Tập hợp điểm M(x; y) thỏa hệ thức $\left|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MC}\right|$ là một đường (C) có phương trình:

a. $3x^2 + 3y^2 - 24x - 16y + 41 = 0$

b. $3x^2 + 3y^2 + 24x - 16y - 41 = 0$

c. $3x^2 + 3y^2 - 24x + 16y + 41 = 0$

d. $3x^2 + 3y^2 + 24x + 16y - 41 = 0$

Hãy chọn kết luận đúng.

34. Cho hai điểm A(3cost; 0), B(0; 2sint). Tập hợp các điểm M(x; y) thỏa hệ thức $2\overrightarrow{AM} + 5\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ (t là tham số thực) là một đường (E) có phương trình tham số:

a. $\begin{cases} x = -2\sin t \\ y = \dfrac{10}{3}\cos t \end{cases}$ $(t \in R)$ b. $\begin{cases} x = -2\cos t \\ y = \dfrac{10}{3}\sin t \end{cases}$ $(t \in R)$

c. $\begin{cases} x = \dfrac{10}{3}\sin t \\ y = -2\cos t \end{cases}$ $(t \in R)$ d. $\begin{cases} x = \dfrac{10}{3}\cos t \\ y = -2\sin t \end{cases}$ $(t \in R)$

Hãy chọn trả lời đúng.

35. Cho 3 điểm A(–1; 3), B(2; 4), C(6; 2). Tập hợp điểm M(x; y) thỏa hệ thức $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MC}\right|$ là một đường (C) có phương trình:

a. $3x^2 + 3y^2 - 8x - 24y - 10 = 0$

b. $3x^2 + 3y^2 + 8x + 24y + 10 = 0$

c. $3x^2 + 3y^2 - 8x + 24y - 10 = 0$

d. $3x^2 + 3y^2 + 8x - 24y + 10 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

36. Cho hai điểm A(1; –1), B(–2; 5). Tập hợp những điểm M sao cho MA = 2MB là một đường (C) có phương trình:

a. $x^2 + y^2 + 6x - 14y + 38 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 6x - 14y - 38 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 6x + 14y - 38 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 6x + 14y - 38 = 0$

Đáp số nào đúng?

C. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Các vấn đề giáo khoa cần nắm vững để có thể làm tốt các bài tập trắc nghiệm:

- Các dạng phương trình đường thẳng:

1. Phương trình tham số $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \end{cases}$ (t là tham số thực) với $M_0(x_0; y_0)$ là điểm cho trước, $\vec{a} = (a_1; a_2)$ $\left(\vec{a} \neq \vec{0}\right)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng.

Nếu $a_1 \neq 0$ và $a_2 \neq 0$ thì $\dfrac{x - x_0}{a_1} = \dfrac{y - y_0}{a_2}$ là phương trình chính tắc

Nếu $a_1 = 0$, $a_2 \neq 0$ thì $x = x_0$

Nếu $a_1 \neq 0$, $a_2 = 0$ thì $y = y_0$

2. Phương trình đường thẳng qua 2 điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \text{ hoặc } \frac{x - x_B}{x_A - x_B} = \frac{y - y_B}{y_A - y_B}$$

Đặc biệt nếu $A(a; 0)$, $B(0; b)$ thì có thể viết ngay $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} - 1 = 0$ (với $a \neq 0$, $b \neq 0$)

3. Nếu $a_1 \neq 0$, đặt $k = \dfrac{a_2}{a_1}$ là hệ số góc của đường thẳng thì phương trình đường thẳng (Δ) qua $M_0(x_0; y_0)$ và có hệ số góc k : $y = k(x - x_0) + y_0$

4. Phương trình tổng quát $Ax + By + C = 0$ trong đó A, B không đồng thời triệt tiêu. Vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-B; A)$ hoặc $\vec{a'} = (B; -A)$.

Vectơ pháp tuyến (gọi tắt là pháp vectơ) $\vec{n} = (A; B)$

- Vị trí tương đối của hai đường thẳng:

(Δ_1): $A_1x + B_1y + C_1 = 0$: vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_1} = (-B_1; A_1)$, hệ số góc $k_1 = -\dfrac{A_1}{B_1}$.

(Δ_2): $A_2x + B_2y + C_2 = 0$: vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2} = (-B_2; A_2)$, hệ số góc $k_2 = -\dfrac{A_2}{B_2}$.

* $\dfrac{A_1}{A_2} \neq \dfrac{B_1}{B_2}$: (Δ_1) cắt (Δ_2).

* $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2}$: $(\Delta_1) // (\Delta_2)$

* $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$: $(\Delta_1) \equiv (\Delta_2)$ (trùng nhau)

Lưu ý:

* Nếu (Δ): $Ax + By + C = 0$ thì:

+ (Δ') : $Ax + By + D = 0$ với $D \neq C$ là song song với (Δ)

+ (d): $Bx - Ay + D = 0$ là vuông góc với (Δ).

Các công thức tính góc của hai đường thẳng (Δ_1), (Δ_2). Gọi góc giữa (Δ_1) và (Δ_2) là φ thì:

$$\cos\varphi = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

$$\sin\varphi = \frac{|A_1B_2 - A_2B_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

$\tan\varphi = \left|\dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|$. (với k_1, k_2 là các hệ số góc của (Δ_1) và (Δ_2). Làm bài tập trắc nghiệm, nên biết sử dụng công thức này!)

- Phương trình chùm đường thẳng (Δ_1), (Δ_2) trong trường hợp chúng cắt nhau:

$$p(A_1x + B_1y + C_1) + q(A_2x + B_2y + C_2) = 0$$

(p, q không đồng thời triệt tiêu) thường dùng trong bài toán tìm phương trình của đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng cho trước và thỏa một điều kiện thứ hai nữa.

- Công thức tính khoảng cách từ điểm $M(x_1; y_1)$ đến đường thẳng (Δ) có phương trình tổng quát $Ax + By + C = 0$:

$$|t| = \frac{|A_1x + B_1y + C_1|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

- Công thức của phương trình hai đường thẳng phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2):

$$\frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \pm\frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VỀ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

37. Chọn câu sai trong (a), (b), (c), (d):

a. Đường thẳng chứa trục Ox có phương trình $y = 0$

b. Trục Oy có phương trình $x = 0$

c. Đường thẳng đi qua điểm $M(a; b)$ và vuông góc với trục Ox có phương trình $x = a$

d. Đường thẳng qua điểm $M(a; b)$ và song song với đường phân giác của góc xOy có phương trình tham số: $\begin{cases} x = a - t \\ y = b + t \end{cases}$ $(t \in R)$

38. Cho đường thẳng (Δ) có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$ $(t \in R)$

Tìm kết luận sai trong (a), (b), (c), (d):

a. Điểm $A(-1; 4) \in (\Delta)$

b. Một vectơ chỉ phương khác của (Δ) là $\vec{b} = \left(\frac{1}{3}; -1\right)$

c. Điểm $B\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right) \in (\Delta)$

d. Phương trình tổng quát của (Δ): $3x - y - 1 = 0$

39. Một đường thẳng (d) có phương trình chính tắc: $\dfrac{x+1}{\frac{2}{3}} = \dfrac{y+3}{-\frac{5}{6}}$

Tìm kết luận sai trong (a), (b), (c), (d):

a. Điểm $M(3; -8) \in (d)$

b. Một vectơ chỉ phương của (d): $\vec{a} = (4; -5)$

c. Một pháp vectơ của (d): $\vec{n} = \left(\frac{5}{2}; 2\right)$

d. (d) có phương trình tổng quát $5x + 4y - 17 = 0$

40. Cho đường thẳng (Δ) có phương trình: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$ $(t \in R)$

Trong bốn câu trả lời (a), (b), (c), (d) có một câu sai. Hãy chỉ rõ.

a. (Δ) song song với đường thẳng $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ $(t \in R)$

b. (Δ) vuông góc với đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 2t \end{cases}$ $(t \in R)$

c. (Δ) có một phương trình tham số là $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -4 - \frac{1}{2}t \end{cases}$ $(t \in R)$

d. (Δ) có một phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 - 6t \\ y = -\frac{5}{2} - 3t \end{cases}$ $(t \in R)$

41. Cho hai đường thẳng (Δ) và (Δ') có phương trình:

$$(\Delta): \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 8 + 2t \end{cases} \ (t \in R) \text{ và } (\Delta'): \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 2 + t' \end{cases} \ (t' \in R)$$

Giao điểm của (Δ) và (Δ') là một điểm M. Tọa độ của M là:

a. $M(-2; 1)$ b. $M(1; -2)$ c. $M(2; -1)$ d. $M(1; 2)$

Hãy chọn kết quả đúng.

42. Cho hai đường thẳng

(d): $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$ $(t \in R)$ và (d'): $\begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = -1 + 5t' \end{cases}$ $(t' \in R)$

Giao điểm của (d) và (d') là một điểm A. Tọa độ của A là:

a. A(−11; 8) b. A(8; −11) c. A(11; −8) d. A(11; 8)

43. Cho đường thẳng (d) có phương trình $2x - 3y + 11 = 0$. Hãy tìm trong 4 trả lời (a), (b), (c), (d) đâu là phương trình tham số của (d):

a. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ $(t \in R)$ b. $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ $(t \in R)$

c. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ $(t \in R)$ d. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$ $(t \in R)$

44. Cho hai điểm A(3; −1), B(−2; 4). Trong bốn phương trình (a), (b), (c), (d) phương trình nào không phải là phương trình của đường thẳng AB:

a. $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = -1 + 5t \end{cases}$ $(t \in R)$ b. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ $(t \in R)$

c. $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$ $(t \in R)$ d. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \end{cases}$ $(t \in R)$

45. Cho đường thẳng (Δ) có phương trình $2x - 3y + 4 = 0$. Trong các phương trình chính tắc sau đây, phương trình nào không phải là phương trình của (Δ)?

a. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2}$ b. $\dfrac{x+5}{9} = \dfrac{y+2}{6}$

c. $\dfrac{x - \frac{5}{2}}{12} = \dfrac{y-3}{8}$ d. $\dfrac{x+1}{18} = \dfrac{y+2}{12}$

46. Đường thẳng (d) qua điểm M(−3; 1) và nhận vectơ $\vec{a} = (-2; 5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tổng quát là:

a. $5x + 2y - 13 = 0$ b. $2x + 5y - 13 = 0$

c. $2x + 5y + 13 = 0$ d. $5x + 2y + 13 = 0$

47. Đường thẳng (I) qua điểm A(5; −2) và nhận vectơ $\vec{n} = (3; 4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là:

a. $4x + 3y + 7 = 0$ b. $4x + 3y - 7 = 0$

c. $3x + 4y + 7 = 0$ d. $3x + 4y - 7 = 0$

48. Phương trình tổng quát của đường thẳng qua A(2; 1) và có hệ số góc $k = -2$ là:

a. $x + 2y + 5 = 0$ b. $2x + y - 5 = 0$

c. $2x - y + 5 = 0$ d. $2x + y + 5 = 0$

49. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm A(−3; 2), B(1; −3) là:

a. $4x + 5y - 7 = 0$ b. $4x + 5y + 7 = 0$

c. $5x + 4y - 7 = 0$ d. $5x + 4y + 7 = 0$

50. Đường thẳng (Δ) đi qua M(5; −1) và song song với đường thẳng $3x + 2y - 1 = 0$. Có thể có bốn phương trình tham số sau đây là phương trình của (Δ)

a. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ $(t \in R)$ b. $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ $(t \in R)$

c. $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 2 + 6t \end{cases}$ $(t \in R)$ d. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$ $(t \in R)$

Hãy chỉ ra đáp án nào sai.

51. Đường thẳng (d) đi qua A(−2; 4) và vuông góc với đường thẳng $4x - y + 5 = 0$. Phương trình tổng quát của (d) là:

a. $x + 4y + 14 = 0$ b. $x + 4y - 14 = 0$

c. $x + 4y + 16 = 0$ d. $x + 4y - 16 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

52. Cho tam giác ABC có A(4; 6), B(−4; 0), C(−1; −4). Đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác xuống cạnh BC có phương trình:

a. $4x - 3y + 12 = 0$ b. $4x - 3y - 12 = 0$

c. $3x - 4y + 12 = 0$ d. $3x - 4y - 12 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

53. Cho tam giác ABC có A(−2; 1), B(4; 3), C(2; −5). Đường trung tuyến của tam giác, kẻ từ đỉnh A có phương trình:

a. $2x - 5y - 1 = 0$ b. $2x - 5y + 1 = 0$

c. $2x + 5y - 1 = 0$ d. $2x + 5y + 1 = 0$

Kết quả nào đúng.

54. Đường thẳng (d) qua điểm M(2; 3), cắt trục Ox, Oy tại A và B sao cho OAB là tam giác vuông cân. Phương trình đường thẳng (d) là:

a. $x + y - 5 = 0$ b. $x + y + 5 = 0$

THƯ VIỆN TỈNH BÌNH THUẬN
ĐVL 13263 13

c. $x - y - 5 = 0$　　　　d. $x - y + 5 = 0$

Phương trình nào là phương trình của đường thẳng (d)?

55. Đường thẳng (Δ) đi qua P(4; –2), cắt hai trục tọa độ tại A, B sao cho P là trung điểm của đoạn AB. Phương trình của (Δ) là:

a. $x + 2y - 8 = 0$　　　　b. $x + 2y + 8 = 0$

c. $x - 2y + 8 = 0$　　　　d. $x - 2y - 8 = 0$

56. Cho một tam giác ABC với A(4; 6), B(–6; –1), C(–2; –4). Đường phân giác trong của góc C có phương trình:

a. $7x + y - 18 = 0$　　　　b. $7x + y + 18 = 0$

c. $7x - y - 18 = 0$　　　　d. $7x - y + 18 = 0$

Đâu là đáp số đúng?

57. Cho tam giác ABC có A(–5; 6), B(–4; –1); C(4; –3). Đường phân giác trong của góc A có phương trình:

a. $x + 2y - 4 = 0$　　　　b. $2x - y + 4 = 0$

c. $2x + y + 4 = 0$　　　　d. $x - 2y - 4 = 0$

Hãy chọn ra kết quả đúng.

58. Cho 3 điểm A(2; 0), B(0; 3), C(–3; –1). Đường thẳng qua B và song song với AC có phương trình:

a. $5x - y + 3 = 0$　　　　b. $5x + y - 3 = 0$

c. $x + 5y - 15 = 0$　　　　d. $x - 5y + 15 = 0$

59. Cho điểm A(–1; 3) và hai đường thẳng (d): $3x + 5y + 2 = 0$, (d'): $x + 2y - 1 = 0$ đường thẳng đi qua A và giao điểm của (d) và (d') có phương trình:

a. $x - 4y + 11 = 0$　　　　b. $4x - y + 11 = 0$

c. $x + 4y + 11 = 0$　　　　d. $x + 4y - 11 = 0$

60. Cho một đường thẳng (d) có phương trình: $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ ($t \in R$) và điểm A(1; 3). Có hai điểm thuộc đường thẳng (d) có khoảng cách đến điểm A bằng 2 đơn vị dài. Một trong hai điểm đó có tọa độ:

a. B(5; –1)　　b. B(–1; 5)　　c. B(5; 1)　　d. B(1; 5)

Đáp số nào đúng?

61. M(–1; –1), N(1; 9), P(9; 1) lần lượt là trung điểm ba cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC. Hãy tìm câu sai trong (a), (b), (c), (d).

a. Diện tích tam giác ABC gấp 4 lần diện tích tam giác MNP.

b. Đường trung trực của cạnh BC có phương trình $x - y = 0$

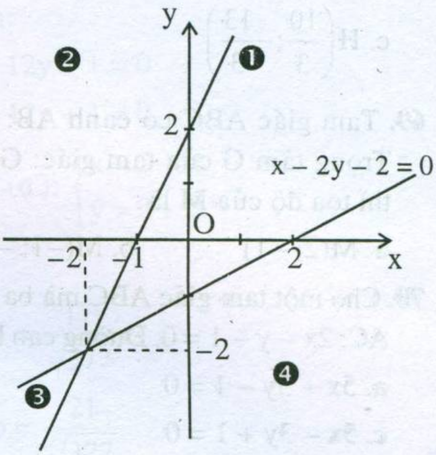
c. Trực tâm của tam giác MNP là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

d. Chu vi tam giác MNP bằng $\frac{1}{2}$ chu vi tam giác ABC.

62. Hai đường thẳng (d): $x - 2y - 2 = 0$, (d'): $2x - y + 2 = 0$ cắt nhau trên mặt phẳng tọa độ (Oxy), tạo thành 4 miền được đánh số thứ tự ❶, ❷, ❸, ❹ như hình vẽ. Miền nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y - 2 > 0 & (1) \\ 2x - y + 2 < 0 & (2) \end{cases}$$

là miền nào trên hình vẽ:



a. (1) b. (2) c. (3) d. (4)

63. Cho ba đường thẳng:

(d): $2x + y - 1 = 0$

(d'): $x + 2y + 1 = 0$

(Δ): $mx - y - 7 = 0$

Để (d), (d') và (Δ) đồng quy tại một điểm thì giá trị thích hợp của m là:

a. $m = -6$ b. $m = 6$ c. $m = -5$ d. $m = 5$

64. Cho tam giác cân ABC. Cạnh đáy BC có phương trình $4x + 3y + 1 = 0$; cạnh bên AC có phương trình $2x - y + 3 = 0$. Cạnh bên AB đi qua điểm A(2; 1). Phương trình cạnh AB là:

a. $2x + 11y + 7 = 0$ b. $2x - 11y + 7 = 0$

c. $11x + 2y + 7 = 0$ d. $11x - 2y + 7 = 0$

65. Cho đường thẳng (d): $2x + y - 2 = 0$ và điểm A(6; 5). Điểm A' đối xứng của A qua đường thẳng (d) có tọa độ:

a. A'(6; 1) b. A'(1; 6) c. A'(−6; −1) d. A'(−1; −6)

66. Cho A(−2; 5), B(2; 3). Đường thẳng (d): $x - 4y + 4 = 0$ cắt AB tại M. Tọa độ điểm M là:

a. M(4; −2) b. M(−4; 2) c. M(4; 2) d. M(2; 4)

67. Cho A(5; −2), B(3; 2). Đường thẳng (d): $x + 2y - 4 = 0$ cắt đoạn AB tại M tỷ số $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}$ bằng:

a. 2 b. 1 c. −2 d. −1

68. Cho một tam giác ABC có A(2; 6), B(−3; −4), C(5; 3). Tọa độ trực tâm H của tam giác là:

a. $H\left(\frac{10}{3}; \frac{13}{3}\right)$ b. $H\left(\frac{13}{3}; \frac{10}{3}\right)$

c. $H\left(\frac{10}{3}; -\frac{13}{3}\right)$ d. $H\left(\frac{13}{3}; -\frac{10}{3}\right)$

69. Tam giác ABC có cạnh AB: $4x + y + 15 = 0$; cạnh AC: $2x + 5y + 3 = 0$. Trọng tâm G của tam giác: G(−2; −1). Gọi M là trung điểm của cạnh BC thì tọa độ của M là:

a. M(2; −1) b. M(−1; −2) c. M(1; −2) d. M(−2; 1)

70. Cho một tam giác ABC mà ba cạnh AB: $x - 2y + 4 = 0$, BC: $3x + 5y - 7 = 0$, AC: $2x - y - 1 = 0$. Đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC có phương trình:

a. $5x + 3y - 1 = 0$ b. $5x + 3y + 1 = 0$

c. $5x - 3y + 1 = 0$ d. $5x - 3y - 1 = 0$

71. Cho hai đường thẳng:

(d): $3x - 4y + 11 = 0$ và (d'): $2x + 3y - 4 = 0$.

Điểm M(3; −2). Đường thẳng qua M và qua giao điểm của (d) và (d') có phương trình:

a. $x + y + 1 = 0$ b. $x + y - 1 = 0$

c. $x - y + 1 = 0$ d. $x - y - 1 = 0$

72. Cho hai đường thẳng: (Δ): $3x - 5y + 2 = 0$

(Δ'): $5x - 2y + 4 = 0$

và đường thẳng (d): $2x - y + 4 = 0$. Đường thẳng đi qua giao điểm của (Δ), (Δ'), song song với đường thẳng (d) có phương trình:

a. $38x - 19y + 26 = 0$ b. $38x - 19y - 26 = 0$

c. $38x - 19y + 30 = 0$ d. $38x - 19y - 30 = 0$

73. Đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng

$3x - y = 0$ và $x + 4y - 2 = 0$

và vuông góc với đường thẳng $2x + 7y - 1 = 0$ có phương trình:

a. $91x - 26y - 2 = 0$ b. $91x - 26y + 2 = 0$

c. $91x + 26y - 2 = 0$ d. $91x + 26y + 2 = 0$

74. M(2; 1); N(5; 3); P(3; −4) lần lượt là trung điểm 3 cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC. Đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A có phương trình:

a. $3x - 4y + 10 = 0$ b. $3x - 4y - 10 = 0$

c. $3x + 4y + 10 = 0$ d. $3x + 4y - 10 = 0$

75. Cho tam giác ABC biết cạnh AB: $4x + y - 12 = 0$, đường cao BH: $5x - 4y - 15 = 0$, đường cao AH: $2x + 2y - 9 = 0$. Đường cao kẻ từ đỉnh C xuống cạnh AB có phương trình:

a. $3x + 12y - 1 = 0$ b. $3x + 12y + 1 = 0$

c. $3x - 12y - 1 = 0$ d. $3x - 12y + 1 = 0$

76. Cho hai đường thẳng (d): $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$ và (d'): $\begin{cases} x = 3 - 5t' \\ y = 2 + 2t' \end{cases}$

cosin của góc giữa (d) và (d') bằng:

a. $\cos\varphi = \dfrac{15}{\sqrt{377}}$ b. $\cos\varphi = \dfrac{17}{\sqrt{377}}$

c. $\cos\varphi = \dfrac{19}{\sqrt{377}}$ d. $\cos\varphi = \dfrac{21}{\sqrt{377}}$

77. Cho tam giác ABC có B(2; –7). Đường cao kẻ từ đỉnh A có phương trình $3x + y + 11 = 0$; đường trung tuyến kẻ từ đỉnh C có phương trình $x + 2y + 7 = 0$. Phương trình cạnh AB là:

a. $4x + 3y - 13 = 0$ b. $4x + 3y + 13 = 0$

c. $4x - 3y - 13 = 0$ d. $4x - 3y + 13 = 0$

78. Tam giác ABC có đỉnh A(–1; –3), đường cao BB': $5x + 3y - 25 = 0$, đường cao CC': $3x + 8y - 12 = 0$. Đỉnh B có tọa độ:

a. B(5; 2) b. B(2; 5) c. B(5; –2) d. B(2; –5)

79. Tam giác ABC có đỉnh A(–1; –3), đường cao BB': $5x + 3y - 25 = 0$, đường cao CC': $3x + 8y - 12 = 0$. Tọa độ đỉnh C là:

a. C(0; 4) b. C(0; –4) c. C(4; 0) d. C(–4; 0)

80. Cho tam giác ABC có đỉnh A(–1; –3). Đường trung trực của cạnh AB có phương trình $3x + 2y - 4 = 0$. Trọng tâm G(4; –2). Tọa độ đỉnh C là:

a. C(8; 4) b. C(4; 8) c. C(–4; 8) d. C(8; –4)

81. Cho đường thẳng (d): $3x - 4y + 2 = 0$. Có hai đường thẳng cùng song song với (d) và cùng cách (d) một khoảng bằng 1. Hai đường thẳng đó là:

a. $3x - 4y - 7 = 0$ và $3x - 4y + 3 = 0$

b. $3x - 4y + 7 = 0$ và $3x - 4y - 3 = 0$

c. $3x - 4y + 1 = 0$ và $3x - 4y - 3 = 0$

d. $3x - 4y - 7 = 0$ và $3x - 4y + 7 = 0$

82. Cho tam giác ABC có A(–1; 3). Đường cao BB' có phương trình $x - y = 0$; đường phân giác trong góc C: $x + 3y + 2 = 0$. Phương trình cạnh BC là:

a. $x + 7y - 18 = 0$ b. $x - 7y + 18 = 0$

c. $x + 7y + 18 = 0$ d. $x - 7y - 18 = 0$

83. Cho đường thẳng (Δ): $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ và điểm M(–6; 1). Hình chiếu vuông góc của điểm M lên đường thẳng (Δ) là điểm M'. Tọa độ điểm M' là:

a. M'(3; 1) b. M'(–3; –1) c. M'(1; 3) d. M'(–1; –3)

84. Cho đường thẳng (d_1): $x - y + 1 = 0$, (d_2): $x + 3y - 3 = 0$. Gọi (d) là đường thẳng đối xứng của (d_1) qua (d_2). Phương trình của (d) là:

a. $x + 7y + 1 = 0$ b. $x - 7y - 1 = 0$

c. $7x + y + 1 = 0$ d. $7x + y - 1 = 0$

85. Cho tam giác ABC có B(3; 5); C(4; –3). Đường phân giác trong của góc A có phương trình $x + 2y - 8 = 0$. Cạnh AC của tam giác có phương trình:

a. $4x + 3y - 7 = 0$ b. $4x + 3y + 7 = 0$

c. $3x + 4y - 7 = 0$ d. $3x + 4y + 7 = 0$

86. Cho điểm M(4; –3) và đường thẳng (d): $x + 2y - 8 = 0$. M' là điểm đối xứng của điểm M qua đường thẳng (d). Tọa độ điểm M' là:

a. M'(8; –5) b. M'(5; –8) c. M'(8; 5) d. M'(5; 8)

87. Cho A(2; 2), B(5; 1) và đường thẳng (Δ): $x - 2y + 8 = 0$. Một điểm C thuộc đường thẳng (Δ) và ở trong góc vuông thứ I của mặt phẳng (Oxy) sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17 đơn vị diện tích.

Tọa độ của C là:

a. C(10; 12) b. C(12; 10) c. C(8; 10) d. C(10; 8)

88. Cho hai đường thẳng (d_1): $2x - 5y + 10 = 0$, (d_2): $5x - 2y + 4 = 0$. Một điểm M nằm trên trục hoành, cách đều cả (d_1) và (d_2). Tọa độ điểm M là:

a. M(1; 0) b. M(2; 0) c. M(3; 0) d. M(4; 0)

89. Cho các cặp gồm ba đường thẳng một sau đây:

(1): $\begin{cases} x + 2y + 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \\ 3x - y - 4 = 0 \end{cases}$ (2): $\begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 5x + 3y - 7 = 0 \\ 3x - y + 3 = 0 \end{cases}$

(3): $\begin{cases} 3x - y - 3 = 0 \\ 2x + 3y - 2 = 0 \\ 5x - 4y - 5 = 0 \end{cases}$ (4): $\begin{cases} 4x + y + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 7 = 0 \\ 5x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$

cặp có 3 đường thẳng đồng quy là:

a. Cặp (1) b. Cặp (2) c. Cặp (3) d. Cặp (4)

90. Cho 4 cặp (mỗi cặp 3 đường thẳng) đường thẳng sau đây:

(I) $\begin{cases} 2x+y-5=0 \\ 3x-2y+1=0 \\ 5x-y-4=0 \end{cases}$ (II) $\begin{cases} x+2y-5=0 \\ 2x+3y+1=0 \\ 7x+11y-2=0 \end{cases}$

(III) $\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ x+2y+3=0 \\ 9x+13y+14=0 \end{cases}$ (IV) $\begin{cases} 7x+4y+12=0 \\ 5x-8y+1=0 \\ x+5y-8=0 \end{cases}$

Cặp nào là cặp có 3 đường thẳng không đồng quy?

a. Cặp (I) b. Cặp (II) c. Cặp (III) d. Cặp (IV)

91. Cho tam giác ABC có C(–3; 1); đường phân giác trong của góc A có phương trình $x + 3y + 12 = 0$; đường cao AH có phương trình $x + 7y + 32 = 0$. Cạnh AB của tam giác có phương trình:

a. $3x - 16y + 89 = 0$ b. $3x - 16y - 89 = 0$

c. $3x + 16y + 89 = 0$ d. $3x + 16y - 89 = 0$

92. Cho tam giác ABC cân tại A. Cạnh AB có phương trình $x + 2y - 1 = 0$, cạnh đáy BC có phương trình $3x - y + 5 = 0$. Cạnh AC qua điểm M(1; –3). Cạnh AC của tam giác có phương trình:

a. $2x + 11y + 31 = 0$ b. $2x + 11y - 31 = 0$

c. $2x - 11y + 31 = 0$ d. $2x - 11y - 31 = 0$

93. Cho tam giác ABC cân tại A có phương trình cạnh AB: $2x + y - 1 = 0$, phương trình cạnh AC: $x + 2y + 1 = 0$. Cạnh đáy BC đi qua điểm I(–1; –1). Phương trình cạnh đáy BC có thể là:

a. $x - y - 2 = 0$ b. $x - y + 2 = 0$

c. $x + y - 2 = 0$ d. $x + y + 2 = 0$

94. Cho hai đường thẳng (d_1): $mx + y + 2 = 0$, (d_2): $x + my + m + 1 = 0$.

Tìm kết luận sai trong bốn kết luận sau:

a. Khi $m \neq 1$, hai đường thẳng cắt nhau

b. Khi $m = -2$, hai đường thẳng cắt nhau tại A(1; 0)

c. Khi $m = 1$, hai đường thẳng song song

d. Khi $m = -1$, hai đường thẳng song song.

95. Cho hai đường thẳng (d_1): $mx + y - 3 = 0$, (d_2): $x + my - 2m - 1 = 0$. Để (d_1) và (d_2) tạo với nhau một góc bằng 60^0, một giá trị thích hợp của tham số m là:

a. $m = -2 + \sqrt{3}$ b. $m = 2 - \sqrt{3}$

c. $m = -3 + \sqrt{2}$ d. $m = 3 - \sqrt{2}$

96. Cho hai điểm M(2; 7), N(1; 2). Gọi (Δ) là đường thẳng qua M và cách điểm N một khoảng bằng 1. Phương trình (Δ) có thể là:

a. $12x + 5y + 11 = 0$ b. $12x + 5y - 11 = 0$
c. $12x - 5y + 11 = 0$ d. $12x - 5y - 11 = 0$

97. Cho ba điểm A(1; –3), B(–5; 1), C(4; 4). Có hai đường thẳng cùng đi qua điểm A và cùng cách đều hai điểm B và C. Một trong hai đường thẳng đó có phương trình:

a. $x - 3y - 10 = 0$ b. $x - 3y + 10 = 0$
c. $x + 3y - 10 = 0$ d. $x + 3y + 10 = 0$

98. Một hình vuông có 4 đỉnh nằm trên hai đường thẳng (d_1): $x - 2y + 5 = 0$ và (d_2): $x - 2y + 10 = 0$. Diện tích của hình vuông đó là:

a. S = 3 b. S = 5 c. S = 7 d. S = 9

99. Cho tam giác ABC có phương trình các cạnh là:

AB: $x - y + 4 = 0$
AC: $7x + y - 12 = 0$
BC: $x + 7y + 4 = 0$

Độ dài của đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là:

a. $h_a = 4\sqrt{3}$ b. $h_a = 4\sqrt{2}$ c. $h_a = 4\sqrt{5}$ d. $h_a = 4$

100. Cho tam giác cân ABC cân tại A. Cạnh AB có phương trình: $4x + 3y - 2 = 0$ cạnh AC có phương trình: $3x + 4y + 7 = 0$. Cosin của hai góc B và C bằng:

a. $\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$ b. $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ c. $\dfrac{1}{5\sqrt{2}}$ d. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

101. Cho hai đường thẳng (d_1): $2x - y - 2 = 0$, (d_2): $x + y + 3 = 0$ và điểm A(3; 0). Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua điểm A, cắt (d_1) và (d_2) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN. Phương trình của (Δ) là:

a. $8x + y - 24 = 0$ b. $8x - y - 24 = 0$
c. $8x + y + 24 = 0$ d. $8x - y + 24 = 0$

102. Cho một tam giác ABC biết B(–4; –5) và phương trình hai đường cao là: $5x + 3y - 4 = 0$ và $3x + 8y + 13 = 0$. Đường cao thứ ba của tam giác có phương trình:

a. $2x + 5y + 17 = 0$ b. $2x + 5y - 17 = 0$
c. $2x - 5y + 17 = 0$ d. $2x - 5y - 17 = 0$

103. Cho hai điểm P(2; 5), Q(5; 2). Đường thẳng qua P và cách Q một khoảng bằng 6 có phương trình:

a. $4x - y + 1 = 0$ b. $4x + y + 1 = 0$
c. $4x - y - 1 = 0$ d. Cả ba đáp án trên đều sai.

104. Cho một tam giác ABC có diện tích bằng 1,5 đơn vị diện tích. Hai đỉnh $A(2; -3)$, $B(3; -2)$, còn trọng tâm của tam giác thì nằm trên đường thẳng $3x - y - 8 = 0$. Sẽ có hai đỉnh C thỏa các điều kiện trên. Một trong hai đỉnh đó có tọa độ:

a. $C(2; 10)$ b. $C(2; -10)$ c. $C(-2; 10)$ d. $C(2; -10)$

105. Hai cạnh AB và AC của một tam giác ABC có phương trình $4x + y + 15 = 0$ và $2x + 5y + 3 = 0$. Trọng tâm G của tam giác có tọa độ $G(-2; -1)$. Tọa độ trung điểm M của cạnh BC là:

a. $M(1; 2)$ b. $M(1; -2)$ c. $M(-1; -2)$ d. $M(-1; 2)$

106. Cho tam giác ABC có $A(-1; -3)$, hai đường cao kể từ B và từ C của tam giác có phương trình lần lượt là $5x + 3y - 25 = 0$ và $3x + 8y - 12 = 0$ phương trình cạnh BC của tam giác là:

a. $5x + 2y - 20 = 0$ b. $5x - 2y - 20 = 0$

c. $5x + 2y + 20 = 0$ d. $5x + 2y - 20 = 0$

107. Một tam giác ABC có $A(-1; -3)$. Đường trung trực của cạnh AB có phương trình $3x + 2y - 4 = 0$. Trọng tâm G của tam giác có tọa độ $G(4; -2)$. Tọa độ đỉnh C của tam giác là:

a. $C(-8; 4)$ b. $C(8; -4)$ c. $C(8; 4)$ d. $C(-8; -4)$

108. Cho hai đường thẳng (d_1): $(a + 1)x - 2y - a - 1 = 0$, (d_2): $x + (a - 1)y - a^2 = 0$ (d_1) và (d_2) luôn cắt nhau tại một điểm A và để điểm A nằm trên đường thẳng $x + y = a$ thì giá trị thích hợp của a có thể là:

a. $a = 1$ b. $a = -1$ c. $a = 2$ d. $a = -2$

109. Cho đường thẳng (d): $x - y - 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 4)$, $B(1; 4)$. Điểm $N \in (d)$ sao cho $AN + CN$ nhỏ nhất là điểm có tọa độ:

a. $N\left(\frac{23}{7}; \frac{16}{7}\right)$ b. $N\left(\frac{23}{7}; -\frac{16}{7}\right)$

c. $N\left(-\frac{23}{7}; \frac{16}{7}\right)$ d. $N\left(-\frac{23}{7}; -\frac{16}{7}\right)$

110. Cho hai điểm $A(1; 3)$, $B(3; -1)$ và đường thẳng (Δ): $x + 2y + 5 = 0$. Điểm $M \in (\Delta)$ sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất là điểm có tọa độ:

a. $M(-5; 5)$ b. $M(5; -5)$ c. $M(5; 5)$ d. $M(-5; -5)$

111. Cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(-1; 3)$ và đường thẳng (d): $x + y + 4 = 0$. Điểm $C \in (d)$ cách đều hai điểm A và B là 1 điểm có tọa độ:

a. $C(3; 1)$ b. $C(-3; 1)$ c. $C(3; -1)$ d. $C(-3; -1)$

112. Một tam giác ABC có C(4; –1). Đường cao và trung tuyến kẻ từ đỉnh A có các phương trình lần lượt là $2x - 3y + 12 = 0$ và $2x + 3y = 0$. Cạnh AB của tam giác có phương trình:

a. $9x - 11y + 5 = 0$ b. $9x - 11y - 5 = 0$

c. $9x + 11y + 5 = 0$ d. $9x + 11y - 5 = 0$

113. Cho một tam giác ABC có A(2; –1). Hai đường cao kẻ từ B và C có các phương trình lần lượt là: $2x - y + 1 = 0$ và $3x + y + 2 = 0$.

Trung điểm M của cạnh BC có tọa độ:

a. $M\left(\frac{6}{5};\frac{9}{10}\right)$ b. $M\left(-\frac{6}{5};-\frac{9}{10}\right)$

c. $M\left(\frac{6}{5};-\frac{9}{10}\right)$ d. $M\left(-\frac{6}{5};\frac{9}{10}\right)$

114. Hai cạnh của một hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng:

(d_1): $4x - 3y + 5 = 0$

(d_2): $3x + 4y - 5 = 0$

Một đỉnh của hình chữ nhật đó có tọa độ (2; 1).

Diện tích của hình chữ nhật này bằng:

a. S = 2 b. S = 3 c. S = 4 d. S = 5

115. Cho tam giác ABC có A(–6; –3), B(–4; 3), C(9; 2). Đường phân giác gốc ngoài tại đỉnh A có phương trình:

a. $x + y - 9 = 0$ b. $x + y + 9 = 0$

c. $x - y - 9 = 0$ d. $x - y + 9 = 0$

116. Cho tam giác ABC có đỉnh A(3; 2). Đường cao kẻ từ B có phương trình $x - y + 2 = 0$; đường trung tuyến xuất phát từ B có phương trình $2x - y + 8 = 0$. Tọa độ đỉnh C của tam giác là:

a. C(5; 10) b. C(–5; 10) c. C(5; –10) d. C(–5; –10)

117. Cho một tam giác ABC. Hai đường cao kẻ từ B và từ C của tam giác có phương trình $x + y - 1 = 0$ và $3x - y - 1 = 0$. Cạnh BC có phương trình $5x - y - 5 = 0$.

Đường cao kẻ từ đỉnh A có phương trình:

a. $x + 5y + 3 = 0$ b. $x + 5y - 3 = 0$

c. $x - 5y + 3 = 0$ d. $x - 5y - 3 = 0$

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

- Định nghĩa đường tròn (C) = {M(x; y) / IM = R}, trong đó I(a; b): Tâm của đường tròn, R: bán kính.
- Phương trình:

– Dạng thu gọn: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

– Dạng khai triển: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

trong đó $c = a^2 + b^2 - R^2$, ($R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ với $a^2 + b^2 - c > 0$)

Hoặc: $Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0$

Đưa về dạng thu gọn: $\left(x + \dfrac{B}{2A}\right)^2 + \left(y + \dfrac{C}{2A}\right)^2 = \dfrac{B^2 + C^2 - 4AD}{4A^2}$

Là phương trình đường tròn khi $B^2 + C^2 - 4AD > 0$

Lúc đó tâm $I\left(-\dfrac{B}{2A}; -\dfrac{C}{2A}\right)$, $R = \dfrac{\sqrt{B^2 + C^2 - 4AD}}{2A}$.

- Cho điểm $M(x_0; y_0)$. Phương tích của điểm M đối với đường tròn (C):

$\mathscr{P}M / (C) = (x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 - R^2$ nếu ở dạng thu gọn.

$= x_0^2 + y_0^2 - 2ax_0 - 2by_0 + c$ nếu ở dạng khai triển.

Biểu thức hình học: $\mathscr{P}M / (C) = IM^2 - R^2$

Nếu $\mathscr{P}M / (C) < 0$: điểm M ở trong đường tròn

$\mathscr{P}M / (C) > 0$: điểm M ở ngoài đường tròn

$\mathscr{P}M / (C) = 0$: điểm M ở trên đường tròn (hoặc $M \in (C)$)

- Trục đẳng phương của hai đường tròn (C_1), (C_2).

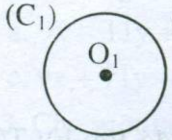
(C_1): $x^2 + y^2 - 2a_1x - 2b_1y + c_1 = 0$

(C_2): $x^2 + y^2 - 2a_2x - 2b_2y + c_2 = 0$

Trục đẳng phương là tập hợp những điểm cùng phương tích đối với cả hai đường tròn (C_1) và (C_2). Đó là một đường thẳng có phương trình:

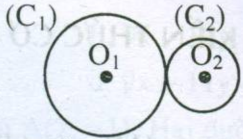
(Δ): $2(a_1 - a_2)x - 2(b_1 - b_2)y + c_1 - c_2 = 0$

- Vị trí tương đối của hai đường tròn (C_1), (C_2):



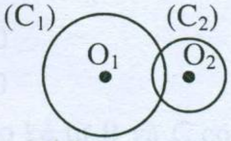
Ngoài nhau

- $O_1O_2 > R_1 + R_2$
- Có 4 tiếp tuyến chung



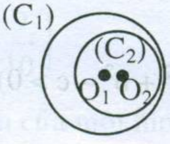
Tiếp xúc ngoài

- $O_1O_2 = R_1 + R_2$
- Có 3 tiếp tuyến chung



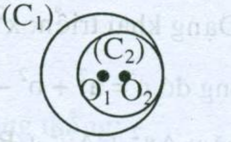
Cắt nhau

- $O_1O_2 < R_1 + R_2$
- Có 2 tiếp tuyến chung



Trong nhau

- $O_1O_2 < R_1 - R_2$
- Không có tiếp tuyến chung



Tiếp xúc trong nhau

- $O_1O_2 = R_1 - R_2$
- Có 1 tiếp tuyến chung

- Tiếp tuyến của đường tròn (C):

– Tại điểm $M_0(x_0; y_0) \in (C)$. $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$

$\Leftrightarrow (x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) - R^2 = 0$ Nếu phương trình (C) ở dạng thu gọn.

$x_0x + y_0y - a(x_0 + x) - b(y_0 + y) + c = 0$ Nếu phương trình (C) ở dạng khai triển.

– Qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ ở ngoài (C):

Xét đường thẳng (d): $kx - y + y_0 - kx_0 = 0$

(d) là tiếp tuyến khi khoảng cách từ tâm I của (C) đến (d) bằng R:

$$\frac{|ak - b + y_0 - kx_0|}{\sqrt{k^2 + 1}} = R$$

Giải tìm k để có phương trình tiếp tuyến.

Lưu ý: Khi giải phương trình $\frac{|ak - b + y_0 - kx_0|}{\sqrt{k^2 + 1}} = R$, nói chung ta tìm được 2 nghiệm k. Còn nói riêng, nếu chỉ thấy một nghiệm k, thì tiếp tuyến thứ hai sẽ là một đường thẳng song song với trục Oy. Lúc đó, nhờ hình vẽ thêm, sẽ thấy phương trình của đường tiếp tuyến thứ hai.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VỀ ĐƯỜNG TRÒN

118. Đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 = 0$ có tâm và bán kính là:

a. $I(-3; 2), R = 6$ b. $I(3; 2), R = 5$

c. $I(3; -2), R = 6$ d. $I(-3; -2), R = 5$

119. Đường tròn (C) có phương trình $3x^2 + 3y^2 + 6x - 4y - 1 = 0$. Tâm và bán kính của (C) là:

a. $I\left(1; -\frac{2}{3}\right), R = \frac{4}{3}$ b. $I\left(-1; \frac{2}{3}\right), R = \frac{4}{3}$

c. $I\left(1; -\frac{3}{2}\right), R = \frac{3}{4}$ d. $I\left(1; \frac{3}{2}\right), R = \frac{3}{4}$

120. Tìm kết luận sai trong (a), (b), (c), (d).

a. Đường tròn $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - \frac{5}{2} = 0$ có tâm $I(2; -1), R = \frac{5}{2}$

b. Đường tròn $x^2 + y^2 - x + 3y + \frac{1}{2} = 0$ có tâm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), R = \sqrt{2}$

c. Đường $4x^2 + 4y^2 - 16x + 12y + 32 = 0$ là đường tròn có tâm $I\left(2; -\frac{3}{2}\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

d. Đường $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 6 = 0$ không phải là đường tròn.

121. Cho hai điểm A(1; 2), B(−2; 3). Tập hợp những điểm M(x; y) sao cho $AM^2 + BM^2 = 30$ là một đường tròn có phương trình:

a. $x^2 + y^2 + x + 5y + 6 = 0$

b. $x^2 + y^2 - x + 5y - 6 = 0$

c. $x^2 + y^2 - x - 5y + 6 = 0$

d. $x^2 + y^2 + x - 5y - 6 = 0$

122. Cho hai điểm A(2; 1), B(−3; 5). Tập hợp những điểm M(x; y) sao cho $3MA^2 - 2MB^2 = 25$ là một đường tròn. Phương trình đường tròn đó là:

a. $x^2 + y^2 - 24x - 14y - 78 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 24x + 14y - 78 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 24x - 14y - 78 = 0$

d. $x^2 + y^2 + 24x + 14y - 78 = 0$

123. (C) là đường tròn tâm I(–1; 2) và tiếp xúc với đường thẳng $x - 2y + 7 = 0$ (C) có phương trình:

a. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 15 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 15 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 15 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 15 = 0$

124. Đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$. Tìm kết luận sai trong bốn câu trả lời sau:

a. Điểm A(–2; 3) ở bên trong (C)

b. Điểm B(3; –2) ở bên ngoài (C)

c. Điểm C(1; 5) ở trên đường tròn (C)

d. Ba câu trả lời trên đều sai.

125. Cho tam giác ABC: A(1; 3), B(5; 6), C(7; 0). Đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC có phương trình:

a. $x^2 + y^2 + 9x - 5y + 14 = 0$

b. $x^2 + y^2 + 9x + 5y + 14 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 9x + 5y + 14 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 9x - 5y + 14 = 0$

126. Đường tròn qua ba điểm A(1; 3), B(1; –1), C(2; 0) có phương trình:

a. $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 2y + 4 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0$

d. $x^2 + y^2 + 2y + 4 = 0$

127. Cho tam giác ABC có A(–2; 4), B(5; 5), C(6; –2). Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình:

a. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$

b. $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 20 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

128. Đường tròn (C) tiếp xúc với trục Ox tại A(6; 0) và đi qua điểm B(9; 9) có phương trình:

a. $x^2 + y^2 + 12x + 10y + 36 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 12x - 10y + 36 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 12x + 10y + 36 = 0$

d. $x^2 + y^2 + 12x - 10y + 36 = 0$

129. Có hai đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng $2x - y - 4 = 0$. Một trong hai đường tròn ấy có phương trình:

a. $x^2 + y^2 + 8x - 8y + 16 = 0$

b. $x^2 + y^2 + 8x + 8y + 16 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 8x + 8y + 16 = 0$

130. Đường tròn (C) tiếp xúc với hai trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng $3x - 5y - 8 = 0$ có phương trình:

a. $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$ hay $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

b. $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$ hay $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$

c. $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$ hay $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$

d. $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$ hay $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

131. Cho họ đường thẳng (d_m): $(1 - m^2)x + 2my + m^2 - 4m + 1 = 0$. Khi tham số m thay đổi, (d_m) luôn tiếp xúc với 1 đường tròn cố định (C). Phương trình của (C) là:

a. $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ b. $x^2 + (y - 1)^2 = 1$

c. $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ d. $(x - 2)^2 + y^2 = 1$

132. Một đường tròn (C) đi qua gốc tọa độ và có tâm I(–3; 4). Phương trình của (C) là:

a. $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ b. $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$

c. $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$ d. $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$

133. Đường tròn (C) đi qua điểm M(1; 2) và tiếp xúc với đường thẳng $3x - 4y + 2 = 0$ tại điểm N(–2; –1) có phương trình:

a. $(x + 11)^2 + (y - 11)^2 = 225$

b. $(x + 11)^2 + (y + 11)^2 = 225$

c. $(x - 11)^2 + (y + 11)^2 = 225$

d. $(x - 11)^2 + (y - 11)^2 = 225$

134. Đường tròn (C) đi qua điểm A(5; 3) và tiếp xúc với đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$ tại điểm B(1; –1) có phương trình:

a. $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 2 = 0$

b. $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 2 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 2 = 0$

135. Đường tròn (C) đi qua hai điểm A(4; 3), B(–2; 1) và có tâm nằm trên đường thẳng $x + 2y + 5 = 0$ có phương trình:

a. $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 25 = 0$ b. $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 25 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 25 = 0$ d. $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25 = 0$

136. Gọi (T) là đường tròn đi qua điểm A(4; 2) và tiếp xúc với hai đường thẳng (d_1): $x - 3y + 18 = 0$, (d_2): $x - 3y - 2 = 0$. Phương trình của (T) là:

a. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 10$ hay $\left(x - \frac{29}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{5}\right)^2 = 10$

b. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 10$ hay $\left(x - \frac{29}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{23}{5}\right)^2 = 10$

c. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 10$ hay $\left(x + \frac{29}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{5}\right)^2 = 10$

d. $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 10$ hay $\left(x + \frac{29}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{23}{5}\right)^2 = 10$

137. Gọi (C) là đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $2x + y = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng (d_1): $4x - 3y + 10 = 0$, (d_2): $4x - 3y - 30 = 0$. Phương trình của (C):

a. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$

b. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$

c. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$

d. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$

138. Gọi (T) là đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $x - 5 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng (d_1): $3x - y + 3 = 0$, (d_2): $x - 3y + 9 = 0$. Phương trình của (T):

a. $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 40$ hay $(x + 5)^2 + (y - 8)^2 = 10$

b. $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 40$ hay $(x - 5)^2 + (y - 8)^2 = 10$

c. $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 40$ hay $(x - 5)^2 + (y + 8)^2 = 10$

d. $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 40$ hay $(x + 5)^2 + (y + 8)^2 = 10$

139. (C) là một đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $4x + 3y - 2 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng: (d_1): $x + y + 4 = 0$, (d_2): $7x - y + 4 = 0$. Phương trình của (C) là:

a. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$ hay $(x + 4)^2 + (y + 6)^2 = 18$

b. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$ hay $(x - 4)^2 + (y + 6)^2 = 18$

c. $(x-2)^2+(y+2)^2=8$ hay $(x+4)^2+(y-6)^2=18$

d. $(x+2)^2+(y+2)^2=8$ hay $(x-4)^2+(y-6)^2=18$

140. Cho họ đường cong (C_m): $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0$. Có hai giá trị của tham số m để (C_m) là đường tròn có bán kính $R=\sqrt{10}$ là:

a. $m=1$ hay $m=-3$	b. $m=2$ hay $m=-1$
c. $m=0$ hay $m=3$	d. $m=0$ hay $m=-2$

141. Cho họ đường tròn (C_m): $x^2+y^2+2mx-2(m+1)y-4m-4=0$. Có một đường tròn thuộc họ (C_m) có bán kính nhỏ nhất, đó là đường tròn có phương trình:

a. $x^2+y^2+3x-y+2=0$

b. $x^2+y^2+3x-y-2=0$

c. $x^2+y^2-3x+y+2=0$

d. $x^2+y^2-3x+y-2=0$

142. Đường thẳng $x-7y+10=0$ cắt đường tròn $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ theo một dây cung AB. Độ dài của dây AB là:

a. $AB=2\sqrt{5}$	b. $AB=5\sqrt{2}$	c. $AB=2\sqrt{3}$	d. $AB=3\sqrt{2}$

143. Đường thẳng $3x-4y+9=0$ cắt đường tròn $x^2+y^2-9x-5y+14=0$ theo một dây cung AB. Độ dài của dây cung là:

a. $AB=3$	b. $AB=4$	c. $AB=5$	d. $AB=6$

144. Cho đường tròn (C): $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ và đường thẳng (d): $Ax+By+C=0$. Tìm câu sai:

a. (d) cắt (C) khi $\dfrac{|A.a+B.b+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}<R$

b. (d) đi qua tâm của (C) khi $Aa+Bb+C=0$

c. (d) tiếp xúc (C) khi $(Aa+Bb+C)^2=R^2(A^2+B^2)$

d. (d) không cắt (C) khi $Aa+Bb+C>R$

145. Cho họ đường thẳng (d_m): $x+(2-y)m-1=0$ và đường tròn (C): $x^2+y^2+2y-4=0$. Tìm kết luận đúng:

a. Khi $-\dfrac{1}{2}<m<2$ thì (d_m) không cắt (C)

b. Khi $m=2$ thì (d_m) đi qua tâm của (C)

c. Khi $m<-\dfrac{1}{2}$ hay $m>2$ thì (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt

d. Khi $m=\dfrac{1}{3}$ thì (d_m) đi qua tâm của (C)

146. Câu nào đúng:

a. Hai đường tròn $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$ và $x^2 + y^2 - x - 5y + 4 = 0$ tiếp xúc ngoài nhau.

b. Hai đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ và $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$ không cắt nhau.

c. Hai đường tròn $x^2 + y^2 - 16x - 4 = 0$ và $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$ tiếp xúc nhau.

d. Hai đường tròn $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ và $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 28 = 0$ không cắt nhau.

147. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$, (C_2): $x^2 + y^2 - x - 7y - 18 = 0$. (C_1), (C_2) cắt nhau tại A, B. Tọa độ của A, B là:

a. A(1; 2), B(6; –3)

b. A(1; –2), B(6; 3)

c. A(–1; 2), B(–6; 3)

d. A(2; –1), B(–6; –3)

148. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$, (C_2): $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$. Hãy chọn lấy câu đúng:

a. (C_1) không cắt (C_2)

b. (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2)

c. (C_1) cắt (C_2)

d. (C_1) tiếp xúc trong với (C_2)

149. Cho họ đường tròn (C_m): $x^2 + y^2 + 2mx - 4my + 5m^2 - 1 = 0$. Trong bốn kết luận sau, kết luận nào là sai:

a. Tập hợp tâm I của (C_m) là đường thẳng $2x + y = 0$.

b. $\forall m$, (C_m) luôn luôn là đường tròn.

c. $\forall m$, (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

d. Khi $|m| < 1$, (C_m) cắt trục Oy tại hai điểm phân biệt.

150. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$ và họ đường tròn (C_m): $x^2 + y^2 + mx - my - 2m^2 - 1 = 0$. Để (C_m) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thì điều kiện cho tham số m là:

a. $|m| < 1, m \neq 0$

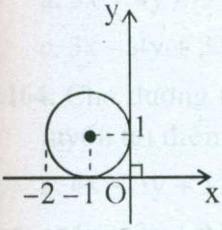
b. $|m| < \dfrac{\sqrt{3}}{2}, m \neq 0$

c. $|m| < \dfrac{\sqrt{2}}{2}, m \neq 0$

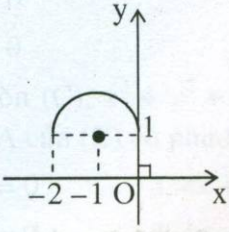
d. $\forall m \in R, m \neq 0$

151. Hãy chọn hình nào là hình biểu diễn của đường có phương trình:

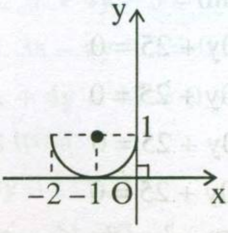
$y = 1 + \sqrt{-2x - x^2}$



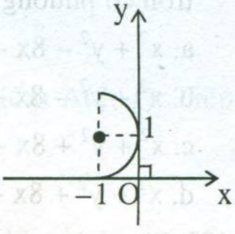
(a)



(b)



(c)



(d)

152. Bất phương trình: $\sqrt{2x - x^2} > x - 1$ có nghiệm là:

a. $1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2} < x < 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

b. $1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2} < x \le 1$

c. $0 \le x < 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

d. $1 \le x < 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

153. Phương trình $4x^3 - 3x = \sqrt{1 - x^2}$ có số nghiệm là:

a. 4 nghiệm b. 3 nghiệm c. 2 nghiệm d. 1 nghiệm

154. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - x - 6y + 8 = 0$ và (C_2): $x^2 + y^2 - 2mx - 1 = 0$. Câu nào là câu sai trong bốn câu sau:

a. Khi $m < -\dfrac{11}{2}$ hay $m > 2$: (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm phân biệt.

b. Trục đẳng phương của (C_1) và (C_2) luôn đi qua một điểm cố định.

c. Khi $m = 2$: (C_1) tiếp xúc trong với (C_2).

d. Khi $m = -\dfrac{11}{2}$: (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2).

155. Cho họ đường tròn (C_m): $x^2 + y^2 + 2(2m - 1)x + 2(m - 1)y - 16m - 3 = 0$. Có một đường thẳng là trục đẳng phương cho tất cả các đường tròn thuộc họ (C_m). Đường thẳng đó có phương trình:

a. $2x - y - 8 = 0$

b. $2x + y - 8 = 0$

c. $2x - y + 8 = 0$

d. $2x + y + 8 = 0$

156. Tất cả các đường tròn của họ đường tròn

(C_m): $x^2 + y^2 - 2mx - 2(m + 1)y + 2m - 1 = 0$

đều có chung một trục đẳng phương cố định. Đó là đường thẳng:

a. $x - y - 1 = 0$

b. $x - y + 1 = 0$

c. $x + y - 1 = 0$

d. $x + y + 1 = 0$

157. Cho họ đường tròn (C_m): $x^2 + y^2 - 2(m + 1)x - 2(m + 2)y + 6m + 7 = 0$. Duy nhất một đường tròn của họ (C_m) tiếp xúc với trục Oy. Đó là đường tròn có phương trình:

a. $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 25 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 25 = 0$

d. $x^2 + y^2 + 8x + 10y + 25 = 0$

158. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 6x - 2y = 0$ và đường thẳng (d): $x + 3y + 2 = 0$. Có hai tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng (d), đó là:

a. $x + 3y + 6 = 0$ và $x + 3y - 6 = 0$

b. $x + 3y + 8 = 0$ và $x + 3y - 8 = 0$

c. $x + 3y + 10 = 0$ và $x + 3y - 10 = 0$

d. $x + 3y + 12 = 0$ và $x + 3y - 12 = 0$

159. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ và họ đường thẳng (d_m): $x + (m - 1)y + m = 0$. (d_m) trở thành tiếp tuyến của (C) khi:

a. $m = -1$ hay $m = 3$

b. $m = 1$ hay $m = -3$

c. $m = 2$ hay $m = -2$

d. không có giá trị nào của m.

160. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ và đường thẳng (d): $12x + 5y - 1 = 0$. Có hai tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng (d). Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $5x - 12y - 29 = 0$ b. $5x - 12y + 29 = 0$

c. $5x - 12y - 31 = 0$ d. $5x - 12y + 31 = 0$

161. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$ và đường thẳng (d): $5x + 12y - 6 = 0$. Có hai tiếp tuyến của (C) song song với (d). Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $5x + 12y + 9 = 0$ b. $5x + 12y - 9 = 0$

c. $5x + 12y + 11 = 0$ d. $5x + 12y - 11 = 0$

162. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ và đường thẳng (d): $3x - y + 6 = 0$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng vuông góc với (d). Một trong hai tiếp tuyến có phương trình:

a. $x + 3y - 6 = 0$ b. $x + 3y - 8 = 0$

c. $x + 3y - 10 = 0$ d. $x + 3y - 12 = 0$

163. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ và điểm M(–1; 0). Tiếp tuyến tại điểm M của (C) có phương trình:

a. $3x + 4y + 3 = 0$ b. $3x + 4y - 3 = 0$

c. $3x - 4y + 3 = 0$ d. $3x - 4y - 3 = 0$

164. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$ và điểm A(2; 1). Tiếp tuyến tại điểm A của (C) có phương trình:

a. $4x + 3y + 11 = 0$ b. $4x + 3y - 11 = 0$

c. $4x - 3y + 11 = 0$ d. $4x - 3y - 11 = 0$

165. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm A(1; 3). Kết luận nào là đúng:

a. Qua điểm A, chỉ có một tiếp tuyến của (C) là đường thẳng:

$$3x - 4y - 15 = 0$$

b. Qua điểm A không vẽ được tiếp tuyến nào.

c. Có một tiếp tuyến là $3x + 4y - 15 = 0$, còn một tiếp tuyến song song với trục Oy.

d. Có một tiếp tuyến là $4x + 3y - 15 = 0$, còn một tiếp tuyến song song với trục Ox.

166. Cho 3 đường tròn: (C_1): $x^2 + y^2 - 1 = 0$, (C_2): $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$, (C_3): $5x^2 + 5y^2 - 16x + 12y - 25 = 0$

Hãy phát hiện câu nào sai:

a. (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau.

b. (C_1) và (C_3) tiếp xúc nhau.

c. (C_2) và (C_3) tiếp xúc nhau.

d. (C_2) và (C_3) có bán kính bằng nhau.

167. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$,

(C_2): $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0$.

Hãy tìm xem trong bốn câu trả lời sau, câu nào là câu sai:

a. (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài nhau

b. Có một tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) là đường thẳng $x - 3 = 0$

c. Hai tiếp tuyến chung ngoài của (C_1) và (C_2) đều đi qua điểm M(7; 1)

d. Hai tiếp tuyến chung ngoài của (C_1) và (C_2) đều đi qua điểm N(3; 1)

168. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$

(C_2): $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$

Hãy chọn kết luận đúng:

a. (C_1) và (C_2) có 4 tiếp tuyến chung.

b. (C_1) và (C_2) có 3 tiếp tuyến chung.

c. (C_1) và (C_2) có 2 tiếp tuyến chung.

d. (C_1) và (C_2) không có tiếp tuyến chung nào.

169. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$,

(C_2): $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 44 = 0$.

(C_1) và (C_2) có hai tiếp tuyến chung trong và hai tiếp tuyến chung ngoài.

Hãy tìm kết luận đúng:

a. $x - 5 = 0$ và $y - 2 = 0$ là hai tiếp tuyến chung trong.

b. $x + 5 = 0$ và $y\ 2 = 0$ là hai tiếp tuyến chung trong.

c. $x - 2 = 0$ và $y - 5 = 0$ là hai tiếp tuyến chung trong.

d. Cả ba kết luận trên đều sai.

170. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$,

(C_2): $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$.

Hãy chọn kết luận đúng:

a. (C_1) và (C_2) có 2 tiếp tuyến chung.

b. (C_1) và (C_2) có 3 tiếp tuyến chung.

c. (C_1) và (C_2) có 4 tiếp tuyến chung.

d. (C_1) và (C_2) chỉ có 1 tiếp tuyến chung.

171. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$ và họ đường cong:

(C_m): $x^2 + y^2 - 2(m + 1)x + 4my - 5 = 0$.

Tìm kết luận sai:

a. $\forall m$, (C_m) luôn là đường tròn.

b. Tâm của (C_m) luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

c. (C_m) luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

d. Khi $m = -1$ thì (C_m) tiếp xúc (C).

172. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$ và họ đường tròn:

(C_m): $x^2 + y^2 - 2(m - 1)x - 2my - 3 = 0$.

Hãy tìm kết luận đúng:

a. Có hai đường tròn của họ (C_m) tiếp xúc với đường tròn (C).

b. Có ba đường tròn của họ (C_m) tiếp xúc với đường tròn (C).

c. Chỉ có 1 đường tròn (C_m) tiếp xúc (C).

d. $\forall m$, (C_m) luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

173. Cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ và họ đường thẳng (d_m): $2x - y + m^2 - 3m = 0$.

Có hai giá trị của m để (C) cắt (d_m) theo một dây cung dài 4 đơn vị chiều dài. Các giá trị đó là:

a. $m = -1$ hay $m = 4$

b. $m = -4$ hay $m = 1$

c. $m = -2$ hay $m = 3$

d. $m = -3$ hay $m = 2$

174. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ và đường thẳng (d): $4x + 3y - 5 = 0$. Có hai đường thẳng song song với (d), cùng bị (C) cắt theo một dây cung dài bằng 4 đơn vị chiều dài. Hai đường thẳng đó có phương trình:

a. $4x + 3y - 3 = 0$, $4x + 3y + 7 = 0$

b. $4x + 3y + 3 = 0$, $4x + 3y - 7 = 0$

c. $4x + 3y - 3 = 0$, $4x + 3y - 7 = 0$

d. $4x + 3y + 3 = 0$, $4x + 3y + 7 = 0$

175. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Từ điểm A(3; –2) có thể kẻ đến (C) hai tiếp tuyến phân biệt. Hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $2x + y + 8 = 0$, $x - 2y - 1 = 0$

b. $2x - y + 8 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$

c. $2x - y - 8 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$

d. $2x + y - 8 = 0$, $x - 2y + 1 = 0$

176. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$ và điểm M(0; –1). Hai tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) có phương trình:

a. $y + 2 = 0$, $12x + 5y - 5 = 0$

b. $y - 2 = 0$, $12x + 5y + 5 = 0$

c. $y + 1 = 0$, $12x - 5y - 5 = 0$

d. $y - 1 = 0$, $12x - 5y + 5 = 0$

177. Cho họ đường tròn (C_k): $x^2 + y^2 - 4kx - 2y + 4k = 0$. Các tính chất sau đây của họ (C_k), tính chất nào đúng?

a. ∀k, (C_k) luôn là đường tròn.

b. ∀k, các đường tròn thuộc họ (C_k) luôn cắt nhau tại hai điểm cố định.

c. ∀k, các đường tròn (C_k) luôn có một tiếp tuyến chung.

d. ∀k, tiếp tuyến chung của (C_k) luôn song song với trục Ox.

178. Cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$ và điểm A(2; 1). Hai tiếp tuyến kẻ từ A đến (C) tiếp xúc với (C) tại T_1, T_2. Đường thẳng nối hai tiếp điểm T_1T_2 có phương trình:

a. $x - 4y - 2 = 0$ b. $x - 4y + 2 = 0$

c. $x + 4y + 2 = 0$ d. $x + 4y - 2 = 0$

179. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$ và điểm A(0; 6). Hai tiếp tuyến vẽ từ A đến (C) tiếp xúc với (C) tại T_1, T_2. Đường thẳng T_1T_2 có phương trình:

a. $3x - 4y - 4 = 0$ b. $3x - 4y + 4 = 0$

c. $3x + 4y - 4 = 0$ d. $3x + 4y + 4 = 0$

180. Cho họ đường thẳng (d_α): $x \cos\alpha + y \sin\alpha - 1 - 2\cos\alpha = 0$. Khi α thay đổi, các đường thẳng của họ d_α luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định. Phương trình của đường tròn đó là:

a. $x^2 + y^2 + 4x - 2 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 4x - 3 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$

181. Cho họ đường thẳng (d_α): $x \cos\alpha + y \sin\alpha + \cos\alpha - 3\sin\alpha - 2 = 0$. Khi α thay đổi, các đường thẳng của họ (d_α) luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định. Đường tròn đó có phương trình:

a. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$

b. $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$

182. Cho hai điểm A(8; 0), B(0; 6). Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình:

a. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$

c. $x^2 + y^2 - x - y + \frac{1}{4} = 0$

d. $x^2 + y^2 - \frac{x}{2} - \frac{y}{2} + \frac{1}{8} = 0$

Chương IV. ELIP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM VỮNG

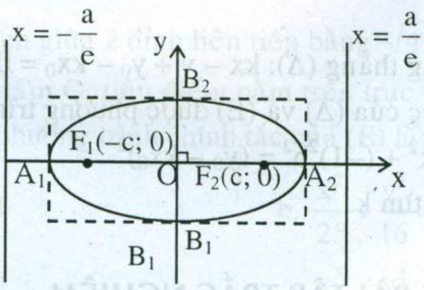
1. Định nghĩa elip: (E) = $\{M(x; y) / F_1M + F_2M = 2a\}$

Trong đó: • F_1, F_2 cố định gọi là tiêu điểm.

- 2a: số không đổi cho trước.
- $F_1F_2 = 2c$: tiêu cự, $a > c$.

2. Phương trình: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(b^2 = a^2 - c^2)$

3. Hình dạng và các phân tử hình học của một elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



- $a > b$: 2a : trục lớn, 2b : trục nhỏ.

$e = \frac{c}{a}$: tâm sai.

$A_1A_2B_1B_2$: 4 đỉnh.

Elip nằm "giới nội" một hình chữ nhật cơ sở mà phương trình 4 cạnh là $x = -a$, $x = a$, $y = -b$, $y = b$.

Với điểm $M(x; y) \in (E)$: $F_1M = a + \frac{c}{a}x$, $F_2M = a - \frac{c}{a}x$ là các bán kính qua tiêu điểm của (E).

$x = -\frac{a}{e} = -\frac{a^2}{c}$: đường chuẩn ứng với tiêu điểm bên trái.

$x = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c}$: đường chuẩn ứng với tiêu điểm bên phải.

- $a < b$: tiêu điểm nằm trên Oy. $F_1(0; c)$, $F_2(0; c)$

Lúc này $F_1M = b + \frac{c}{b}y$, $F_2M = b - \frac{c}{b}y$. Tâm sai $e = \frac{c}{b}$.

Đường chuẩn ứng với tiêu điểm F_1 : $y = -\frac{b^2}{c}$

Đường chuẩn ứng với tiêu điểm F_2 : $y = \frac{b^2}{c}$

4. Tiếp tuyến của elip:

- Tại điểm $M(x_0; y_0) \in (E)$: $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$
- Điều kiện để đường thẳng $Ax + By + C = 0$ tiếp xúc với elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ là $A^2a^2 + B^2b^2 = C^2$.
- Cách thành lập phương trình tiếp tuyến kẻ từ điểm $M_0(x_0; y_0)$ ở ngoài (E) đến (E).

1. Viết phương trình đường thẳng (Δ): $kx - y + y_0 - kx_0 = 0$
2. Dùng điều kiện tiếp xúc của (Δ) và (E) được phương trình:

$$a^2k^2 + (-1)^2b^2 = (y_0 - kx_0)^2$$

Giải phương trình này để tìm k.

B. CÁC BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM
CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN VỀ ELIP

183. Cho elip (E): $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$. Hãy chỉ ra câu nào sai:

a. (E) có trục nhỏ bằng 4

b. Tâm sai của (E): $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

c. (E) có tiêu điểm bên trái $F_1\left(-\sqrt{5};0\right)$

d. Đường chuẩn bên phải của (E): $x = \frac{4}{\sqrt{5}}$

184. Cho elip (E) có phương trình $25x^2 + 36y^2 = 900$. Hãy tìm kết luận sai:

a. Tiêu điểm bên phải $F_2(11; 0)$

b. Độ dài trục nhỏ bằng 10.

c. Hình chữ nhật cơ sở có diện tích 120 đơn vị diện tích.

d. Đường chuẩn bên trái $x = -\frac{36}{\sqrt{11}}$.

185. $9x^2 + 45y^2 = 405$ là phương trình của một elip (E). Hãy tìm câu sai:

a. Trục lớn của (E) bằng $6\sqrt{5}$.

b. Phương trình (E) có một cách viết khác là $\sqrt{5}y = \sqrt{45 - x^2}$.

c. Tâm sai $e = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

d. Tiêu điểm của (E): $F_1(-6; 0)$, $F_2(6; 0)$.

186. Elip (E): $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$. Câu nào là câu sai:

a. Tiêu cự của (E) bằng 6.

b. Tâm sai e = 0,6.

c. Đường chuẩn ứng với tiêu điểm bên phải $y = \dfrac{25}{3}$.

d. Khoảng cách giữa 2 đỉnh liên tiếp bằng $\sqrt{41}$.

187. Elip (E) có tâm O, tiêu điểm nằm trên trục Ox, trục lớn bằng 16, tiêu cự bằng $2\sqrt{15}$, phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ b. $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$

c. $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{25} = 1$ d. $\dfrac{x^2}{64} + \dfrac{y^2}{49} = 1$

188. Elip (E) có tâm O, tiêu điểm nằm trên Ox, có trục nhỏ bằng 6. (E) qua điểm A có tọa độ $A\left(-2\sqrt{5}; 2\right)$. Phương trình chính tắc của (E):

a. $\dfrac{x^2}{6} + \dfrac{y^2}{3} = 1$ b. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$

c. $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ d. $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$

189. Một elip (E) có tâm O, trục lớn nằm trên Ox và có độ dài bằng 8. (E) đi qua điểm B(2; −2). Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của (E):

a. $\dfrac{x^2}{16} + y^2 = 1$ b. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{2} = 1$

c. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ d. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{3y^2}{16} = 1$

190. Elip (E) có tâm O, hai trục đối xứng là hai trục tọa độ và đi qua hai điểm $M\left(4;-\sqrt{3}\right)$, $N\left(2\sqrt{2};-3\right)$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{16}=1$ b. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{15}=1$

c. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{10}=1$ d. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$

191. Một elip (E) có tâm O, hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. (E) đi qua hai điểm $M\left(-2\sqrt{3};\frac{3}{2}\right)$ và $N\left(2;-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$. (E) này có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$ b. $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$

c. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ d. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{6}=1$

192. Một elip (E) có mỗi đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc bằng 120^0. Tâm sai của elip này bằng:

a. $e=\frac{1}{2}$ b. $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$ c. $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$ d. $e=\frac{\sqrt{3}}{4}$

193. Một elip (E) có trục lớn dài gấp 3 lần trục nhỏ. Tâm sai e của elip này bằng:

a. $e=\frac{1}{3}$ b. $e=\frac{\sqrt{2}}{3}$ c. $e=\frac{\sqrt{3}}{3}$ d. $e=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

194. Một elip (E) có khoảng cách giữa 2 đỉnh kế tiếp nhau dài gấp 1,5 lần tiêu cự của nó. (E) này có tâm sai e bằng:

a. $e=\frac{\sqrt{5}}{5}$ b. $e=\frac{2}{5}$ c. $e=\frac{\sqrt{3}}{5}$ d. $e=\frac{\sqrt{2}}{5}$

195. Một elip (E) có tâm đối xứng O, hai trục tọa độ là hai trục đối xứng. Tiêu điểm của (E) nằm trên Ox, tiêu cự bằng 8. (E) đi qua điểm $M\left(\sqrt{15};-1\right)$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$ b. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

c. $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{4}=1$ d. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$

196. Một elip (E) có hai tiêu điểm nằm trên trục hoành, tâm đối xứng là gốc tọa độ O. (E) đi qua $N\left(2;-\frac{5}{3}\right)$ và có tâm sai $e=\frac{2}{3}$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ b. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

c. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$ d. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$

197. Một elip (E) có tâm O, tiêu điểm nằm trên trục Ox. Elip này có bán kính qua tiêu điểm trái của điểm M(8; 12) thuộc (E) có độ dài bằng 20. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{64}=1$ b. $\frac{x^2}{225}+\frac{y^2}{45}=1$

c. $\frac{x^2}{256}+\frac{y^2}{192}=1$ d. $\frac{x^2}{256}+\frac{y^2}{196}=1$

198. Một elip (E) có gốc tọa độ O là tâm đối xứng, tiêu điểm nằm trên Ox, khoảng cách giữa 2 tiêu điểm bằng 4, khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 5. (E) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ b. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

c. $\frac{x^2}{5}+y^2=1$ d. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

199. Elip (E) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ, tiêu điểm nằm trên trục Ox. (E) có tâm sai $e=\frac{3}{4}$, khoảng cách từ tâm đối xứng đến một đường chuẩn bằng $\frac{16}{3}$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$ b. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$

c. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ d. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

200. Một elip (E) có tâm đối xứng là gốc tọa độ O, tiêu điểm nằm trên trục Oy. (E) có tâm sai $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$, khoảng cách giữa 2 đường chuẩn là $8\sqrt{2}$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{16}=1$ b. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$

c. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{12}=1$ d. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{12}=1$

201. Elip (E) có tâm O, tiêu điểm nằm trên Ox. Khoảng cách giữa hai đường chuẩn 10, (E) đi qua $M\left(\sqrt{5};-2\right)$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{15}=1$ b. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{9}=1$

c. $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{9}=1$ d. $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{6}=1$

202. Một elip (E) có tâm O, một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm $M\left(\sqrt{3};-\frac{1}{2}\right)$. Phương trình chính tắc của elip này là:

a. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ b. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$

c. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ d. $\frac{x^2}{4}+2y^2=1$

203. Cho elip (E) có tâm sai $e=\frac{1}{\sqrt{5}}$, tâm đối xứng O, tiêu điểm nằm trên trục Ox khoảng cách giữa hai đỉnh liên tiếp bằng 3. Phương trình chính tắc của elip này là:

a. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ b. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

c. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ d. $\frac{x^2}{5}+y^2=1$

204. Cho một elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)$ và đi qua điểm M(2; 3). Không thành lập phương trình của (E), hãy chỉ rõ câu nào là sai:

a. (E) có trục lớn bằng 8.

b. (E) có trục nhỏ bằng $4\sqrt{3}$.

c. (E) có hai đường chuẩn là $x=\pm4$.

d. Điểm M(−2; −3) cũng thuộc (E).

205. Cho điểm A(4; 0) và đường thẳng (d): x – 16 = 0. Tập hợp những điểm M(x; y) sao cho khoảng cách AM bằng nửa khoảng cách từ M đến (d) là một elip. (E) này có phương trình:

a. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{49}=1$ b. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{48}=1$

c. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$ d. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{32}=1$

206. Cho điểm F(1; 0) và đường thẳng (d): x – 4 = 0. Tập hợp những điểm M(x; y) sao cho khoảng cách từ M đến (d) bằng hai lần MF là một elip. Phương trình của elip này:

a. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ b. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$

c. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ d. $\frac{x^2}{4}+2y^2=1$

207. Một elip (E) có tâm O, tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$. (E) nhận đường thẳng x – y – 3 = 0 làm một tiếp tuyến. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$ b. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

c. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ d. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1$

208. Một elip (E) có tâm đối xứng là gốc tọa độ O, tiêu điểm nằm trên trục Ox, tiêu cự bằng $2\sqrt{30}$. (E) nhận đường thẳng x + 6y + 20 = 0 làm một tiếp tuyến. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{30}=1$ b. $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{20}=1$

c. $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{10}=1$ d. $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{12}=1$

209. Cho elip (E) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ và điểm M(2; –3) ∈ (E). Tiếp tuyến của (E) tại điểm M có phương trình:

a. 4x + 8y + 32 = 0 b. 4x + 8y – 32 = 0

c. 4x – 8y + 32 = 0 d. 4x – 8y – 32 = 0

210. Cho elip $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ (E) và điểm $M\left(-3;\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)\in$ (E). Tiếp tuyến tại điểm M của elip (E) có phương trình:

a. $5x - 6\sqrt{3}y - 60 = 0$ b. $5x - 6\sqrt{3}y + 60 = 0$

c. $5x + 6\sqrt{3}y - 60 = 0$ d. $5x + 6\sqrt{3}y + 60 = 0$

211. Cho elip (E): $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{45} = 1$ và điểm $M\left(\sqrt{6};-6\right) \in E$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm M của (E) là:

a. $\sqrt{6}x + 4y - 30 = 0$ b. $\sqrt{6}x - 4y - 30 = 0$

c. $\sqrt{6}x + 4y + 30 = 0$ d. $\sqrt{6}x - 4y + 30 = 0$

212. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Phương trình đường tiếp tuyến tại điểm $M\left(2\sqrt{3};-\frac{3}{2}\right)$ thuộc elip (E) là:

a. $4x + 3\sqrt{3}y - 24 = 0$ b. $3\sqrt{3}x - 4y - 24 = 0$

c. $4x - 3\sqrt{3}y + 24 = 0$ d. $3\sqrt{3}x + 4y + 24 = 0$

213. Cho elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ và điểm $M\left(-3;\frac{8}{5}\right) \in (E)$. Phương trình đường tiếp tuyến tại M của (E) là:

a. $10x + 3y + 25 = 0$ b. $10x - 3y + 25 = 0$

c. $3x + 10y + 25 = 0$ d. $3x - 10y + 25 = 0$

214. Cho elip (E): $5x^2 + y^2 = 5$ và điểm A(–2; –1). Từ điểm A có thể kẻ tới (E) hai tiếp tuyến phân biệt. Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $2x + y + 3 = 0$ b. $2x + y - 3 = 0$

c. $2x - y + 3 = 0$ d. $2x - y - 3 = 0$

215. Cho elip (E) có phương trình $9x^2 + 25y^2 = 225$. Có hai tiếp tuyến của (E) cùng song song với đường thẳng $4x + 5y = 0$. Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $4x + 5y + 5 = 0$ b. $4x + 5y + 15 = 0$

c. $4x + 5y + 20 = 0$ d. $4x + 5y + 25 = 0$

216. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và đường thẳng (Δ) có hệ số góc bằng $\frac{1}{2}$. Một trong hai tiếp tuyến của (E) song song với Δ là:

a. $x - 2y + 2 = 0$ b. $x - 2y + 4 = 0$

c. $x - 2y + 6 = 0$ d. $x - 2y + 8 = 0$

217. Cho elip (E): $\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{28}=1$. Có hai tiếp tuyến của (E) cùng vuông góc với đường thẳng $2x - 3y + 5 = 0$. Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $3x + 2y + 20 = 0$ b. $3x + 2y + 18 = 0$

c. $3x + 2y + 16 = 0$ d. $3x + 2y + 12 = 0$

218. Đường thẳng (d): $x + 2y - 7 = 0$ cắt elip (E): $x^2 + 4y^2 = 25$ theo một dây cung AB. Độ dài của dây cung AB là:

a. $AB = \frac{2}{\sqrt{5}}$ b. $AB = \frac{\sqrt{5}}{2}$

c. $AB = \frac{3}{\sqrt{5}}$ d. $AB = \frac{\sqrt{5}}{3}$

219. Tiếp tuyến tại điểm M(4; 3) thuộc elip $\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{18}=1$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng:

a. $S = 12$ b. $S = 16$ c. $S = 18$ d. $S = 24$

220. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$ và hai điểm A(–5; 1), B(–1; 1). Có hai tiếp tuyến của elip (E) cùng song song với đường thẳng AB. Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $x - 2y + 4 = 0$ b. $x - 2y + 6 = 0$

c. $2x - y + 4 = 0$ d. $2x - y + 6 = 0$

221. Từ điểm M(–5; 4) có thể kẻ đến elip (E): $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ hai tiếp tuyến phân biệt, gọi các tiếp điểm của hai tiếp tuyến này với elip là T_1, T_2. Đường thẳng đi qua 2 tiếp điểm T_1, T_2 có phương trình:

a. $4x - 5y - 20 = 0$ b. $4x - 5y + 20 = 0$

c. $4x + 5y - 20 = 0$ d. $4x + 5y + 20 = 0$

222. Cho elip (E): $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$ và điểm M(6; –4). Từ M có thể kẻ đến (E) hai tiếp tuyến phân biệt. Hai tiếp tuyến này tiếp xúc với (E) tại T_1, T_2. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng T_1T_2 bằng:

a. $\frac{6}{\sqrt{5}}$ b. $\frac{8}{\sqrt{5}}$ c. $\frac{10}{\sqrt{5}}$ d. $\frac{12}{\sqrt{5}}$

223. Một elip có tâm O, tiêu điểm nằm trên Ox, tiêu cự bằng 4. Elip này tiếp xúc với đường thẳng x – 2y – 3 = 0. Phương trình chính tắc của elip:

a. $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ b. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$

c. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ d. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

224. Một elip có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. Elip này nhận hai đường thẳng $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$ và $x - \sqrt{3}y + 4\sqrt{2} = 0$ làm 2 tiếp tuyến. Phương trình chính tắc của elip:

a. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$ b. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$

c. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{10} = 1$ d. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{2} = 1$

225. Hai đường thẳng 3x – 2y + 20 = 0 và x + 6y – 20 = 0 đồng thời là tiếp tuyến của một elip (E) mà trục đối xứng là hai trục tọa độ Ox, Oy. Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{20} = 1$ b. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{10} = 1$

c. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{40} = 1$ d. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$

226. Cho elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Một điểm M ∈ (E) sao cho $F_1M = 2F_2M$. Điểm M sẽ có hoành độ bằng:

a. $\frac{5}{3}$ b. $\frac{25}{9}$ c. $\frac{4}{3}$ d. $\frac{16}{9}$

227. Cho elip (E): $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ và điểm M(1; –1). Một đường thẳng (d) đi qua M, cắt elip (E) tại A và B sao cho M là trung điểm của đoạn AB. Đường thẳng (d) có phương trình:

a. 4x – 5y + 9 = 0 b. 4x – 5y – 9 = 0

c. 4x + 5y + 9 = 0 d. 4x + 5y – 9 = 0

228. Cho elip (E) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và điểm M(1; 1). Đường thẳng (d) đi qua M cắt (E) tại A và B sao cho M là trung điểm của đoạn AB. Phương trình của đường thẳng (d) là:

a. $4x + 9y - 13 = 0$ b. $4x + 9y + 13 = 0$
c. $4x - 9y - 13 = 0$ d. $4x - 9y + 13 = 0$

229. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. Một điểm $M \in (E)$ sao cho $F_1M = 0,75.F_2M$, tung độ của điểm M là:

a. $\pm\frac{7}{6}\sqrt{15}$ b. $\pm\frac{6}{7}\sqrt{15}$ c. $\pm\frac{15}{7}\sqrt{6}$ d. $\pm\frac{15}{6}\sqrt{7}$

230. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và đường thẳng (d): $x - 2y + 4 = 0$. (E) cắt (d) tại hai điểm A, B. Tọa độ của A, B là:

a. A(3; 2), B(0; 4) b. A(3; −2), B(0; −4)
c. A(2; 3), B(−4; 0) d. A(−2; 3), B(4; 0)

231. Cho họ đường thẳng $x\cos\varphi + y\sin\varphi + \sqrt{4 + \cos^2\varphi} = 0$ với φ là tham số. Khi φ thay đổi, họ đường thẳng này luôn tiếp xúc với một elip (E) cố định. Phương trình của elip (E) này là:

a. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ b. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$
c. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ d. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

232. Cho họ đường thẳng (Δt): $3x.\cos t - 4y.\sin t - \sqrt{5 + \cos 2t} = 0$ trong đó t là tham số. Khi t thay đổi, (Δt) luôn luôn tiếp xúc với một elip (E) cố định. Đó là elip có phương trình:

a. $\frac{x^2}{2} + 4y^2 = 1$ b. $4x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$
c. $\frac{x^2}{4} + 2y^2 = 1$ d. $\frac{x^2}{2} + 2y^2 = 1$

233. Cho elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. M(x; y) là một điểm bất kỳ thuộc (E). Khi M thay đổi trên elip, thì giá trị của biểu thức $A = F_1M.F_2M + OM^2$ không đổi và bằng:

a. $a^2 + c^2$ b. $a^2 - c^2$ c. $a^2 + b^2$ d. $a^2 - b^2$

234. Cho elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Có hai điểm A, B đều thuộc elip. Khi hai điểm này thay đổi sao cho OAB luôn là tam giác vuông tại O. Biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ không đổi và có giá trị bằng:

a. $\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$ b. $\frac{1}{b^2}+\frac{1}{a^2}$

c. $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}$ d. Cả ba giá trị trên đều sai

235. Cho một elip (E): $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$. Tích số các khoảng cách từ hai tiêu điểm của (E) đến một tiếp tuyến bất kỳ của (E) là một hằng số. Hằng số này bằng:

a. 5 b. 20 c. 4 d. 9

236. Cho elip (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ và một điểm M(x; y) ∈ (E). Hãy chỉ ra trong bốn hệ thức sau, hệ thức nào là đúng?

a. $(F_1M - F_2M)^2 = 4(OM^2 - a^2)$

b. $(F_1M + F_2M)^2 = 4(OM^2 + a^2)$

c. $(F_1M - F_2M)^2 = 4(OM^2 - b^2)$

d. $(F_1M + F_2M)^2 = 4(OM^2 + b^2)$

237. Cho elip (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ và hai điểm M(–a; m), N(a; n). Để đường thẳng MN tiếp xúc với (E), thì điều kiện cần và đủ là:

a. $m \cdot n = a^2$ b. $m \cdot n = b^2$

c. $m \cdot n = a \cdot b$ d. $m \cdot n = a^2 \cdot b^2$

Điều kiện nào đúng?

238. Khi điểm M(x; y) chạy trên elip (E): $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ thì giá trị lớn nhất có thể đạt được của biểu thức $A = 2x - y - 2$ là:

a. A = 3 b. A = 5 c. A = 6 d. A = 7

239. Khi điểm M(x; y) chạy trên elip (E) : $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ thì giá trị nhỏ nhất có thể đạt được của biểu thức $P = 2x + 3y + 6$ là:

a. P = 4 b. P = 3 c. P = 2 d. P = 1

Chương V. HYPERBOL

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM VỮNG

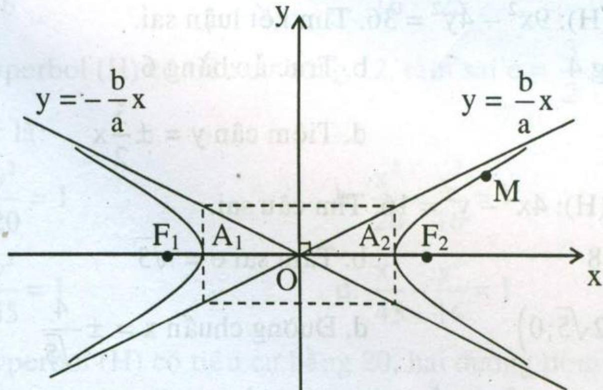
1. Định nghĩa hyperbol: $(H) = \left\{M(x;y)/\left|F_1M - F_2M\right| = 2a\right\}$.

Trong đó F_1, F_2 là hai tiêu điểm, $F_1F_2 = 2c$: tiêu cự $(c > a > 0)$

2. Phương trình chính tắc: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(b^2 = c^2 - a^2)$

- 2a : trục thực, 2b : trục ảo
- Tiêu điểm $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$. Tâm sai $e = \dfrac{c}{a}$.
- Đỉnh $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$.

3. Hình dạng – Các phần tử hình học:



- Hình chữ nhật cơ sở có phương trình 4 cạnh: $x = \pm a$, $y = \pm b$
- Hai đường tiệm cận: $y = \pm\dfrac{b}{a}x$
- Nếu điểm $M(x; y) \in (H)$ thì F_1M: bán kính qua tiêu trái, F_2M: bán kính qua tiêu phải

  $M(x; y)$ thuộc nhánh bên phải: $F_1M = ex + a$, $F_2M = ex - a$

  $M(x; y)$ thuộc nhánh bên trái: $F_1M = -ex - a$, $F_2M = -ex + a$
- Đường chuẩn ứng với tiêu điểm $F_1(-c; 0)$: $x = -\dfrac{a}{e} = -\dfrac{a^2}{c}$
- Đường chuẩn ứng với tiêu điểm $F_2(c; 0)$: $x = \dfrac{a}{e} = \dfrac{a^2}{c}$

4. Phương trình tiếp tuyến:

- Tại điểm $M(x_0; y_0) \in (H)$: $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{a^2} = 1$

- Điều kiện cần và đủ để đường thẳng $Ax + By + C = 0$ tiếp xúc với hyperbol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ là: $A^2a^2 - B^2b^2 = C^2$.

Áp dụng để viết phương trình tiếp tuyến kẻ từ điểm $M(x_0; y_0)$ không thuộc hyperbol (H):

– Viết phương trình đường thẳng (Δ): $kx - y + y_0 - kx_0 = 0$

– (Δ) tiếp xúc (H) khi và chỉ khi $a^2.k^2 - 1^2.b^2 = (y_0 - kx_0)^2$

Giải phương trình này để tìm k, từ đó viết được phương trình tiếp tuyến.

B. CÁC BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VỀ HYPERBOL

240. Cho hyperbol (H): $9x^2 - 4y^2 = 36$. Tìm kết luận sai.

a. Trục thực bằng 4

b. Trục ảo bằng 6

c. Tâm sai $e = \frac{3}{2}$

d. Tiệm cận $y = \pm\frac{3}{2}x$

241. Cho hyperbol (H): $4x^2 - y^2 = 16$. Tìm câu sai.

a. Trục ảo bằng 8

b. Tâm sai $e = \sqrt{5}$

c. Tiêu điểm $\left(\pm 2\sqrt{5}; 0\right)$

d. Đường chuẩn $x = \pm\frac{4}{\sqrt{5}}$

242. Cho hyperbol (H): $4x^2 - 5y^2 - 20 = 0$. Tìm đáp số sai.

a. Trục thực bằng $2\sqrt{5}$

b. Tiêu điểm $(\pm 3; 0)$

c. Tiệm cận $4x \pm 5y = 0$

d. Đỉnh $\left(\pm\sqrt{5}; 0\right)$

243. Cho hyperbol (H): $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$. Tìm xem câu nào sai.

a. Trục thực bằng 8

b. Tiêu cự bằng 10

c. Tiệm cận $4x \pm 3y = 0$

d. Đường chuẩn $x = \pm\frac{16}{5}$

244. Cho hyperbol (H): $25x^2 - 16y^2 = 400$. Phát hiện xem câu nào sai.

a. Trục ảo bằng 10

b. Tâm sai $e = \frac{\sqrt{41}}{4}$

c. Đường chuẩn $x = \pm\dfrac{25}{\sqrt{41}}$

d. Hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng 80 (đơn vị diện tích)

245. Cho hyperbol (H): $64x^2 - 169y^2 = 10816$. Câu nào là câu sai.

a. Tiệm cận: $8x \pm 13y = 0$

b. Đỉnh $(\pm13; 0)$

c. Đường chuẩn $x = \pm\dfrac{169}{\sqrt{233}}$

d. Đường tròn qua 4 đỉnh của hình chữ nhật cơ sở có đường kính bằng 26

246. Một hyperbol (H) có trục ảo bằng 8, tiêu cự bằng 10. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ b. $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$

c. $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ d. $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{25} = 1$

247. Một hyperbol (H) có tiêu cự bằng 12, tâm sai $e = \dfrac{3}{2}$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{20} = 1$ b. $\dfrac{x^2}{20} - \dfrac{y^2}{16} = 1$

c. $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{45} = 1$ d. $\dfrac{x^2}{45} - \dfrac{y^2}{16} = 1$

248. Một hyperbol (H) có tiêu cự bằng 20, hai đường tiệm cận là $4x \pm 3y = 0$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\dfrac{x^2}{80} - \dfrac{y^2}{45} = 1$ b. $\dfrac{x^2}{45} - \dfrac{y^2}{80} = 1$

c. $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{64} = 1$ d. $\dfrac{x^2}{64} - \dfrac{y^2}{36} = 1$

249. Một hyperbol (H) có nửa tổng hai trục bằng 7, tiệm cận có phương trình $y = \pm\dfrac{3}{4}x$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ b. $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$

c. $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{25} = 1$ d. $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{9} = 1$

250. Một hyperbol (H) có tiêu cự bằng $2\sqrt{13}$, một tiệm cận là $2x - 3y = 0$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$　　　　b. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

c. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{5} = 1$　　　　d. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{8} = 1$

251. Một hyperbol (H) có tâm sai $e = \frac{5}{3}$ đi qua điểm $M\left(-5;\frac{16}{3}\right)$. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$　　　　b. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

c. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$　　　　d. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$

252. Một hyperbol (H) có tâm sai $e = \sqrt{5}$, (H) đi qua điểm $M\left(-\sqrt{10};6\right)$.(H) có phương trình chính tắc là:

a. $4x^2 - y^2 = 1$　　　　b. $x^2 - 4y^2 = 1$

c. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$　　　　d. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$

253. Một hyperbol (H) có tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{5};0\right)$ và đi qua điểm $A\left(2\sqrt{5};-2\right)$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$　　　　b. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$

c. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$　　　　d. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

254. Một hyperbol (H) có tâm O, hai đường tiệm cận là $\sqrt{3}x \pm 2y = 0$ và đi qua điểm $A\left(-2\sqrt{5};\sqrt{3}\right)$. PHương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = 1$　　　　b. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$

c. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{12} = 1$　　　　d. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$

255. Cho hyperbol (H) có hai tiêu điểm trùng với hai tiêu điểm của elip $\frac{x^2}{75} + \frac{y^2}{50} = 1$ và đi qua điểm $A\left(-4\sqrt{2};-3\right)$. Phương trình chính tắc của (H) này là:

a. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ b. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

c. $\frac{x^2}{45}-\frac{y^2}{20}=1$ d. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{45}=1$

256. Cho điểm A(4; 6) ∈ (E) và một hyperbol (H) có phương trình $x^2 - y^2 = 8$. Một elip (E) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ và có tiêu điểm trùng với tiêu điểm của (H). Hãy chỉ ra hệ thức sai:

a. Tiêu điểm của elip là $F_1(-4; 0)$, $F_2(4; 0)$

b. $a^2 + b^2 = 16$

c. $\frac{16}{a^2}+\frac{36}{b^2}=1$

d. $a^2 - b^2 = 16$

257. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là Ox, Oy và đi qua điểm M(6; −1) và $A\left(-8; 2\sqrt{2}\right)$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{8}=1$ b. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{16}=1$

c. $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{8}=1$ d. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{32}=1$

258. Cho điểm A(4; 6) và hyperbol (H): $x^2 - y^2 = 8$. Một elip (E) đi qua điểm A và có các tiêu điểm trùng với tiêu điểm của (H). Phương trình chính tắc của (E) là:

a. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ b. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

c. $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{24}=1$ d. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{48}=1$

259. Một hyperbol (H) có tiêu điểm $F_1(-10; 0)$ và phương trình hai đường tiệm cận là $4x \pm 3y = 0$. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$ b. $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$

c. $\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{52}=1$ d. $\frac{x^2}{52}-\frac{y^2}{48}=1$

260. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. Các tiệm cận của hyperbol vuông góc với nhau và (H) đi qua điểm $M\left(-\sqrt{5};1\right)$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $x^2 - y^2 = 1$ b. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

c. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ d. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$

261. Cho hyperbol (H) có hai tiêu điểm F_1, F_2 nằm trên trục Ox và đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O. Một điểm $M \in (H)$ có hoành độ $x_M = -5$. Độ dài đoạn bán kính qua tiêu điểm bên trái của (H) bằng $\frac{9}{4}$; đoạn bán kính qua tiêu điểm bên phải có độ dài bằng $\frac{41}{4}$. Phương trình chính tắc của hyperbol này là:

a. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ b. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

c. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ d. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = 1$

262. Một hyperbol (H) có trục ảo bằng 8, khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng $\frac{20}{3}$. Phương trình chính tắc của (H) này là:

a. $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{16} = 1$ b. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$

c. $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{16} = 1$ d. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$

263. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là hai trục Ox, Oy. Góc giữa một tiệm cận và trục Ox bằng 30^0. Hyperbol này đi qua điểm M(6; –3). Phương trình chính tắc của (H) này là:

a. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$ b. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$

c. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ d. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$

264. Cho hyperbol (H) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. Phương trình hai đường chuẩn của (H) là $3x \pm 8 = 0$. (H) qua điểm M(–4; –1). Nếu tiêu cự (H) là một số nguyên thì phương trình của (H) là:

a. $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$ b. $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$

c. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ d. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

265. Cho hyperbol (H) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. Hai đường chuẩn của (H) có phương trình 3x ± 4 = 0. (H) qua điểm $M\left(3;-\frac{5}{2}\right)$. Biết rằng tiêu cự của (H) là số nguyên. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ b. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$

c. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$ d. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$

266. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. Điểm M(–4; 3) ∈ (H) và nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{15}-\frac{y^2}{10}=1$ b. $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{15}=1$

c. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{15}=1$ d. $\frac{x^2}{15}-\frac{y^2}{20}=1$

267. Cho hyperbol (H): $9x^2-16y^2-144=0$. Có một elip (E) ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở và chung tiêu điểm với (H). Elip (E) đó có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{25}=1$ b. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{50}=1$

c. $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{15}=1$ d. $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{40}=1$

268. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. Tìm câu sai:

a. (H) có trục thực bằng 8

b. (H) có hai tiêu điểm là $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$

c. (H) có hai đường tiệm cận là $4x+3y=0$, $4x-3y=0$

d. (H) có hai đường chuẩn là $x=\frac{16}{5}$, $x=-\frac{16}{5}$

269. Cho hyperbol (H) có phương trình $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. Tìm câu sai:

a. Trục ảo có độ dài bằng 8

b. Tâm sai $e=\sqrt{\frac{41}{4}}$

c. Tiêu cự bằng $2\sqrt{41}$

d. Hệ số góc của hai tiệm cận là $k = \pm\frac{4}{5}$.

270. Hyperbol (H) có hai trục đối xứng là Ox, Oy, tâm sai $e = \sqrt{3}$ và đi qua điểm $M\left(-5;3\sqrt{2}\right)$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{16} = 1$ b. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{32} = 1$

c. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1$ d. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{16} = 1$

271. Một hyperbol (H) có hai tiệm cận $\sqrt{3}x \pm 2y = 0$, hiệu các bình phương của hai bán trục thực và ảo bằng 4. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$ b. $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{28} = 1$

c. $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{20} = 1$ d. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$

272. Một hyperbol (H) đi qua điểm $A\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{-4}{\sqrt{5}}\right)$ và điểm A nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 trên trục Ox dưới một góc 90^0. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ b. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

c. $4x^2 - y^2 = 1$ d. $x^2 - 4y^2 = 1$

273. Hyperbol (H) có hai trục đối xứng là Ox, Oy và đi qua hai điểm cho trước là $A\left(2\sqrt{5};-\frac{3}{2}\right)$ và $M\left(-4\sqrt{2};3\right)$. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ b. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

c. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ d. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = 1$

274. Một hyperbol (H) có một tiêu điểm F(3; 0) với đường chuẩn tương ứng là x = 2. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{6} = 1$ b. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$

c. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{9} = 1$ d. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$

275. Hyperbol (H) có một tiêu điểm F(–6; 0), tâm sai e = 3. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{24}=1$ b. $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{12}=1$

c. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{32}=1$ d. $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{4}=1$

276. Cho hyperbol (H) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ, phương trình hai đường tiệm cận là 2x ± y = 0 và đi qua điểm $A\left(-\sqrt{2};2\right)$. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ b. $x^2-4y^2=1$

c. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ d. $4x^2-y^2=1$

277. Một hyperbol (H) có một đường chuẩn là $x=\frac{10}{3}$ và đi qua điểm $A\left(6;\frac{8}{\sqrt{5}}\right)$. Biết rằng tiêu cự của (H) là một số nguyên. Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$ b. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{12}=1$

c. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{16}=1$ d. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{16}=1$

278. Cho hyperbol (H): $4x^2-5y^2-20=0$. Có 4 điểm thuộc (H), cùng nhìn xuống hai tiêu điểm F_1, F_2 của (H) dưới một góc 90^0. Hai trong bốn điểm đó có tung độ bằng:

a. $\frac{3}{2}\sqrt{31}$ b. $\frac{2}{3}\sqrt{31}$ c. $\frac{3}{4}\sqrt{31}$ d. $\frac{4}{3}\sqrt{31}$

279. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ và điểm M(5; 1). Một đường thẳng (Δ) qua M, cắt hyperbol (H) tại A và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Phương trình của đường thẳng (Δ) là:

a. 20x + 9y – 91 = 0   b. 20x – 9y – 91 = 0

c. 20x + 9y + 91 = 0   d. 20x – 9y + 91 = 0

280. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$. Có hai điểm M thuộc (H) sao cho bán kính qua tiêu điểm bên trái F_1M bằng hai lần bán kính qua tiêu điểm bên phải F_2M. Một trong hai điểm đó có tọa độ:

a. $M\left(\sqrt{15};4\right)$ b. $M\left(4;\sqrt{15}\right)$

c. $M\left(-4;\sqrt{15}\right)$ d. $M\left(-\sqrt{15};4\right)$

281. Cho điểm F(4; 0) và đường thẳng (d): $4x - 9 = 0$. Tập hợp những điểm M(x; y) sao cho khoảng cách từ M đến F bằng $\frac{4}{3}$ lần khoảng cách từ M đến (d) là một hyperbol (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$ b. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{10} = 1$

c. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ d. $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$

282. Cho điểm M(x; y) với: $\begin{cases} x = \dfrac{5}{\cos t} \\ y = 6\tan t \end{cases}$ với $\left(t \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$

Tập hợp các điểm M khi tham số t thay đổi là một hyperbol (H). Phương trình chính tắc của (H) là:

a. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ b. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$

c. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{45} = 1$ d. $\frac{x^2}{45} - \frac{y^2}{25} = 1$

283. Cho điểm $M\left(\frac{4}{\cos t};3\tan t\right)$ với t là tham số và $t \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. Tập hợp các điểm M là một hyperbol (H). Phương trình các đường chuẩn của (H) này là:

a. $x = \pm\frac{16}{5}$ b. $x = \pm\frac{16}{9}$ c. $x = \pm\frac{25}{16}$ d. $x = \pm\frac{25}{9}$

284. Cho hyperbol (H): $4x^2 - y^2 = 4$ và đường thẳng (Δ): $4x - \sqrt{3}y + 8 = 0$. Có hai tiếp tuyến của (H) song song với (Δ). Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $4x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ b. $4x - \sqrt{3}y - 3 = 0$

c. $4x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ d. $4x - \sqrt{3}y - 1 = 0$

285. Cho đường thẳng (d): $2x - 5y + 3 = 0$ và hyperbol (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. Sẽ có hai tiếp tuyến của (H) cùng vuông góc với đường thẳng (d). Một trong hai tiếp tuyến đó là:

a. $5x + 2y - 4 = 0$ b. $5x + 2y + 6 = 0$

c. $5x + 2y - 8 = 0$ d. $5x + 2y + 10 = 0$

286. Phương trình tiếp tuyến của hyperbol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ vuông góc với đường thẳng $4x + 5y + 10 = 0$ là:

I. $5x - 4y - 25 = 0$ II. $5x - 4y - 16 = 0$

III. $5x - 4y + 16 = 0$ IV. $5x - 4y + 25 = 0$

a. I, II b. I, III c. II, III d. I, IV

Hãy chọn trả lời đúng.

287. Tiếp tuyến $2x + 3y - 1 = 0$ tiếp xúc với hyperbol (H): $x^2 - 3y^2 = 1$ tại điểm M, tọa độ điểm M là:

a. M(–2; 1) b. M(2; –1) c. M(1; –2) d. M(–1; 2)

288. Cho hyperbol (H): $4x^2 - 12y^2 - 48 = 0$. Có hai tiếp tuyến của (H) có hệ số góc bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $2x - \sqrt{3}y - 2 = 0$ b. $2x - \sqrt{3}y + 4 = 0$

c. $2x - \sqrt{3}y - 6 = 0$ d. $2x - \sqrt{3}y + 8 = 0$

289. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$. Các tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $3x - 4y + 7 = 0$ là:

a. $3x - 4y + 5 = 0$, $3x - 4y - 5 = 0$

b. $3x - 4y + 15 = 0$, $3x - 4y - 15 = 0$

c. $3x - 4y + 10 = 0$, $3x - 4y - 10 = 0$

d. $3x - 4y + 9 = 0$, $3x - 4y - 9 = 0$

290. Cho hyperbol (H): $5x^2 - y^2 - 4 = 0$. Các tiếp tuyến của (H) có hệ số góc $k = 2,5$ là:

a. $5x - 2y + 1 = 0$, $5x - 2y - 1 = 0$

b. $5x - 2y + 2 = 0$, $5x - 2y - 2 = 0$

c. $5x - 2y + 3 = 0$, $5x - 2y - 3 = 0$

d. $5x - 2y + 4 = 0$, $5x - 2y - 4 = 0$

291. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$. Các tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $3x + 5y - 1 = 0$ là:

a. $3x + 5y + 4 = 0$, $3x + 5y - 4 = 0$

b. $3x + 5y + 2 = 0$, $3x + 5y - 2 = 0$

c. $3x + 5y + 1 = 0$, $3x + 5y - 1 = 0$

d. Cả ba kết quả trên đều sai.

292. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$. Các tiếp tuyến của (H) vuông góc với đường thẳng $2x + 3y - 4 = 0$ là:

a. $3x - 2y - 4 = 0$, $3x - 2y + 4 = 0$

b. $3x - 2y - 6 = 0$, $3x - 2y + 6 = 0$

c. $3x - 2y - 8 = 0$, $3x - 2y + 8 = 0$

d. $3x - 2y - 10 = 0$, $3x - 2y + 10 = 0$

293. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ và điểm $M\left(2\sqrt{3};\frac{-4}{\sqrt{3}}\right) \in$ (H). Tiếp tuyến với (H) tại điểm M có phương trình:

a. $3x + 8y - 12\sqrt{3} = 0$　　b. $3x - 8y + 12\sqrt{3} = 0$

c. $8x + 3y - 12\sqrt{3} = 0$　　d. $8x - 3y + 12\sqrt{3} = 0$

294. Tại điểm M(–5; 2) thuộc hyperbol (H) $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{16}=1$ có duy nhất một tiếp tuyến của (H). Tiếp tuyến này có phương trình:

a. $x - 2y + 8 = 0$　　b. $2x + y - 8 = 0$

c. $2x - y - 8 = 0$　　d. $2x + y + 8 = 0$

295. Cho điểm $M\left(\sqrt{5};-\frac{1}{2}\right)$ thuộc hyperbol (H) có phương trình $\frac{x^2}{4}-y^2=1$. Phương trình tiếp tuyến của (H) tại điểm M là:

a. $\sqrt{5}x + 2y - 4 = 0$　　b. $\sqrt{5}x - 2y + 4 = 0$

c. $2x - \sqrt{5}y - 4 = 0$　　d. $2x + \sqrt{5}y + 4 = 0$

296. Phương trình tiếp tuyến của hyperbol (H): $4x^2 - y^2 = 4$ tại điểm $M\left(-2; 2\sqrt{3}\right)$ là:

a. $2x + \sqrt{3}y - 2 = 0$　　b. $2x + \sqrt{3}y + 2 = 0$

c. $4x + \sqrt{3}y - 2 = 0$　　d. $4x + \sqrt{3}y + 2 = 0$

297. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{12}=1$ và đường thẳng (d): x + y + 5 = 0. Các tiếp tuyến của (H) song song với (d) là:

a. $x + y \pm 2 = 0$ b. $x + y \pm 4 = 0$

c. $x + y \pm 6 = 0$ d. $x + y \pm 8 = 0$

298. Cho M(2; 3) và hyperbol (H) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$. Có hai tiếp tuyến của (H) xuất phát từ điểm M. Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $11x + 12y - 14 = 0$ b. $11x - 12y + 14 = 0$

c. $11x + 12y + 14 = 0$ d. $11x - 12y - 14 = 0$

299. Cho M(3; –2) và hyperbol (H) $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$. Các tiếp tuyến của (H) xuất phát từ điểm M được xếp thứ tự như sau:

I. $x - y + 1 = 0$ II. $x + y - 1 = 0$

III. $2x + y - 4 = 0$ IV. $2x - y + 4 = 0$

Hãy đánh giá sai đúng các trả lời sau:

a. I, II b. I, III

c. II, III d. Các trả lời trên đều sai.

300. Cho điểm A(1; 4) và hyperbol (H): $x^2 - \frac{y^2}{4}=1$. Có hai tiếp tuyến của (H) cùng xuất phát từ điểm A. Một trong hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a. $5x - 2y + 3 = 0$ b. $5x + 2y + 3 = 0$

c. $2x - 5y + 3 = 0$ d. $2x + 5y + 3 = 0$

301. Cho hyperbol (H) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$. Một trong những điểm thuộc (H) mà tiếp tuyến tại điểm đó của (H) tạo với trục hoành góc 45^0 là:

a. $\left(\sqrt{2};2\right)$ b. $\left(2;\sqrt{2}\right)$ c. $\left(\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$ d. $\left(2\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$

302. Cho hyperbol (H) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$. Có tới 4 điểm thuộc (H) mà tiếp tuyến tại điểm đó của (H) tạo với trục hoành góc 60^0. Một trong 4 điểm đó là:

a. $\left(-\frac{4}{\sqrt{3}};1\right)$ b. $\left(1;-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$ c. $\left(-\frac{2}{\sqrt{3}};1\right)$ d. $\left(1;-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

303. Cho hyperbol (H) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$ và điểm A(–1; 1). Từ điểm A có thể kẻ tới (H) hai tiếp tuyến phân biệt và góc giữa 2 tiếp tuyến này bằng:

a. 30^0 b. 45^0

c. 60^0 d. Các kết luận trên đều sai.

304. Cho hyperbol (H) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$. Có hai điểm trên trục hoành mà từ mỗi điểm đó có thể kẻ tới (H) hai tiếp tuyến vuông góc với nhau. Một trong hai điểm đó là:

a. M(1; 0) b. M(2; 0) c. $M\left(\sqrt{2};0\right)$ d. $M\left(\sqrt{3};0\right)$

305. Cho hyperbol (H) $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$. Có hai điểm trên trục tung, mà từ mỗi điểm đó có thể kẻ tới (H) hai tiếp tuyến vuông góc với nhau. Một trong hai điểm đó là:

a. M(0; 1) b. M(0; 2) c. $M\left(0;\sqrt{2}\right)$ d. $M\left(0;\sqrt{5}\right)$

306. Một hyperbol (H) có tâm O, tiêu điểm nằm trên trục hoành và tiếp xúc với đường thẳng 3x – 4y – 10 = 0 tại điểm có hoành độ $x_0 = 6$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{20}=1$ b. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{10}=1$

c. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$ d. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$

307. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là Ox, Oy. Hai tiệm cận của (H) là x ± 2y = 0 và một tiếp tuyến của (H) có phương trình 5x – 6y – 8 = 0. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $4x^2 - y^2 = 1$ b. $x^2 - 4y^2 = 1$

c. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ d. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$

308. Một hyperbol (H) có các trục trùng với các trục tọa độ. (H) tiếp xúc với hai đường thẳng 5x – 6y – 16 = 0 và 13x – 10y – 48 = 0. Phương trình của (H) là:

a. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{12}=1$ b. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{16}=1$

c. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$ d. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$

309. Một hyperbol (H) có hai điểm nằm trên trục Ox và đối xứng nhau qua gốc O. (H) qua điểm $M\left(\sqrt{6}; 3\right)$ và nhận đường thẳng $9x + 2y - 15 = 0$ làm một tiếp tuyến. Phương trình chính tắc của (H) là:

I. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{45} = 1$ II. $\frac{x^2}{45} - \frac{y^2}{5} = 1$

III. $\frac{4x^2}{45} - \frac{3y^2}{10} = 1$ IV. $\frac{3x^2}{10} - \frac{4y^2}{45} = 1$

Có các cặp đáp số sau:

a. I, II b. I, III c. I, IV d. II, III

Hãy chọn một cặp đáp số đúng.

310. Cho điểm A(4; 1) và hyperbol (H) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$. Các đường thẳng qua A và tiếp xúc với (H) được sắp xếp như sau:

I. $x - 4 = 0$ II. $x + 4 = 0$

III. $13x + 4y - 48 = 0$ IV. $13x - 4y - 48 = 0$

Trong các trả lời sau, trả lời nào đúng:

a. Chỉ I b. Chỉ II c. I, III d. I, IV

311. Cho đường thẳng (d): $2x + y - 5 = 0$ và hyperbol (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{17} = 1$. Các tiếp tuyến của (H) tạo với (d) góc 45^0 được đánh số thứ tự như sau:

I. $x - 3y + 8 = 0$ II. $3x - y + 8 = 0$

III. $x - 3y - 8 = 0$ IV. $3x - y - 8 = 0$

Hãy chọn câu trả lời đúng trong (a), (b), (c), (d):

a. Chỉ I b. Chỉ II c. I, III d. II, IV

312. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là Ox, Oy. (H) qua điểm M(–4; 3) và tiếp xúc với đường thẳng (d): $3x - 2y + 6 = 0$. (H) có phương trình chính tắc là:

a. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{8} = 1$ b. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$

c. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ d. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

313. Cho đường thẳng (d): $2x - y - 10 = 0$ cắt hyperbol (H) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ tại hai điểm A và B. Độ dài dây cung AB là:

a. $\frac{3}{4}\sqrt{5}$　　b. $\frac{4}{3}\sqrt{5}$　　c. $\frac{4}{5}\sqrt{3}$　　d. $\frac{5}{4}\sqrt{3}$

314. Cho đường cong (H) $y = \sqrt{x^2 - 9}$ với $x \geq 3$, đường thẳng (d): $5x - 4y + 30 = 0$. Trên đường cong (H) tồn tại một điểm M sao cho khoảng cách từ M đến (d) là ngắn nhất. Tọa độ của điểm M đó là:

a. M(5; 4)　　b. M(4; 5)　　c. M(5; –4)　　d. M(–4; 5)

315. Cho hyperbol (H) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ và điểm $M(x_0; y_0) \in (H)$. Biểu thức: $A = OM^2 - F_1M.\ F_2M$ có giá trị không đổi và bằng:

a. 25　　b. –25　　c. 7　　d. –7

316. Cho hyperbol (H) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tích số các khoảng cách từ hai tiêu điểm của (H) đến một tiếp tuyến bất kỳ của (H) là một hằng số. Hằng số này bằng:

a. 20　　b. 16　　c. 4　　d. 36

317. Cho họ đường thẳng (d_t): $x \cos t - y \sin t + \sqrt{4\cos^2 t - 1} = 0$ trong đó t là tham số thực. Khi t thay đổi, (d_t) luôn luôn tiếp xúc với một hyperbol cố định. Phương trình của hyperbol này là:

a. $3x^2 - y^2 = 1$　　b. $x^2 - 3y^2 = 1$

c. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$　　d. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

318. Cho họ đường thẳng $(\Delta\varphi)$: $x \cos\varphi + y \sin\varphi - \sqrt{4\cos 2\varphi + 1} = 0$ với φ là tham số khi φ thay đổi, $(\Delta\varphi)$ sẽ luôn luôn tiếp xúc với một hyperbol (H) cố định. Phương trình của (H) là:

a. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$　　b. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

c. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$　　d. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{5} = 1$

319. Cho hyperbol (H) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ và điểm $M(x_0; y_0) \in (H)$. Tích số các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của (H) là một hằng số. Hằng số này bằng:

a. $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$　　b. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$　　c. $\frac{b^2c^2}{b^2 + c^2}$　　d. $\frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}$

320. Trên hyperbol (H): $x^2 - \dfrac{y^2}{4} = -1$ có 4 điểm mà tiếp tuyến của (H) tại một trong 4 điểm đó tạo với trục Ox góc 60^0. Một trong 4 điểm đó có tọa độ:

a. $M\left(\sqrt{2}; 2\right)$ b. $M\left(2; \sqrt{2}\right)$ c. $M\left(\sqrt{3}; 4\right)$ d. $M\left(4; \sqrt{3}\right)$

321. Cho hyperbol (H): $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$. Hãy tìm câu đúng:

a. Tồn tại duy nhất một tiếp tuyến của (H) có hệ số góc bằng 0,75

b. Trên mỗi nhánh của (H) có một tiếp tuyến có hệ số góc bằng 0,75

c. Trên mỗi nhánh của (H) sẽ có hai tiếp tuyến có hệ số góc bằng 0,75

d. Không có tiếp tuyến nào của (H) có hệ số góc bằng 0,75

322. Cho hyperbol (H) $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ và điểm $M(x_0; y_0) \in$ (H). Hãy xác định hệ thức đúng:

a. $OM^2 - F_1M \cdot F_2M = b^2 - a^2$

b. $OM^2 - F_1M \cdot F_2M = a^2 - b^2$

c. $OM^2 - F_1M \cdot F_2M = c^2 - a^2$

d. $OM^2 - F_1M \cdot F_2M = a^2 - c^2$

323. Cho hyperbol (H) $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ và điểm $M(x_0; y_0) \in$ (H). Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng:

a. $(F_1M + F_2M)^2 = 4(OM^2 - a^2)$

b. $(F_1M + F_2M)^2 = 4(OM^2 + a^2)$

c. $(F_1M + F_2M)^2 = 4(OM^2 - b^2)$

d. $(F_1M + F_2M)^2 = 4(OM^2 + b^2)$

324. Cho hyperbol (H) $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ và điểm $M(x_0; y_0) \in$ (H). Gọi P là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục thực của (H). A_1, A_2 là các đỉnh bên trái, bên phải của (H). Hệ thức nào đúng:

a. $\dfrac{MP^2}{A_1P.A_2P} = \dfrac{a^2}{b^2}$ b. $\dfrac{MP^2}{A_1P.A_2P} = \dfrac{b^2}{a^2}$

c. $\dfrac{MP^2}{A_1P.A_2P} = \dfrac{c^2}{b^2}$ d. $\dfrac{MP^2}{A_1P.A_2P} = \dfrac{b^2}{c^2}$

325. Cho hyperbol (H) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{20} = 1$ và điểm $M\left(2\sqrt{5}; \sqrt{5}\right) \in$ (H). Gọi (T) là tiếp tuyến của (H) tại M và (Δ) là đường thẳng vuông góc với tiếp tuyến (T) tại M. Đường thẳng (Δ) có phương trình:

a. $2x - 5y - 9\sqrt{5} = 0$ b. $2x - 5y + 9\sqrt{5} = 0$

c. $2x + 5y - 9\sqrt{5} = 0$ d. $2x + 5y + 9\sqrt{5} = 0$

326. Gọi (Δ) là tiếp tuyến của hyperbol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ và điểm $M(x_0; y_0) \in$ (H). (d) là đường thẳng qua M và vuông góc với (Δ). (Δ) cắt trục Ox tại T, (d) cắt Ox tại P. Tích số $\overline{OT}.\overline{OP}$ là một hằng số. Hằng số này bằng:

a. c^2 b. b^2

c. a^2 d. Ba kết quả trên đều sai

327. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0) \in$ (H) cắt hai tiệm cận của (H) tại P, Q. Tích số OP.OQ không đổi và bằng:

a. a^2 b. b^2 c. $b^2 + c^2$ d. $a^2 + b^2$

328. $M(x_0; y_0)$ là một điểm bất kỳ thuộc hyperbol (H) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Hai đường thẳng (d_1), (d_2) qua M và song song với hai đường tiệm cận của (H), cắt hai tiệm cận ở P và Q. Tích số OP.OQ không đổi và bằng:

a. $\frac{a^2}{4}$ b. $\frac{b^2}{4}$

c. $\frac{c^2}{4}$ d. Một kết quả khác

329. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm M ∈ (H) sao cho tiếp tuyến của (H) tại M tạo với trục hoành góc 45^0. Tọa độ điểm M có thể là:

a. $M\left(\frac{2}{\sqrt{5}}; \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$ b. $M\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}; \frac{6}{\sqrt{5}}\right)$

c. $M\left(\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}}; \frac{9}{\sqrt{5}}\right)$ d. Ba kết quả a, b, c đều sai.

330. Hai hyperbol (H_1): $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ và (H_2): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = -1$ có hai cặp tiếp tuyến chung, song song với nhau từng đôi một. Khoảng cách giữa mỗi cặp tiếp tuyến song song nói trên đều bằng:

a. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ c. $\sqrt{2}$ d. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Chương VI. PARABOL

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM VỮNG

1. Định nghĩa Parabol: (P) = {M(x; y) / FM = MH}, trong đó:

- F: điểm cố định cho trước, gọi là tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$
- MH: khoảng cách từ điểm M đến đường chuẩn (Δ) cố định.

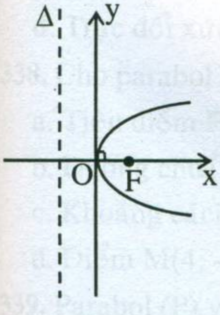
2. Phương trình chính tắc: $y^2 = 2px$. Đỉnh O(0; 0), trục đối xứng Ox.

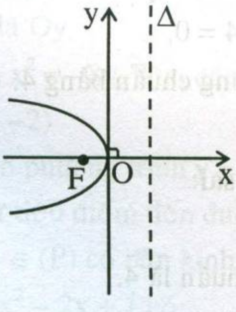
- p: khoảng cách từ F tới (Δ): gọi là tham số tiêu.
- FM: bán kính qua tiêu điểm của M(x; y): $\left(FM = x + \frac{p}{2}\right)$

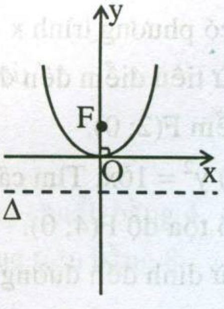
3. Phương trình đường chuẩn: $x + \frac{p}{2} = 0$

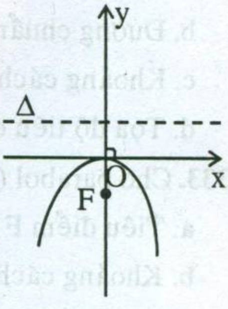
Tâm sai của mọi parabol đều bằng 1 (e = 1).

4. Hình dạng:









$y^2 = 2px$	$y^2 = -2px$	$x^2 = 2py$	$x^2 = -2py$
$F\left(\frac{p}{2};0\right)$	$F\left(-\frac{p}{2};0\right)$	$F\left(0;\frac{p}{2}\right)$	$F\left(0;-\frac{p}{2}\right)$
(Δ): $x + \frac{p}{2} = 0$	(Δ): $x - \frac{p}{2} = 0$	(Δ): $y + \frac{p}{2} = 0$	(Δ): $y - \frac{p}{2} = 0$

5. Tiếp tuyến của Parabol:

– Tại điểm $M(x_0; y_0) \in (P)$ $y^2 = 2px$: $y_0y = p(x + x_0)$

- Nếu (P): $y^2 = -2px$: $y_0y = -p(x + x_0)$
- Nếu (P): $x^2 = 2py$: $x_0x = p(y + y_0)$

- Nếu (P): $x^2 = -2py$: $x_0x = -p(y + y_0)$

– Điều kiện tiếp xúc (cần và đủ):

$Ax + By + C = 0$ tiếp xúc (P): $y^2 = 2px \Leftrightarrow B^2p = 2AC$

$Ax + By + C = 0$ tiếp xúc (P): $y^2 = -2px \Leftrightarrow B^2p = -2AC$

$Ax + By + C = 0$ tiếp xúc (P): $x^2 = 2py \Leftrightarrow A^2p = 2BC$

$Ax + By + C = 0$ tiếp xúc (P): $x^2 = -2py \Leftrightarrow A^2p = -2BC$

B. CÁC BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM
CÁC VẤN ĐỀ NÓI TRÊN VỀ PARABOL

331. Cho parabol (P) $y^2 = 4x$. Hãy xác định xem phát biểu nào sai:

a. Tham số tiêu bằng 2.

b. Đường chuẩn có phương trình $x = 2$.

c. Tiêu điểm F(1; 0).

d. Trục đối xứng là trục hoành.

332. Cho parabol (P) $y^2 = 8x$. Trong 4 trả lời sau, trả lời nào là sai:

a. Tâm sai bằng 1.

b. Đường chuẩn có phương trình $x + 4 = 0$.

c. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 4.

d. Tọa độ tiêu điểm F(2; 0).

333. Cho parabol (P) $y^2 = 16x$. Tìm câu sai:

a. Tiêu điểm F có tọa độ F(4; 0).

b. Khoảng cách từ đỉnh đến đường chuẩn là 4.

c. Trục đối xứng là trục hoành.

d. Đường chuẩn có phương trình $x = 8$.

334. Cho parabol (P) $y^2 = -32x$. Hãy tìm câu trả lời sai:

a. Tọa độ tiêu điểm F(–8; 0)

b. Phương trình đường chuẩn $x = 8$

c. Tham số tiêu $p = -16$

d. Đỉnh parabol O(0; 0)

335. Cho parabol (P) $x = y^2$. Hãy chỉ ra câu sai:

a. Tham số tiêu bằng $\frac{1}{2}$

b. Đường chuẩn có phương trình $x = -\frac{1}{4}$

c. Tiêu điểm $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$

d. Trục đối xứng là trục hoành.

336. Cho parabol (P) $x^2 = y$. Câu nào sai:

a. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng $\frac{1}{2}$

b. Tiêu điểm $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$

c. Trục đối xứng là Oy

d. Phương trình đường chuẩn: $x = -\frac{1}{4}$

337. Cho parabol (P) $y = \frac{x^2}{12}$. Hãy tìm ra câu sai:

a. Tham số tiêu bằng 6

b. Đường chuẩn có phương trình $y + 3 = 0$

c. Tiêu điểm F(3; 0)

d. Trục đối xứng là Oy

338. Cho parabol (P) $x^2 = -8y$. Tìm câu sai:

a. Tiêu điểm F(0; −2)

b. Đường chuẩn có phương trình $y = 2$

c. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 4.

d. Điểm M(4; −2) ∈ (P) có bán kính qua tiêu bằng 8

339. Parabol (P) $y = x^2 - 2x + 1$ có:

a. Đỉnh S(1; 0)

b. Đường chuẩn: $y = -\frac{1}{4}$

c. Điểm M(−2; 4) ∈ (P) có đoạn bán kính qua tiêu bằng 4

d. Tiêu điểm $F\left(1; \frac{1}{4}\right)$

340. Cho parabol (P): $3x^2 + 18y = 0$. Hãy chỉ ra kết quả sai:

a. Tiêu điểm $F\left(0; -\frac{3}{2}\right)$.

b. Khoảng cách từ đỉnh đến đường chuẩn bằng $\frac{3}{2}$.

c. Tham số tiêu bằng –3.

d. Điểm M(6; –6) ∈ (P) có đoạn bán kính qua tiêu bằng 7,5.

341. Cho parabol (P): $y = x^2 - 6x + 10$. Câu nào sai trong bốn câu sau:

a. Tọa độ tiêu điểm $F\left(3; \frac{5}{4}\right)$.

b. Phương trình đường chuẩn $y + \frac{3}{4} = 0$.

c. Trục đối xứng x = 3.

d. Điểm M(1; 5) ∈ (P) có đoạn bán kính qua tiêu bằng 4,25.

342. Cho parabol (P): $y = -x^2 - 2x + 3$. Hãy đánh dấu vào câu sai:

a. Tham số tiêu của (P) bằng 0,5.

b. Tọa độ tiêu điểm $F\left(-1; \frac{15}{4}\right)$.

c. Đường chuẩn $y - \frac{17}{4} = 0$.

d. Điểm M(1; 0) ∈ (P) có đoạn bán kính qua tiêu bằng $\frac{15}{4}$.

343. Một parabol có tiêu điểm F(–2; 1), đường chuẩn (Δ): $4x + 3y - 10 = 0$. Parabol này có tham số tiêu bằng:

a. p = 2 b. p = 3 c. p = 4 d. p = 5

344. Hãy đánh dấu vào câu sai:

a. Parabol có trục đối xứng Ox, tiêu điểm F(2; 0) có phương trình chính tắc $y^2 = 8x$.

b. Parabol có trục đối xứng Ox, tiêu điểm F(–3; 0) có phương trình chính tắc $y^2 = -12x$.

c. Parabol $x = -\frac{y^2}{4}$ có tiêu điểm là F(–2; 0).

d. Parabol có tiêu điểm F(0; 1), trục đối xứng Oy có phương trình chính tắc $x^2 = 4y$.

345. Hãy chỉ ra câu sai:

a. Parabol có trục đối xứng Ox, khoảng cách từ tiêu điểm đến đỉnh bằng 3. Phương trình chính tắc của parabol này là $y^2 = 12x$.

b. Parabol có tiêu điểm F(–5; 0), trục đối xứng Ox có phương trình chính tắc $y^2 = -20x$.

c. Parabol $y^2 = -8x$ có tham số tiêu bằng –4.

d. Parabol có trục đối xứng Oy, khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 2. Phương trình chính tắc của parabol này là $x^2 = 4y$.

346. Cho một parabol (P) thỏa các điều kiện sau: khoảng cách từ tiêu điểm đến đỉnh bằng 3, (P) tiếp xúc trục Oy và nhận trục Ox làm trục đối xứng. Phương trình chính tắc của (P) có thể là:

I. $y^2 = 6x$ II. $y^2 = 12x$
III. $y^2 = -6x$ IV. $y^2 = -12x$.

Các câu trả lời sau đây, đâu là trả lời đúng:

a. Chỉ I b. I, III c. Chỉ II d. II, IV

347. Có duy nhất một parabol có F(5; 0) là tiêu điểm và trục tung là đường chuẩn. Phương trình của parabol đó là:

a. $y^2 = 5(5 - 2x)$ b. $y^2 = 5(2x - 5)$
c. $y^2 = 10(5 - 2x)$ d. $y^2 = 10(2x - 5)$

348. Một parabol (P) nhận Ox làm trục đối xứng, (P) qua gốc tọa độ O và đi qua điểm M(1; –4). Phương trình chính tắc của (P) là:

a. $y^2 = 8x$ b. $y^2 = -8x$
c. $y^2 = 16x$ d. $y^2 = -16x$

349. Cho parabol (P) có tiêu điểm F(0; 2), đỉnh là gốc tọa độ O. Phương trình chính tắc của (P) là:

a. $x^2 = 4y$ b. $x^2 = 6y$ c. $x^2 = 8y$ d. $x^2 = 2y$

350. Hãy xác định đâu là câu sai:

a. Một parabol (P) có đỉnh O, trục đối xứng Ox, qua điểm A(9; 6). Parabol này có tham số tiêu p = 2.

b. Một parabol (P) có đỉnh O, trục đối xứng Ox, qua điểm B(–1; 3). Parabol này có tham số tiêu $p = \frac{9}{2}$.

c. Một parabol (P) có đỉnh O, trục đối xứng Oy, qua điểm C(–1; 4). Parabol này có phương trình chính tắc $x^2 = \frac{y}{8}$.

d. Một parabol (P) đỉnh là O, trục đối xứng Oy, qua điểm D(1; –9). Phương trình chính tắc của parabol này là $x^2 = -\frac{y}{9}$.

351. Hãy chỉ ra câu sai:

a. Parabol (P) có đỉnh là gốc tọa độ, qua A(–1; 1) và trục đối xứng Oy. Phương trình của (P) là $x^2 = y$.

b. Parabol (P) qua O và $A\left(2;-2\sqrt{2}\right)$, nhận Ox làm trục đối xứng. (P) có tham số tiêu là 2.

c. Parabol (P) có đỉnh O, đường chuẩn 2x – 7 = 0. Phương trình của (P) là $y^2 = 14x$.

d. Parabol (P) có tiêu điểm $F\left(0;-\sqrt{3}\right)$, đường chuẩn $y = \sqrt{3}$ có phương trình $x^2 = 4\sqrt{3}\,y$.

352. Cho parabol (P): $y^2 = 8x$. Tìm xem câu nào sai:

a. Tọa độ tiêu điểm F(2; 0).

b. Phương trình đường chuẩn x = –2.

c. Tâm sai e = 1,5.

d. Tiếp tuyến tại đỉnh của (P) là đường thẳng x = 0.

353. Cho parabol (P) $x^2 + 5y = 0$. Xác định câu sai:

a. Tiêu điểm $F\left(0;-\frac{5}{4}\right)$.

b. Đường chuẩn $y - \frac{5}{4} = 0$.

c. Điểm M(–5; 5) ∈ (P).

d. Bán kính qua tiêu của điểm M(–5; –5) là $r = FM = \frac{25}{4}$.

354. Một parabol (P) có tiêu điểm $F\left(2;-\frac{6}{5}\right)$, đường chuẩn của (P) là đường thẳng (d): 12x – 5y + 9 = 0. Tham số tiêu của parabol này bằng:

a. p = 2 b. p = 3 c. p = 4 d. p = 5

355. Cho parabol (P) $y = x^2 - 4x + 5$. Hãy tìm kết luận sai:

a. (P) có tiêu điểm $F\left(2;\frac{5}{4}\right)$ b. (P) có tham số tiêu $p = \frac{1}{2}$

c. Đường chuẩn của (P): $y = \frac{5}{4}$ d. (P) có tâm sai e = 1

356. Cho parabol (P): $x^2 - 2x - 2y = 0$. Hãy tìm câu sai:

(P) có tham số tiêu bằng 1.

b. Tọa độ tiêu điểm F(1; 0).

c. Phương trình đường chuẩn của (P): $y + 1 = 0$.

d. Tiếp tuyến của (P) tại điểm M(2; 0) có hệ số góc $k = 2$.

357. Cho parabol (P): $x^2 - 6x + 2y = 0$. Hãy chọn câu trả lời đúng:

a. (P) có tham số tiêu $p = 2$ và đường chuẩn $y + 5 = 0$

b. (P) có tham số tiêu $p = 1$ và đường chuẩn $y - 5 = 0$

c. (P) có tham số tiêu $p = \frac{1}{2}$ và đường chuẩn $y + \frac{5}{2} = 0$

d. (P) có tham số tiêu $p = \frac{1}{4}$ và đường chuẩn $y - \frac{5}{2} = 0$

358. Một parabol (P) có đỉnh O, trục đối xứng Ox. Một dây cung AB của (P) có độ dài bằng 16 vuông góc với trục Ox. Khoảng cách giữa dây AB và trục tung bằng 4. (P) có phương trình chính tắc:

a. $y^2 = 8x$ (hoặc $y^2 = -8x$) b. $y^2 = 12x$ (hoặc $y^2 = -12x$)

c. $y^2 = 16x$ (hoặc $y^2 = -16x$) d. $y^2 = 18x$ (hoặc $y^2 = -18x$)

359. Parabol (P) có đỉnh O, trục đối xứng Oy. Một dây cung AB của (P) có độ dài bằng 4 vuông góc với trục đối xứng, khoảng cách giữa hai dây AB và trục hoành bằng 8. Phương trình chính tắc của (P) là:

a. $x^2 = y$ (hoặc $x^2 = -y$) b. $x^2 = \frac{1}{2}y$ (hoặc $x^2 = -\frac{1}{2}y$)

c. $x^2 = 2y$ (hoặc $x^2 = -2y$) d. $x^2 = 4y$ (hoặc $x^2 = -4y$)

360. Một parabol (P) có đỉnh S (−1; 1), tiêu điểm F(2; 1). Phương trình của (P) là:

a. $(y - 1)^2 = 12(x - 1)$ b. $(y + 1)^2 = 12(x - 1)$

c. $(y + 1)^2 = 12(x + 1)$ d. $(y - 1)^2 = 12(x + 1)$

361. Parabol (P) có đỉnh S(2; −3) và tiêu điểm F(2; 1). Phương trình của (P) là:

a. $(x + 2)^2 = 16(y - 3)$ b. $(x + 2)^2 = 16(y + 3)$

c. $(x - 2)^2 = 16(y - 3)$ d. $(x - 2)^2 = 16(y + 3)$

362. Cho parabol (P) có tiêu điểm F(2; −4) và đường chuẩn (Δ): $y - 4 = 0$. Phương trình của (P) là:

a. $(x - 2)^2 = -16y$ b. $(x - 2)^2 = 16y$

c. $(x + 2)^2 = -16y$ d. $(x + 2)^2 = 16y$

363. Một parabol (P) có tiêu điểm F(2; –2), đường chuẩn (Δ): x + 2 = 0. Phương trình của (P) là:

a. $(y-2)^2 = 8x$ b. $(y+2)^2 = 8x$

c. $(y-2)^2 = -8x$ d. $(y+2)^2 = -8x$

364. Một parabol (P) có đỉnh S(–1; 2) và đường chuẩn là trục Oy. Phương trình của (P) là:

a. $(y+2)^2 = -4(x+1)$ b. $(y+2)^2 = -4(x-1)$

c. $(y-2)^2 = -4(x+1)$ d. $(y-2)^2 = -4(x-1)$

365. Một parabol (P) có đỉnh S(2; –1), đi qua gốc tọa độ O và có trục đối xứng song song với trục Ox. (P) có tham số tiêu bằng:

a. 2 b. 1 c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{4}$

366. Một parabol (P) có đỉnh S(4; –2). Trục đối xứng của (P) song song với trục Oy và (P) đi qua gốc tọa độ O. (P) có tham số tiêu p bằng:

a. 2 b. 4 c. 1 d. 6

367. Một parabol (P) có tiêu điểm F(2; 4) và đường chuẩn là trục Ox. (P) có phương trình:

a. $(x+2)^2 = 8(y+2)$ b. $(x+2)^2 = 8(y-2)$

c. $(x-2)^2 = 8(y-2)$ d. $(x-2)^2 = 8(y+2)$

368. Một parabol (P) có đỉnh S(2; 3) và đường chuẩn là trục Ox. Phương trình của (P) là:

a. $(x+2)^2 = 12(y+3)$ b. $(x+2)^2 = 12(y-3)$

c. $(x-2)^2 = 12(y+3)$ d. $(x-2)^2 = 12(y-3)$

369. Một parabol (P) có trục đối xứng là đường thẳng x – 1 = 0, đỉnh của (P) thuộc đường thẳng y + 1 = 0 và (P) chắn trên đường thẳng y = x – 2 một đoạn có độ dài bằng $4\sqrt{2}$. Tham số tiêu của parabol này bằng:

a. p = 1 b. p = 2 c. p = 3 d. p = 4

370. Cho một parabol (P) có đỉnh S nằm trên đường thẳng x – 1 = 0, trục đối xứng song song với Ox và (P) đi qua hai điểm A(2; –3), B(5; 3). (P) có tham số tiêu bằng:

a. 1 hoặc 4 b. 3 hoặc 9 c. 2 hoặc 18 d. $\frac{1}{2}$ hoặc 8

371. Một parabol (P) có đỉnh S(2; 1), tiêu điểm F(3; 2). Đường chuẩn của (P) có phương trình:

a. x – y + 1 = 0 b. x – y – 1 = 0

c. x + y + 1 = 0 d. x + y – 1 = 0

372. Cho parabol (P) với đỉnh S(1; 3), đường chuẩn (Δ): $x - 2y = 0$. Tiêu điểm F của (P) có tọa độ:

a. F(1; 4) b. F(1; 5) c. F(0; 4) d. F(0; 5)

373. Parabol (P) có tiêu điểm trùng với gốc tọa độ, có đường chuẩn là đường thẳng $x - y - 2 = 0$. (P) có phương trình:

a. $x^2 + y^2 - 2xy - 4x - 4y - 4 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 2xy + 4x + 4y - 4 = 0$

c. $x^2 + y^2 \; 2xy - 4x + 4y + 4 = 0$

d. $x^2 + y^2 \; 2xy + 4x - 4y - 4 = 0$

374. Một parabol (P) có tiêu điểm là gốc tọa độ O, đường chuẩn (Δ) có phương trình $3x + y - 5 = 0$. Phương trình của (P) là:

a. $x^2 + 9y^2 + 6xy + 30x + 10y + 25 = 0$

b. $x^2 + 9y^2 + 6xy - 30x - 10y + 25 = 0$

c. $x^2 + 9y^2 - 6xy + 30x - 10y - 25 = 0$

d. $x^2 + 9y^2 - 6xy + 30x + 10y - 25 = 0$

375. Cho parabol (P): $y^2 = 32x$ và điểm M thuộc parabol, có hoành độ $x_M = 4$. Khoảng cách từ điểm M đến tiêu điểm bằng:

a. 6 b. 8 c. 10 d. 12

376. Cho parabol (P) $y^2 = 12x$ và điểm M thuộc (P) có hoành độ $x_M = 3$. Khoảng cách từ M đến đỉnh của (P) bằng:

a. $2\sqrt{5}$ b. $5\sqrt{2}$ c. $3\sqrt{5}$ d. $5\sqrt{3}$

377. Cho parabol (P) $y^2 = 18x$ và điểm M thuộc (P) có hoành độ $x_M = 4$. Dây cung qua M và vuông góc với trục đối xứng của (P) có độ dài:

a. $12\sqrt{6}$ b. $12\sqrt{2}$ c. $3\sqrt{6}$ d. $6\sqrt{3}$

378. Cho parabol (P) $y^2 = 8x$. Một điểm M có tung độ dương, thuộc parabol (P) sao cho khoảng cách từ M đến tiêu điểm của (P) bằng 4 (đơn vị dài). Tọa độ của điểm M là:

a. $M\left(1; 2\sqrt{2}\right)$ b. M(2; 4) c. $M\left(3; 2\sqrt{6}\right)$ d. $M\left(4; 4\sqrt{2}\right)$

379. Cho parabol (P) $y^2 = 12x$ và điểm $M(3; 6) \in (P)$. Một điểm $N \in (P)$ sao cho tam giác OMN vuông tại O. Tọa độ điểm N là:

a. N(12; –12) b. $N\left(4; -4\sqrt{3}\right)$

c. N(48; –24) d. N(3; –6)

380. Cho parabol (P) $y^2 = 4x$. A là điểm nằm trên (P) sao cho OAB là tam giác đều. Tọa độ của A là:

a. $A\left(\frac{9}{4};3\right)$ b. A(4; 4) c. $A\left(12;4\sqrt{3}\right)$ d. A(16; 8)

381. Cho parabol (P): $x^2 = 4y$. A là điểm nằm trên (P) sao cho OAB là tam giác vuông cân tại O. Tọa độ điểm A là:

a. $A\left(2\sqrt{2};2\right)$ b. $A\left(2\sqrt{3};3\right)$ c. A(4; 4) d. $A\left(2\sqrt{5};5\right)$

382. Cho parabol (P) $y^2 = 16x$. OAB là một tam giác, có hai đỉnh A, B đều nằm trên (P) sao cho tiêu điểm F của (P) là trực tâm của tam giác OAB. Tọa độ đỉnh A có thể là:

a. $A\left(5;4\sqrt{5}\right)$ b. $A\left(20;8\sqrt{5}\right)$

c. $A\left(3;4\sqrt{3}\right)$ d. $A\left(12;8\sqrt{3}\right)$

383. Parabol $x^2 = 6y$ và đường thẳng (d) $x - 6y + 2 = 0$ cắt nhau tại hai điểm A và B. Tọa độ của A và B là:

a. $A\left(1;\frac{1}{6}\right), B\left(-2;\frac{2}{3}\right)$ b. $A\left(-1;\frac{1}{6}\right), B\left(-2;\frac{2}{3}\right)$

c. $A\left(-1;\frac{1}{6}\right), B\left(2;\frac{2}{3}\right)$ d. $A\left(1;\frac{1}{6}\right), B\left(2;\frac{2}{3}\right)$

384. Parabol $x^2 = 4y$ và đường thẳng (d): $2x - y + 5 = 0$ cắt nhau tại hai điểm A và B. Trung điểm I của AB có tọa độ:

a. I(4; –13) b. I(–4; 13) c. I(–4; –13) d. I(4; 13)

385. Parabol (P): $x^2 = 8y$ và đường thẳng (d): $x - 4y + 8 = 0$ cắt nhau tại hai điểm A và B, còn M là một điểm thuộc cung AB của (P). Có duy nhất một vị trí của điểm M để tam giác MAB có diện tích lớn nhất. Điểm M đó có tọa độ:

a. $M\left(1;\frac{1}{8}\right)$ b. $M\left(-1;\frac{1}{8}\right)$ c. M(4; 2) d. M(–4; 2)

386. Parabol $y^2 = 2x$ và đường thẳng (d): $2x - y - 2 = 0$ cắt nhau tại hai điểm A và B. Tam giác OAB có diện tích bằng:

a. 1 b. 1,5 c. 2 d. 3

387. Đường thẳng $4x - 3y + 4 = 0$ cắt parabol $y^2 = 8x$ tại hai điểm A và B. Tọa độ các điểm A và B là:

a. $A\left(\frac{1}{2};2\right)$, B(2; 4) b. $A\left(-\frac{1}{2};2\right)$, B(2; –4)

c. $A\left(2;\frac{1}{2}\right)$, B(4; 2) d. A(2; 1), B(4; 2)

388. Đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 5x + 2y - 4 = 0$ và parabol (P): $y^2 = -4x$ cắt nhau tại hai điểm A và B. Tọa độ các điểm A và B là:

a. A(1; –2), B(–4; 4) b. A(–1; –2), B(4; –4)

c. A(1; 2), B(4; 4) d. A(–1; 2), B(–4; –4)

389. Cho parabol (P): $y^2 = 16x$. Tìm xem câu nào sai:

a. ∀m, từ điểm M(–4; m) kẻ được đến (P) hai tiếp tuyến phân biệt vuông góc với nhau.

b. Nếu gọi T_1, T_2 là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến trong câu a và parabol (P) thì đường thẳng nối T_1 và T_2 luôn đi qua điểm F(4; 0).

c. Đường thẳng x – 4 = 0 cắt parabol (P) theo một dây cung dài 8 (đơn vị chiều dài).

d. Khoảng cách từ đỉnh của (P) đến đường chuẩn của (P) bằng 4 (đơn vị dài).

390. Họ đường thẳng (d_m): $4x - 2my + m^2 = 0$ trong đó m là tham số thực. Khi m thay đổi, (d_m) luôn tiếp xúc với một parabol cố định. Parabol này có phương trình:

a. $y^2 = 4x$ b. $y^2 = -4x$ c. $y^2 = 8x$ d. $y^2 = -8x$

391. Cho họ đường thẳng (d_m): $2x + 4my - m^2 = 0$ trong đó m là tham số thực. Khi m thay đổi, (d_m) luôn tiếp xúc với một parabol cố định. Đó là parabol có phương trình:

a. $y^2 = \frac{x}{4}$ b. $y^2 = -\frac{x}{4}$ c. $y^2 = \frac{x}{2}$ d. $y^2 = -\frac{x}{2}$

392. Cho parabol (P): $y^2 = 8x$. Gọi (d) là một đường thẳng bất kì đi qua tiêu điểm F của (P) và (d) không song song với trục đối xứng của (P). (d) cắt (P) tại M_1 và M_2. Tích số các khoảng cách từ M_1 và M_2 đến trục Ox là một hằng số. Hằng số này bằng:

a. 8 b. 12 c. 16 d. 20

393. Cho parabol (P): $x^2 = 12y$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P) và có hệ số góc k, (d) không song song với trục đối xứng của (P). (d) cắt (P) tại A và B. Tích số các khoảng cách từ A và từ B đến trục đối xứng của (P) là một hằng số. Hằng số này bằng:

a. 12 b. 18 c. 24 d. 36

394. Cho parabol (P) $y^2 = 12x$ và (d) là đường thẳng có phương trình $y = k(x - 3)$ với $k \neq 0$. (d) cắt (P) tại M_1 và M_2. Độ dài đoạn M_1M_2 bằng:

a. $4 + \frac{4}{k^2}$ b. $6 + \frac{6}{k^2}$ c. $9 + \frac{9}{k^2}$ d. $12 + \frac{12}{k^2}$

395. Cho parabol (P) $y^2 = 4x$ và điểm $M\left(2; 2\sqrt{2}\right) \in (P)$. Nếu có điểm $N \in (P)$ sao cho OMN là tam giác vuông tại O thì độ dài đoạn MN bằng:

a. $3\sqrt{6}$ b. $6\sqrt{3}$ c. $2\sqrt{6}$ d. $6\sqrt{2}$

396. Cho parabol (P): $y^2 = 2x$ và điểm $M(8; 4) \in (P)$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua M, cắt (P) tại N sao cho tam giác OMN vuông tại O. Phương trình của đường thẳng (d) là:

a. $2x + 3y + 4 = 0$ b. $2x + 3y - 4 = 0$

c. $2x - 3y + 4 = 0$ d. $2x - 3y - 4 = 0$

397. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(4; -4)$ thuộc parabol (P): $y^2 = 4x$ là:

a. $x + 2y + 4 = 0$ b. $2x + y + 4 = 0$

c. $x - 2y + 4 = 0$ d. $2x - y + 4 = 0$

398. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(3; -6)$ thuộc parabol (P): $y^2 = 12x$ là:

a. $x - y - 3 = 0$ b. $x - y + 3 = 0$

c. $x + y - 3 = 0$ d. $x + y + 3 = 0$

399. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(-6; 6)$ thuộc parabol (P): $x^2 = 6y$ là:

a. $2x - y - 6 = 0$ b. $2x - y + 6 = 0$

c. $2x + y - 6 = 0$ d. $2x + y + 6 = 0$

400. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $N(-4; 2)$ thuộc parabol (P): $x^2 = 8y$ là:

a. $x + y - 2 = 0$ b. $x + y + 2 = 0$

c. $x - y - 2 = 0$ d. $x - y + 2 = 0$

401. Phương trình tiếp tuyến của parabol (P): $y^2 = 8x$ song song với đường thẳng $x + 3y + 1 = 0$ là:

a. $x + 3y + 10 = 0$ b. $x + 3y + 12 = 0$

c. $x + 3y + 16 = 0$ d. $x + 3y + 18 = 0$

402. Cho đường thẳng (d) $3x - 2y + 5 = 0$ và parabol $y^2 = 6x$. Có một tiếp tuyến của (P) song song với (d), đó là đường thẳng:

a. $3x - 2y + 2 = 0$ b. $3x - 2y - 2 = 0$

c. $3x - 2y + 3 = 0$ d. $3x - 2y - 3 = 0$

403. Cho parabol (P): $y^2 = 12x$ và đường thẳng (d): $5x + 3y + 2 = 0$. Tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình:

a. $3x - 5y + 15 = 0$ b. $3x - 5y - 15 = 0$

c. $3x - 5y + 25 = 0$ d. $3x - 5y - 25 = 0$

404. Cho parabol (P): $y^2 = -8x$ và đường thẳng (d): $3x - 4y + 1 = 0$. Tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình:

a. $8x + 6y + 9 = 0$ b. $8x + 6y - 9 = 0$

c. $8x + 6y + 18 = 0$ d. $8x + 6y - 18 = 0$

405. Cho parabol (P): $x^2 = 6y$ và đường thẳng (d): $2x + 3y + 5 = 0$. Tiếp tuyến của (P) song song với (d) có phương trình:

a. $2x + 3y + 4 = 0$ b. $2x + 3y - 4 = 0$

c. $2x + 3y + 2 = 0$ d. $2x + 3y - 2 = 0$

406. Cho parabol (P): $x^2 = 10y$ và đường thẳng (d): $5x + 2y + 9 = 0$. Tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình:

a. $2x - 5y + 4 = 0$ b. $2x - 5y - 4 = 0$

c. $2x - 5y + 2 = 0$ d. $2x - 5y - 2 = 0$

407. Tiếp tuyến của parabol (P): $2x^2 + 5y = 0$ vuông góc với đường thẳng (d): $5x + y + 10 = 0$ là đường thẳng có phương trình:

a. $8x - 40y + 1 = 0$ b. $8x - 40y - 1 = 0$

c. $8x - 40y + 3 = 0$ d. $8x - 40y - 3 = 0$

408. Cho parabol (P): $y^2 = -4x$ và điểm $M(-9; -6) \in (P)$. Tiếp tuyến tại điểm M của (P) tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Diện tích của tam giác này bằng:

a. $S = 10{,}5x$ b. $S = 11{,}5$ c. $S = 12{,}5$ d. $S = 13{,}5$

409. Cho parabol (P): $x^2 = 32y$ và điểm $M(-8; 2) \in (P)$. Tiếp tuyến tại điểm $M \in (P)$ tạo với hai trục Ox, Oy một tam giác. Diện tích tam giác này bằng:

a. $S = 16$ b. $S = 12$ c. $S = 8$ d. $S = 4$

410. Cho parabol (P): $x^2 = 16y$. Có duy nhất một tiếp tuyến của (P) có hệ số góc bằng $\frac{3}{2}$. Đó là đường thẳng có phương trình:

a. $3x - 2y - 9 = 0$ b. $3x - 2y - 18 = 0$

c. $3x - 2y + 9 = 0$ d. $3x - 2y + 18 = 0$

411. Cho parabol (P): $(x + 2)^2 = -6y$ và đường thẳng (d): $3x + 2y + 5 = 0$. Tiếp tuyến của (P) vuông góc với (d) là đường thẳng có phương trình:

a. $2x - 3y + 4 = 0$　　b. $2x - 3y + 6 = 0$
c. $2x - 3y - 4 = 0$　　d. $2x - 3y - 6 = 0$

412. Tiếp tuyến của parabol (P): $x^2 + 4y = 0$ có hệ số góc bằng 2 là đường thẳng có phương trình:

a. $2x - y - 4 = 0$　　b. $2x - y + 4 = 0$
c. $2x - y - 2 = 0$　　d. $2x - y + 2 = 0$

413. Cho parabol (P): $y^2 = 32x$. Tiếp tuyến với (P) xuất phát từ điểm A(–3; 2) được sắp xếp như sau:

I. $2x - y + 4 = 0$　　II. $2x + y + 4 = 0$
III. $4x - 3y + 18 = 0$　　IV. $4x - 3y - 18 = 0$

Hãy xem các trả lời sau đây, trả lời nào đúng:

a. chỉ I　　b. chỉ II　　c. I, IV　　d. II, III

414. Cho parabol (P): $x^2 = 36y$ và điểm A(9; 2). Các tiếp tuyến của (P) xuất phát từ điểm A được sắp xếp như sau:

I. $x - 3y - 3 = 0$　　II. $X - 3y + 3 = 0$
III. $2x - 3y - 12 = 0$　　IV. $2x - 3y + 12 = 0$

Trong các trả lời sau đây, trả lời nào đúng:

a. chỉ I　　b. chỉ III　　c. I, III　　d. II, IV

415. Các tiếp tuyến với parabol (P): $y^2 - 2x + 2y + 7 = 0$. Xuất phát từ điểm M(9; –5) có phương trình:

a. $x + 6y - 21 = 0$; $x + 2y - 1 = 0$
b. $x + 6y + 21 = 0$; $x + 2y + 1 = 0$
c. $x - 6y + 21 = 0$; $x - 2y + 1 = 0$
d. $x - 6y - 21 = 0$; $x - 2y - 1 = 0$

416. Cho parabol (P): $y^2 = 4x$ và điểm $I(1; 2) \in (P)$. Một góc vuông thay đổi quay quanh I, hai cạnh của góc vuông cắt (P) tại M và N (khác I). Đường thẳng MN sẽ luôn luôn đi qua một điểm A cố định. Tọa độ của điểm A đó là:

a. A(5; 2)　　b. A(5; –2)　　c. A(–5; 2)　　d. A(–5; –2)

417. Cho parabol (P): $y^2 = 12x$ và điểm $A(3; 6) \in (P)$. Một góc vuông thay đổi quay quanh điểm A, hai cạnh của góc vuông cắt (P) tại M và N (khác A). Đường thẳng MN sẽ thay đổi, nhưng luôn luôn đi qua một điểm cố định I. Tọa độ điểm I là:

a. I(15; 6)　　b. I(–15; 6)　　c. I(15; –6)　　d. I(–15; –6)

418. Đường thẳng (d): $6x - 3y + 4 = 0$ cắt parabol (P): $y^2 = 12x$ tạo thành một hình phẳng. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) bằng:

a. $S = \frac{1}{9}$ b. $S = \frac{2}{9}$ c. $S = \frac{4}{9}$ d. $S = \frac{5}{9}$

419. Hình phẳng bị giới hạn bởi parabol (P): $x^2 = 4y$ và đường thẳng (d): $x - 2y + 3 = 0$ có diện tích bằng:

a. $S = \frac{14}{3}$ b. $S = \frac{17}{3}$ c. $S = \frac{19}{3}$ d. $S = \frac{20}{3}$

420. Cho parabol (P): $x^2 = 8y$. Đường thẳng (d) đi qua tiêu điểm F của (P) và có hệ số góc bằng k. (d) cắt (P) tại hai điểm M và N.

Biểu thức $\frac{1}{FM} + \frac{1}{FN}$ có giá trị không đổi và bằng:

a. $\frac{1}{8}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{1}{2}$ d. 1.

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CỦA PHÉP TỊNH TIẾN

Trong mặt phẳng cho vectơ $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M’ sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ gọi là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

- Kí hiệu: $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.
- Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (a; b)$

Nếu M(x; y) ; M’(x’; y’) thì $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

421. Cho điểm A(–4; 3), A’(5; –2). Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$, sao cho $T_{\vec{v}}(A) = A'$ là biểu thức nào?

a. $\begin{cases} x' = x - 9 \\ y' = y + 5 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x' = x + 9 \\ y' = y - 5 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x' = x - 9 \\ y' = y - 5 \end{cases}$ d. $\begin{cases} x' = x + 9 \\ y' = y + 5 \end{cases}$

422. Cho tam giác ABC có A(2; –3), B(–1; –1), C(6; 4). Ảnh của điểm B qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AC}$ là điểm nào?

a. B'(6; 3) b. B'(–6; –3) c. B'(3; 6) d. B'(–3; –6)

423. Cho hai điểm A(–2; 5), B(3; –1). Trong phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$. A là ảnh của điểm nào?

a. D(7; –11) b. D(–7; 11) c. D(7; 11) d. D(–7; –11)

424. Cho tam giác ABC có A(1; 3), B(–2; –3), C(5; –1). Gọi G là trọng tâm của tam giác. Ảnh của G qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ là điểm nào?

a. G' $\left(\frac{5}{3}; \frac{19}{3}\right)$ b. G' $\left(-\frac{5}{3}; \frac{19}{3}\right)$

c. G' $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{19}{3}\right)$ d. G' $\left(\frac{5}{3}; -\frac{19}{3}\right)$

425. Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2; -4)$, đường thẳng (d): $x + 3y - 2 = 0$ biến thành đường thẳng nào?

a. $x + 3y + 2 = 0$ b. $x + 3y + 4 = 0$

c. $x + 3y + 6 = 0$ d. $x + 3y + 8 = 0$

Hãy chọn kết luận đúng.

426. Cho tam giác ABC có A(–4; 5), B(2; –1), C(3; 4). Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ thì đường thẳng AB biến thành đường thẳng nào?

a. $x + y - 3 = 0$ b. $x + y - 7 = 0$

c. $x + y + 3 = 0$ d. $x + y + 7 = 0$

Hãy chọn phương án đúng.

427. Đường thẳng nào có ảnh là đường thẳng (Δ): $4x - 5y + 7 = 0$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-3; 2)$?

a. $4x - 5y - 11 = 0$ b. $4x - 5y - 13 = 0$

c. $4x - 5y - 15 = 0$ d. $4x - 5y - 17 = 0$

Hãy chọn kết luận đúng.

428. Cho tam giác ABC có A(2; –3), B(–1; 1), C(7; 5). H là chân đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC, M là trung điểm cạnh BC.

a. H' $\left(\frac{4}{5}; \frac{23}{5}\right)$ b. H' $\left(-\frac{4}{5}; \frac{23}{5}\right)$ c. H' $\left(\frac{4}{5}; -\frac{23}{5}\right)$ d. H' $\left(-\frac{4}{5}; -\frac{23}{5}\right)$

Chọn kết luận đúng.

429. Cho hai điểm A(–1; 3), B(2; –4). Gọi M là một điểm trên đoạn thẳng AB sao cho 3MA = MB, $\vec{v} = (4; -5)$. Gọi M' = $T_{\vec{v}}$ (M). M' là điểm nào trên mặt phẳng Oxy?

a. M'$\left(-\frac{15}{4};\frac{15}{4}\right)$ b. M'$\left(\frac{15}{4};-\frac{15}{4}\right)$

c. M'$\left(-\frac{15}{4};-\frac{15}{4}\right)$ d. M'$\left(\frac{15}{4};\frac{15}{4}\right)$

Chọn kết luận đúng.

430. Cho hai điểm M(5; –2), N(1; 4). P là điểm thỏa hệ thức $\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{PN}$. Ảnh của điểm P qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2; 1)$ là điểm nào?

a. P'(5; 11) b. P'(–5; 11) c. P'(–5; –11) d. P'(5; –11)

431. Cho hai điểm M(–3; 3), N(2; –3). P là một điểm ở ngoài đoạn thẳng AB và ở trên đường thẳng AB sao cho 4PM = 3PN. Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (12; -14)$. P có ảnh là P'. Chọn kết luận đúng.

a. P'(–6; –7) b. P'(–6; 7) c. P'(6; –7) d. P'(6; 7)

432. Cho hai điểm A(2; –1), B(–4; 2) và một điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho 4MA = 5MB. Điểm nào có ảnh là điểm M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -2)$?

a. P$\left(-\frac{7}{3};\frac{8}{3}\right)$ b. P$\left(\frac{7}{3};-\frac{8}{3}\right)$ c. P$\left(-\frac{7}{3};-\frac{8}{3}\right)$ d. P$\left(\frac{7}{3};\frac{8}{3}\right)$

Hãy chọn kết luận đúng.

433. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0$ và vectơ $\vec{v} = (-3; 6)$. Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến (C) thành (C'). Phương trình nào sau đây là phương trình của (C'):

a. $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 25 = 0$

b. $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 25 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 25 = 0$

d. $x^2 + y^2 + 4x + 10y + 25 = 0$

434. Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-1; 1)$, đường tròn (C) biến thành đường tròn (C'). Nếu (C') có phương trình $x^2 + y^2 - x + y - \frac{1}{2} = 0$ thì phương trình của (C) là:

a. $x^2 + y^2 + 3x - 3y + \frac{3}{2} = 0$

b. $x^2 + y^2 + 3x + 3y + \frac{3}{2} = 0$

c. $x^2 + y^2 - 3x + 3y + \frac{3}{2} = 0$

d. $x^2 + y^2 - 3x - 3y + \frac{3}{2} = 0$

435. Parabol $y = 2x^2 - 3x + 2$ (P) có đỉnh S. Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (4; -2)$, (P) biến thành (P'). Tọa độ đỉnh S' của parabol (P') là điểm nào?

a. $S'\left(\frac{19}{4}; \frac{9}{8}\right)$ b. $S'\left(\frac{19}{4}; -\frac{9}{8}\right)$

c. $S'\left(-\frac{19}{4}; \frac{9}{8}\right)$ d. $S'\left(-\frac{19}{4}; -\frac{9}{8}\right)$

Chọn kết luận đúng.

436. Parabol (P'): $y = -x^2 + 4x - 2$ là ảnh của parabol (P) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$. Trục đối xứng của (P) là đường thẳng nào?

a. $x + \frac{5}{2} = 0$ b. $x - \frac{5}{2} = 0$

c. $x + \frac{5}{4} = 0$ d. $x - \frac{5}{4} = 0$

Hãy chọn kết luận đúng.

437. Cho parabol (P): $y = x^2 - 2x + 6$. Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2; 1)$, parabol (P) biến thành parabol (P'). Hãy chọn trong các kết luận sau, phương trình của (P'):

a. $y = x^2 + 2x + 3$ b. $y = x^2 + 2x + 5$

c. $y = x^2 + 2x + 7$ d. $y = x^2 + 2x + 9$.

438. Parabol $y = 2x^2 + x - 5$ là ảnh của parabol nào qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -2)$?

a. $y = 2x^2 + 2x$ b. $y = 2x^2 + 3x$

c. $y = 2x^2 + 4x$ d. $y = 2x^2 + 5x$

439. Elip (E): $16x^2 + 32y^2 - 521 = 0$ có tiêu điểm bên trái là F_1. Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (8; -4)$, ảnh của F_1 là điểm nào?

a. $F'_1(4; -4)$ b. $F'_1(4; 4)$

c. $F'_1(-4; 4)$ d. $F'_1(-4; -4)$.

440. Cho elip (E): $5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$. Gọi A_2 là đỉnh của (E) và có hoành độ dương. Nếu $A'_2 = T_{\vec{v}}(A_2)$ với $\vec{v} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ thì A'_2 là điểm nào?

a. $A'_2\left(-\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$ b. $A'_2\left(\frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$

c. $A'_2\left(\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$ d. $A'_2\left(-\frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

C. KIẾN THỨC CƠ BẢN CỦA PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC

- Cho đường thẳng (d). Phép biến hình biến mỗi điểm $M \in (d)$ thành chính nó, biến mỗi điểm $M \notin (d)$ thành M' sao cho (d) là đường trung trực của đoạn thẳng MM' gọi là phép đối xứng trục (d).
- Biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục Ox:

M(x; y), M'(x'; y'): $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

- Biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục Oy:

M(x; y), M'(x'; y'): $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

441. Chọn câu phát biểu sau:

a. Hình chữ nhật có hai trục đối xứng.

b. Hình vuông có 4 trục đối xứng.

c. Hình thoi có 2 trục đối xứng.

d. Hình thang cân có 2 trục đối xứng.

442. Hãy chọn mệnh đề sai:

a. Tam giác đều có 3 trục đối xứng.

b. Tam giác cân có 2 trục đối xứng.

c. Tam giác vuông cân có 1 trục đối xứng.

d. Tam giác vuông không có trục đối xứng.

443. (d) là đường thẳng $x - 2y + 4 = 0$. Qua phép đối xứng trục Ox, (d) có ảnh là (d'). Phương trình nào sau đây là phương trình của (d'):

a. $x - 2y - 4 = 0$ b. $x - 2y - 4 = 0$

c. $x + 2y - 4 = 0$ d. $x + 2y + 4 = 0$.

Hãy chọn kết luận đúng.

444. Đường thẳng (Δ): $4x - 3y + 5 = 0$ có ảnh là đường thẳng (Δ') qua phép đối xứng trục Oy. Phương trình của (Δ'):

a. $4x - 3y - 5 = 0$ b. $4x + 3y + 5 = 0$

c. $4x + 3y - 5 = 0$ d. $3x + 4y + 5 = 0$.

Hãy chọn kết quả đúng.

445. (d) là đường thẳng có phương trình $2x + 5y - 7 = 0$. Qua phép đối xứng trục Ox, (d) có ảnh là (d'). Cosin của góc giữa (d) và (d') bằng:

a. $\frac{19}{29}$ b. $\frac{21}{29}$ c. $\frac{23}{29}$ d. $\frac{25}{29}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

446. Đường thẳng $5x - 4y - 6 = 0$ là ảnh của đường thẳng nào qua phép đối xứng trục Oy?

a. $5x - 4y + 6 = 0$ b. $5x + 4y - 6 = 0$

c. $5x - 4y - 6 = 0$ d. $5x + 4y + 6 = 0$.

447. Đường thẳng (d): $3x - 7y + 5 = 0$ có ảnh là (d') qua phép đối xứng trục Ox. (d') tạo với hai trục Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng số nào?

a. $\frac{23}{21}$ đơn vị diện tích b. $\frac{23}{42}$ đơn vị diện tích

c. $\frac{25}{21}$ đơn vị diện tích d. $\frac{25}{42}$ đơn vị diện tích.

448. Đường thẳng (d): $x - 2y + 3 = 0$ có ảnh là đường thẳng (d') qua phép đối xứng trục Oy. (d) và (d') và trục Ox tạo thành một tam giác cân có chu vi bằng:

a. $3\left(2+\sqrt{5}\right)$ b. $4\left(2+\sqrt{5}\right)$ c. $5\left(2+\sqrt{5}\right)$ d. $6\left(2+\sqrt{5}\right)$

Hãy chọn kết quả đúng.

449. Đường thẳng (Δ): $2\sqrt{3}x + 2y - 3\sqrt{3} = 0$ có ảnh là (Δ') qua phép đối xứng trục Oy.

(Δ), (Δ') và trục Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng:

a. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ b. $\frac{6\sqrt{3}}{4}$ c. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ d. $\frac{12\sqrt{3}}{4}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

450. Cho đường thẳng (d): $2x + y - 4 = 0$ và điểm M(–2; 3). Gọi M' là ảnh của điểm M qua phép đối xứng trục (d): (M' = $Đ_{(d)}$ (M)). M' là điểm nào?

a. M'(5; 2) b. M'(2; 5) c. M'(5; –2) d. M'(2; –5).

451. Cho đường thẳng (Δ): $4x + 5y - 9 = 0$ và điểm A(–3; –4). Ảnh của điểm A qua phép đối xứng trục (Δ) là điểm nào?

a. A'(5; 6) b. A'(6; 5) c. A'(5; –6) d. A'(–5; 6).

452. Cho đường thẳng (p): $3x - 2y + 6 = 0$ và điểm $C\left(\frac{1}{2};-6\right)$. Ảnh của điểm C qua phép đối xứng trục (p) là điểm nào?

a. C'(8,5; 0) b. C'(–8,5; 0) c. C'(0; 8,5) d. C'(0; –8,5).

Hãy chọn phương án đúng.

453. Cho hai đường thẳng (d_1): $x - 3y + 2 = 0$, (d_2): $2x - y - 1 = 0$. Ảnh của (d_1) qua phép đối xứng trục (d_2) là đường thẳng nào?

a. $3x - y + 4 = 0$ b. $3x - y - 4 = 0$

c. $3x + y + 4 = 0$ d. $3x + y - 4 = 0$.

454. Cho hai đường thẳng (Δ_1): $2x + 3y + 5 = 0$, (Δ_2): $2x + y + 3 = 0$. Ảnh của (Δ_1) qua phép đối xứng trục (Δ_2) là đường thẳng nào?

a. $18x - y - 17 = 0$ b. $18x - y + 17 = 0$

c. $18x + y - 17 = 0$ d. $18x + y + 17 = 0$.

455. Cho parabol (P): $y = 3x^2 - 3x + 2$. Ảnh (P') qua phép đối xứng trục Ox là parabol nào?

a. $y = -2x^2 - 3x - 2$ b. $y = -2x^2 + 3x + 2$

c. $y = -2x^2 - 3x + 2$ d. $y = -2x^2 + 3x - 2$.

456. Parabol (P): $y = -x^2 + 4x + 5$ là ảnh của parabol nào qua phép đối xứng trục Ox?

a. $y = x^2 - 4x + 5$ b. $y = x^2 - 4x - 5$

c. $y = x^2 + 4x + 5$ d. $y = x^2 + 4x - 5$.

Hãy chọn trả lời đúng.

457. Cho Parabol (P): $y = 3x^2 - 5x - 2$. Ảnh của (P) qua phép đối xứng trục Oy là parabol có phương trình:

a. $y = -3x^2 + 5x - 2$

b. $y = -3x^2 - 5x + 2$

c. $y = 3x^2 + 5x - 2$

d. $y = 3x^2 + 5x + 2$.

458. Parabol (P): $y = 3 + 2x - x^2$ là ảnh của parabol nào qua phép đối xứng trục Oy?

a. $y = 3 - 2x - x^2$

b. $y = -3 + 2x + x$

c. $y = -3 - 2x - x^2$

d. $y = 3 + 2x + x^2$.

459. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. H là trực tâm của tam giác. Gọi E là điểm đối xứng của H qua cạnh AC. Phát biểu nào sai?

a. $\widehat{AEC} = 180^0 - \widehat{B}$

b. Nếu F là điểm đối xứng của H qua cạnh AB thì F nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

c. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC là ảnh của điểm B qua phép đối xứng trục AC.

d. Quỹ tích của H là cung nhỏ AC của đường tròn AHC (khi A di động trên cung lớn BC thuộc đường tròn ABC)

460. Cho hình vuông ABCD tâm O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng của O qua các cạnh AB, BC, CD, DA. Hãy chọn câu phát biểu sai.

a. M, B, N thẳng hàng.

b. MNPQ cũng là một hình vuông.

c. Tỉ số $\frac{AB}{MN} = \frac{1}{2}$.

d. Diện tích hình vuông MNPQ bằng hai lần diện tích hình vuông ABCD.

D. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CỦA PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

- Định nghĩa: Cho điểm I.

Phép biến hình Đ sao cho:

$Đ_I(I) = I$

$Đ_I(M) = M'$ sao cho I là trung điểm của MM'

Gọi là phép đối xứng tâm I.

$Đ_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$.

$Đ_I(M) = M' \Leftrightarrow Đ_I(M') = M$.

Nếu H là một hình (đường thẳng, tam giác, đa giác, đường tròn...). Bằng cách lấy đối xứng từng điểm của H qua tâm I, ta được hình H':

$Đ_I(H) = H'$.

- Biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua tâm $I(x_0; y_0)$:

Nếu $M(x; y)$, $M'(x'; y')$ và $Đ_I(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = 2y_0 - y \end{cases}$

Đặc biệt nếu $I = O(0; 0)$ thì biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua gốc tọa độ O là $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$

- Tính chất của phép đối xứng tâm I:
  - Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa 2 điểm bất kì.
  - Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song (hoặc trùng) với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

461. Chọn câu sai:

a. Hình chữ nhật có vô số tâm đối xứng.

b. Hình vuông có một tâm đối xứng.

c. Hình thoi có một tâm đối xứng.

d. Hình tam giác đều không có tâm đối xứng.

462. Chọn câu sai:

a. Đường tròn có một tâm đối xứng và vô số trục đối xứng.

b. Đường elip có một tâm đối xứng và hai trục đối xứng.

c. Đường parabol có một trục đối xứng và một tâm đối xứng.

d. Hình lục giác đều có một tâm đối xứng và 6 trục đối xứng.

463. Chọn kết luận sai. Qua phép đối xứng tâm O(0; 0):

a. A(–2; 3) có ảnh là A'(2; –3)

b. B(4; 1) có ảnh là B'(–1; –4)

c. C(–5; –2) có ảnh là C'(5; 2)

d. D(3; –1) có ảnh là D'(–3; 1).

464. Qua phép đối xứng tâm I(2; –1), điểm M(4; –3) có ảnh là điểm nào?

a. M'(0; –1) b. M'(–1; 0) c. M'(0; 1) d. M'(1; 0).

465. Điểm N(5; – 4) là ảnh của điểm nào qua phép đối xứng tâm I(–2; 3)?

a. A(–9; 10) b. B(–10; 9) c. C(9; –10) d. D(10; –9).

466. Qua phép đối xứng tâm I(3; –5), đường thẳng 2x – 3y + 4 = 0 có ảnh là đường thẳng nào?

a. 2x – 3y – 42 = 0

b. 2x – 3y – 44 = 0

c. 2x – 3y – 46 = 0

d. 2x – 3y – 48 = 0

467. Cho hai đường thẳng (d): 3x – 2y + 10 = 0 và (d'): 3x – 2y – 7 = 0. Hãy chọn kết luận sai:

a. Phép đối xứng tâm A(1; 0) biến (d) thành (d')

b. Phép đối xứng tâm B(–1; –3) biến (d) thành (d')

c. Phép đối xứng tâm C(3; 3) biến (d) thành (d')

d. Phép đối xứng tâm D(–3; –3) biến (d) thành (d').

468. Cho hai đường thẳng (Δ): 4x + 5y + 2 = 0 và (Δ'): 4x + 5y – 6 = 0. Điểm nào sau đây là một tâm đối xứng của (Δ) và (Δ')?

a. I_1(2; –2) b. I_2(–2; 2) c. I_3(2; 2) d. I_4(–2; –2).

Hãy chọn kết luận đúng.

469. Cho tam giác: A(2; –1), B(–3; 1), C(–5; 5) có G là trọng tâm. Phép đối xứng tâm G biến C thành điểm nào?

a. C'(1; –1) b. C'(–1; 1) c. C'(1; 1) d. C'(–1; –1).

470. Tam giác ABC có A(–1; 3), B(2; –4), trọng tâm G(3; –2). Phép đối xứng tâm C biến A thành điểm nào?

a. A'(17; 13) b. A'(−17; 13)

c. A'(17; −13) d. A'(−17; −13).

471. Cho tam giác ABC có A(1; 2), B(2; −2), C(−4; −6). Gọi M là trung điểm của BC. Phép đối xứng tâm M biến đường thẳng AB thành đường thẳng nào?

a. $4x + y + 24 = 0$ b. $4x + y + 26 = 0$

c. $4x + y + 28 = 0$ d. $4x + y + 30 = 0$.

472. Cho tam giác ABC: A(3; 4), B(2; 1), C(3; −1). Gọi H là chân đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC. Qua phép đối xứng tâm H, đường thẳng AB có ảnh là đường thẳng nào?

a. $3x - y + 5 = 0$ b. $3x - y - 5 = 0$

c. $3x - y + 3 = 0$ d. $3x - y - 3 = 0$.

473. Cho đường thẳng (d): $3x + 4y - 1 = 0$. Qua phép đối xứng tâm I(2; −1), (d) có ảnh là (d'). khoảng cách giữa (d) và (d') bằng:

a. 0,2 b. 0,3 c. 0,4 d. 0,5.

Hãy chọn kết quả đúng.

474. Cho đường thẳng (Δ): $2x + 5y - 10 = 0$ và điểm I(−3; 5). Qua phép đối xứng tâm I, (Δ) có ảnh là (Δ'). (Δ') tạo với hai trục Ox, Oy một tam giác vuông có diện tích bằng số nào?

a. 39,1 đơn vị diện tích

b. 39,2 đơn vị diện tích

c. 39,3 đơn vị diện tích

d. 39,4 đơn vị diện tích.

475. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ và điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Qua phép đối xứng tâm I, (C) biến thành (C'). phương trình của (C') là:

a. $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 16 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 16 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$

d. $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 16 = 0$

Hãy chọn kết luận đúng.

476. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 32 = 0$ và điểm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Qua phép đối xứng tâm I, (C) có ảnh là (C'). Một giao điểm của (C') và trục Ox là:

a. A(–1; 0) b. B(1; 0) c. C(–2; 0) d. D(2; 0).

Hãy chọn kết luận đúng.

477. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + x - 3y - 6 = 0$ và điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Phép đối xứng tâm I biến (C) thành (C'). Một giao điểm của (C') và trục Oy là:

a. A(0; 3) b. B(0; – 3) c. C(0; 1) d. D(0; – 1).

Hãy chọn kết luận đúng.

478. Qua một phép đối xứng tâm $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - x + 3y - 4 = 0$, biến thành đường tròn (C'). (C') sẽ cắt trục Ox tại hai điểm, tạo thành một dây cung có độ dài bằng:

a. 2 đơn vị chiều dài

b. 3 đơn vị chiều dài

c. 4 đơn vị chiều dài

d. 5 đơn vị chiều dài

Hãy chọn trả lời đúng.

479. Qua một phép đối xứng tâm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 24 = 0$, có ảnh là đường tròn (C'). (C') sẽ cắt trục Oy tại hai điểm M và N. Độ dài của dây MN là số nào?

a. 8 đơn vị chiều dài

b. 9 đơn vị chiều dài

c. 10 đơn vị chiều dài

d. 12 đơn vị chiều dài

Chọn kết luận đúng.

480. Cho parabol (P): $y = x^2 + 2x$. Qua một phép đối xứng tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, (P) có ảnh là parabol (P'). (P') cắt trục Ox theo một dây cung có độ dài bằng:

a. 1 đơn vị chiều dài

b. 2 đơn vị chiều dài

c. 3 đơn vị chiều dài

d. 4 đơn vị chiều dài

Hãy chọn kết luận đúng.

KIẾN THỨC CƠ BẢN CỦA PHÉP QUAY

Cho điểm O và góc lượng giác α.

Phép biến hình biến O thành chính nó, biến mỗi điểm M ≠ 0 thành điểm M' sao cho OM = OM' và (OM, OM') = α gọi là phép quay tâm O, góc α.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

481. Cho điểm B(2; 1). Qua phép quay tâm O, góc quay 90^0, B có ảnh là điểm nào?

a. B'(−1; 1) b. B'(1; −2) c. B'(−1; 2) d. B'(−2; −1).

482. Qua phép quay tâm O, góc quay -90^0, điểm A(2; 3) có ảnh là điểm nào?

a. A'(3; −2) b. A'(−3; 2) c. A'(−3; −2) d. A'(3; 2).

483. Qua phép quay tâm O, góc quay 45^0, điểm M(4; 3) có ảnh là điểm nào?

a. $M'\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ b. $M'\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

c. $M'\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$ d. $M'\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)$.

484. Cho điểm A(−1; 2). Qua phép quay tâm O, góc quay 60^0, ảnh của A sẽ là điểm nào?

a. $A'\left(-\sqrt{3}+\frac{1}{2};1++\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b. $A'\left(-\sqrt{3}-\frac{1}{2};1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c. $A'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2};-1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ d. $A'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2};-1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

485. Qua phép quay tâm O, góc quay α, với $\cos\alpha = \frac{20}{29}$ thì điểm A(5; 2) có ảnh là điểm nào?

a. A'(2; 5) b. A'(−2; 5) c. A'(2; −5) d. A'(−2; −5).

486. Qua phép quay tâm I(0; 4), góc quay α, với $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$ thì điểm M(5; −1) sẽ có ảnh là điểm nào?

a. M'(7; 5) b. M'(−7; 5) c. M'(7; −5) d. M'(−7; −5).

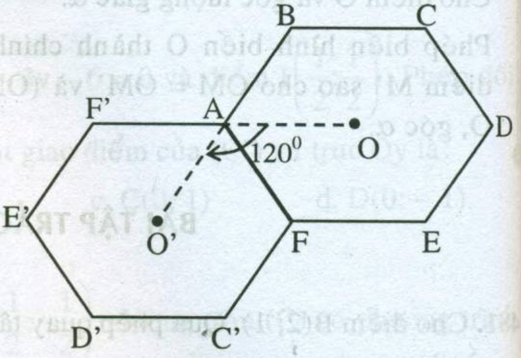
487. Sau khi vẽ ảnh của lục giác đều ABCDEF qua phép quay tâm A, góc quay -120^0 (hình bên), một học sinh ghi lại bốn kết luận:

a. $Q_{\left(A;-120^0\right)}(ABC) = AFC'$

b. $Q_{\left(A;-120^0\right)}(ACD) = AC'D'$

c. $Q_{\left(A;-120^0\right)}(BCD) = FC'D'$

d. $Q_{\left(A;-120^0\right)}(CEF) = CE'F'$



Hãy chỉ ra kết luận sai.

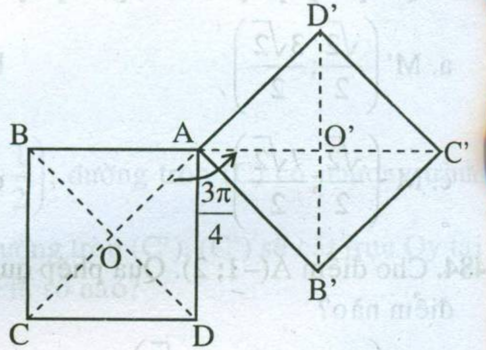
488. Một học sinh đã vẽ ảnh của hình vuông ABCD qua phép quay tâm A, góc quay $\frac{3\pi}{4}$ như hình bên. Bạn đó kết luận:

a. $Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}(O) = O'$

b. $Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}(OB) = O'D'$

c. $Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}(CD) = C'D'$

d. $Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}(OAD) = O'AD'$



Hãy chỉ ra kết luận sai.

489. Cho một tam giác đều ABC cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của BC. Qua phép quay tâm M, góc quay -90^0, ABC có ảnh là tam giác đều A'B'C'. Diện tích phần chung của hai tam giác ABC và A'B'C' là số nào?

a. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{3}-1\right)$ b. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}\left(\sqrt{3}-1\right)$

c. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}\left(\sqrt{3}-1\right)$ d. $\frac{a^2\sqrt{3}}{16}\left(\sqrt{3}-1\right)$

Hãy chọn kết luận đúng.

490. Cho tam giác ABC vuông tại A, có AC = b, AB = c (b > c). Dựng hình vuông ACMN ở bên ngoài tam giác ABC. Phép quay tâm A, góc quay $-\frac{\pi}{2}$ biến hình vuông ACMN thành hình vuông AC'M'C. Nếu AM' cắt BC tại I thì độ dài đoạn M'I là số nào?

a. $\frac{b^2}{b+c}$ b. $\frac{c^2}{b+c}$ c. $\frac{b^2\sqrt{2}}{b+c}$ d. $\frac{c^2\sqrt{2}}{b+c}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

491. Cho tam giác ABC vuông tại A, có BC = a, $\widehat{ABC} = 30^0$. Dựng hình vuông ABDE ở bên ngoài tam giác ABC. Phép quay tâm A, góc quay $-\frac{3\pi}{4}$ biến hình vuông ABDE thành hình vuông AB'D'E'. Khoảng cách giữa D và ảnh D' của nó bằng số nào?

a. $\frac{a}{\sqrt{2}}.\sqrt{2+\sqrt{2}}$ b. $\frac{a}{2\sqrt{2}}.\sqrt{2+\sqrt{2}}$

c. $\frac{a}{\sqrt{3}}.\sqrt{3+\sqrt{3}}$ d. $\frac{a}{2\sqrt{3}}.\sqrt{3+\sqrt{3}}$

Hãy chọn kết luận đúng

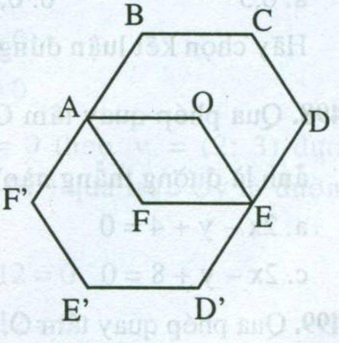
492. Cho một tam giác ABC. Dựng ở phía ngoài tam giác ABC các tam giác BAM vuông cân tại B, ACQ vuông cân tại C và BCR vuông cân tại C. Gọi I, K, L theo thứ tự là trung điểm của AB, BR và AQ.

Phép quay tâm I, góc quay 90^0 biến K thành điểm nào?

a. $Q_{\left(I;\,90^0\right)}(K) = C$ b. $Q_{\left(I;\,90^0\right)}(K) = Q$

c. $Q_{\left(I;\,90^0\right)}(K) = L$ d. $Q_{\left(I;\,90^0\right)}(K) = P$

493. Cho lục giác đều ABCDEF và phép quay tâm A, góc quay $-\frac{\pi}{3}$. Sau khi vẽ ảnh của lục giác ABCDEF qua phép quay nói trên (hình dưới), một học sinh ghi 4 kết luận.



a. $Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(ABC) = AOE$

b. $Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(BCD) = DEF$

c. $Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(CDE) = AD'E'$

d. $Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(CEF) = EE'F'$

Hãy chọn kết luận sai.

494. Cho hình thang cân ABCD, hai cạnh bên AD, BC; hai đường chéo AC, BD vuông góc nhau tại I. Hãy chọn phát biểu sai:

a. $Q_{(I;\,90^0)}(D) = C$ b. $Q_{(I;\,90^0)}(B) = A$

c. $Q_{(I;\,90^0)}(AD) = BC$ d. $Q_{(I;\,90^0)}(BD) = AC$

495. Cho hình bát giác đều ABCDEFGH tâm O, thứ tự các đỉnh đánh theo chiều kim đồng hồ, bắt đầu từ A:

Hãy chọn kết luận sai.

a. $Q_{\left(O;\frac{\pi}{2}\right)}(A) = CD$ b. $Q_{(O;90^0)}(DE) = BC$

c. $Q_{\left(O;\frac{\pi}{4}\right)}(CD) = BC$ d. $Q_{\left(O;\frac{3\pi}{4}\right)}(BCD) = HGF$

496. Cho hình thập giác đều ABCDEFGHIK tâm O. Chọn kết luận sai (qua phép quay tâm O, góc quay 72^0).

a. $Q_{(O;72^0)}(CDE) = ABC$ b. $Q_{(O;72^0)}(EFH) = CDF$

c. $Q_{(O;72^0)}(GHI) = DFG$ d. $Q_{(O;72^0)}(FGK) = DEH$

497. Qua phép quay tâm I(– 1; 3) điểm A(0; – 4) có ảnh là A'(– 6; – 2). Nếu góc quay là α thì sinα là số nào?

a. 0,5 b. 0,6 c. 0,75 d. 0,8

Hãy chọn kết luận đúng.

498. Qua phép quay tâm O, góc quay $\frac{\pi}{2}$, đường thẳng (d): $x + 2y + 4 = 0$ có ảnh là đường thẳng nào?

a. $2x - y + 4 = 0$ b. $2x - y - 4 = 0$

c. $2x - y + 8 = 0$ d. $2x - y - 8 = 0$

499. Qua phép quay tâm O, góc quay 270^0, đường thẳng (Δ): $3x + 4y - 12 = 0$ có ảnh là đường thẳng nào?

a. $4x - 3y + 6 = 0$ b. $4x + 3y - 6 = 0$

c. $4x + 3y + 12 = 0$ d. $4x - 3y - 12 = 0$

500. Cho phép quay tâm I(3; 5), góc quay 90^0, đường thẳng $3x + 2y - 6 = 0$ có ảnh là đường thẳng nào?

a. $2x - 3y + 4 = 0$ b. $2x - 3y - 4 = 0$

c. $2x - 3y + 6 = 0$ d. $2x - 3y - 6 = 0$

PHÉP DỜI HÌNH

Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Các phép biến hình: đồng nhất, tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm, phép quay đều là những phép dời hình.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

501. Tịnh tiến điểm A(–2; 1) theo vectơ $\vec{v}(4; 3)$ được điểm A'. Quay điểm A' theo phép quay tâm O, góc quay -90^0 được điểm A". A" là điểm nào?

a. A"(–2; 3) b. A"(4; –2)

c. A"(2; – 4) d. A"(– 4; 2).

502. Quay điểm M(2; –2) theo phép quay tâm I(0; 2) góc quay 90^0 được điểm M'. Tịnh tiến điểm M' theo vectơ $\vec{v} = (3; -56)$, ta được điểm nào?

a. M"(–7; 1) b. M"(–7; –1)

c. M"(7; –1) d. M"(7; 1)

503. Tịnh tiến đường thẳng (d): $x + y - 2 = 0$ theo vectơ $\vec{v} = (-1; 3)$, sau đó quay theo phép tâm quay tâm A(4; 0) góc quay 270^0 ta được đường thẳng nào?

a. $x - y + 4 = 0$ b. $x + y - 4 = 0$

c. $x - y - 4 = 0$ d. $x + y + 4 = 0$

504. Tịnh tiến đường thẳng (d) $3x - 4y + 6 = 0$ theo $\vec{v} = (2; 3)$ được đường thẳng (d'). Đường thẳng đối xứng với (d') qua trục Oy là đường thẳng nào?

a. $4x + 3y + 12 = 0$ b. $4x + 3y - 12 = 0$

c. $3x + 4y + 12 = 0$ d. $3x + 4y - 12 = 0$

505. Điểm A(2; 5) có ảnh A' qua phép đối xứng trục (d): 2x + 3y – 6 = 0 còn B là ảnh của A' qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ = (5; – 3). Điểm nào sau đây là B?

a. B(–3; 4) b. B(3; –4) c. B(3; 4) d. B(–3; –4)

506. Điểm M(7; – 2), qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ = (– 4; 5) có ảnh là điểm A. B là ảnh của A qua phép đối xứng trục (d): 2x + y – 4 = 0. B là điểm nào?

a. B(1; –1) b. B(1; 1) c. B(–1; 1) d. B(–1; –1)

507. Cho điểm M(3; 2) và đường thẳng (Δ): x + 2y – 2 = 0. M' là ảnh của M qua phép đối xứng trục (d). N là ảnh của M' qua phép quay tâm O, góc quay 90^0, N là điểm nào?

a. N(2; 1) b. N(–2; 1) c. N(2; –1) d. N(–2; –1)

508. Cho điểm A(–1; 2). Phép quay tâm O, góc 90^0 biến A thành M. Gọi M' là ảnh của M qua phép đối xứng trục (d): 2x + 3y – 6 = 0. M' là điểm nào?

a. M'(2; –5) b. M'(2; 5) c. M'(–2; 5) d. M'(–2; –5)

509. Cho đường thẳng (d): x – y + 1 = 0. Qua phép đối xứng trục (Δ): 2x – y + 4 = 0, (d) có ảnh là (d'). Tịnh tiến (d') theo vectơ $\vec{v}$ = (2; –1) được đường thẳng nào?

a. 7x + y – 2 = 0 b. 7x + y + 2 = 0
c. 7x – y – 4 = 0 d. 7x – y + 4 = 0

510. Tịnh tiến đường thẳng (d): 2x + 5y – 10 = 0 theo vectơ $\vec{v}$ = (3; –2) được đường thẳng (d'). Ảnh của (d') qua phép đối xứng trục Ox là đường thẳng nào?

a. 2x – 5y + 6 = 0 b. 2x – 5y – 6 = 0
c. 2x + 5y + 6 = 0 d. 2x + 5y – 6 = 0

511. Tịnh tiến đường thẳng (Δ): 3x – 4y – 28 = 0 theo vectơ $\vec{v}$ = (–5; 4) được đường thẳng (Δ'). Đường thẳng đối xứng với (Δ') qua trục Oy là đường thẳng nào?

a. 3x + 4y – 3 = 0 b. 3x + 4y + 3 = 0
c. 3x + 4y – 5 = 0 d. 3x + 4y + 5 = 0

512. Quay đường thẳng (d): 3x + 2y – 12 = 0 theo phép quay tâm O, góc quay 90^0 được đường thẳng (d'). Đường thẳng (Δ) đối xứng với (d') qua trục Ox là đường thẳng nào?

a. $2x + 3y - 13 = 0$ b. $2x + 3y + 13 = 0$

c. $2x - 3y - 13 = 0$ d. $2x - 3y + 13 = 0$

513. Tịnh tiến đường thẳng (d): $3x - y - 1 = 0$ theo vectơ $\vec{v} = (2; -3)$ ta được đường thẳng (d'). Quay (d') theo phép quay tâm O, góc quay -90^0, ta được đường thẳng (Δ). Phương trình (Δ) là phương trình nào?

a. $x - 3y - 10 = 0$ b. $x - 3y + 10 = 0$

c. $x + 3y - 10 = 0$ d. $x + 3y + 10 = 0$

514. Cho điểm A(2; 1) và 2 đường thẳng (d): $x - y + 1 = 0$, (d'): $2x + y + 2 = 0$, B là ảnh của A qua phép đối xứng trục (d), C là ảnh của B qua phép đối xứng trục (d'). Điểm C là điểm nào?

a. C(4; –1) b. C(–4; 1) c. C(4; 1) d. C(–4; –1)

515. Cho đường thẳng (d): $3x - y + 10 = 0$. Qua phép quay tâm O, góc -90^0, (d) có ảnh là (d'). Tịnh tiến (d') theo vectơ $\vec{v} = (2; -5)$ được đường thẳng nào?

a. $x + 3y + 1 = 0$ b. $x + 3y + 3 = 0$

c. $x + 3y - 1 = 0$ d. $x + 3y - 3 = 0$

516. Cho đường thẳng (d): $3x + 2y + 13 = 0$. Phép quay tâm O, góc quay $\frac{3\pi}{2}$ biến (d) thành (d'). Tịnh tiến (d') theo vectơ $\vec{v} = (-1; -2)$ được đường thẳng (Δ). Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ) là số nào?

a. $\frac{5}{\sqrt{13}}$ b. $\frac{7}{\sqrt{13}}$ c. $\frac{9}{\sqrt{13}}$ d. $\frac{11}{\sqrt{13}}$

517. Cho đường thẳng (d): $4x - y - 15 = 0$. Tịnh tiến (d) theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$ ta được đường thẳng (d'). Quay (d') theo phép quay tâm O, góc 90^0 được đường thẳng (Δ). (Δ) tạo với hai trục Ox và Oy một tam giác vuông có diện tích bằng:

a. $32\frac{1}{8}$ đơn vị diện tích b. $34\frac{1}{8}$ đơn vị diện tích

c. $36\frac{1}{8}$ đơn vị diện tích d. $38\frac{1}{8}$ đơn vị diện tích

518. Cho đường thẳng (d): $x - 2y + 4 = 0$. Qua phép đối xứng trục Oy, (d) có ảnh là (d'). Quay (d') theo phép quay tâm O, góc quay 90^0 được đường thẳng (Δ). Phương trình nào sau đây là phương trình của (Δ)?

a. $2x - y - 4 = 0$ b. $2x - y + 4 = 0$

c. $2x - 3y - 2 = 0$ d. $2x - y + 2 = 0$

519. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$. Quay (C) theo phép quay tâm O góc quay -90^0, được đường tròn (C'). Tịnh tiến (C') theo vectơ $\vec{v}$, $\vec{v} = (1; 1)$ ta được đường tròn nào?

a. $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 16 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$

d. $x^2 + y^2 + 8x + 4y + 16 = 0$

520. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$. Lấy đối xứng qua trục $x - 2y + 2 = 0$ được đường tròn (C'). Quay (C') theo phép quay tâm O, góc 90^0 ta được đường tròn nào?

a. . $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 9 = 0$

b. $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 9 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 9 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$

Chương VII. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM VỮNG

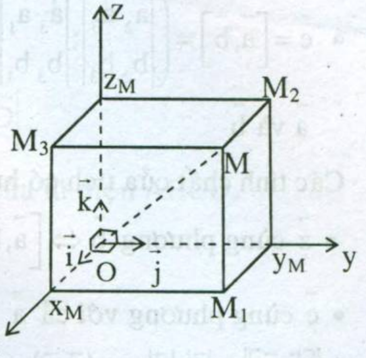
1. Hệ trục tọa độ Oxyz gồm ba trục:

Ox: trục hoành

Oy: trục tung

Oz: trục cao

Ox, Oy, Oz không đồng phẳng vuông góc với nhau từng đôi một, có các vectơ đơn vị lần lượt là $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$.



2. Tọa độ của điểm M:

$$\overrightarrow{OM} = x_M.\vec{i} + y_M.\vec{j} + z_M.\vec{k}$$

$\Leftrightarrow M(x_M; y_M; z_M)$

3. Nếu $A(x_A; y_A; z_A)$; $B(x_B; y_B; z_B)$ thì:

$$\overrightarrow{AB} = \left(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A\right), \vec{O} = \left(0;0;0\right)$$

4. Các phép toán vectơ trên hệ trục Oxyz:

$\vec{a} = \left(a_1; a_2; a_3\right), \vec{b} = \left(b_1; b_2; b_3\right)$ thì:

- $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$
- $\vec{a} + \vec{b} = \left(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3\right)$
- $\vec{a} - \vec{b} = \left(a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3\right)$
- Với p là một số thực thì vectơ $p\vec{a} = (pa_1; pa_2; pa_3)$

$p\vec{a}$ cùng chiều với $\vec{a}$ nếu $p > 0$

$p\vec{a}$ ngược chiều với $\vec{a}$ nếu $p < 0$

Gọi chung: $p\vec{a}$ cùng phương với $\vec{a}$

- $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = pb_1 \\ a_2 = pb_2 \quad \left(p \in R\right) \\ a_3 = pb_3 \end{cases}$

Hoặc: $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}$ (quy ước rằng nếu mẫu số bằng 0, thì tử số bằng 0)

- $\vec{a}.\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$
- $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$
- $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)$ (là vectơ tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

Các tính chất của tích có hướng:

- $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$
- $\vec{c}$ cùng phương với cả $\vec{a}$ và $\vec{b}$
- $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

5. Các hệ quả quan trọng

- $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$
- $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2+\left(z_B-z_A\right)^2}$
- $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$
- Công thức tính tọa độ điểm M(x; y; z) ở trên đoạn AB sao cho.

$$\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}\ \left(k\neq 1\right):\begin{cases}x=\dfrac{x_A-kx_B}{1-k}\\ y=\dfrac{y_A-ky_B}{1-k}\\ z=\dfrac{z_A-kz_B}{1-k}\end{cases}$$

Nếu M là trung điểm AB (k = – 1) thì:

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$$

- Điều kiện đồng phẳng của 3 vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$: $\vec{a}.\left[\vec{b},\vec{c}\right]=0$

- Diện tích tam giác ABC: $S = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$

- Thể tích hình hộp ABCD.A'B'C'D': $V = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$

- Thể tích hình chóp S.ABCD: $V = \frac{1}{3}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AS}\right|$ (nếu đáy ABCD là hình bình hành)

- Thể tích tứ diện ABCD: $V = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$

- Độ dài đường cao kẻ từ A xuống đáy BCD của tứ diện ABCD.

$$h_A = \frac{\left|\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right].\overrightarrow{BA}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right]\right|}$$

- Một phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất, ba ẩn số x, y, z:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 & (1) \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 & (2) \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 & (3) \end{cases}$$

+ Bước 1: Giải hệ (1) và (2), tính x, y theo z

+ Bước 2: Thế x, y theo z vào (3), giải để tính z, rồi từ đó tính được x, y.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VỀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

521. Cho khối tứ diện ABCD. M là trung điểm AC, N là trung điểm BD. Hãy chỉ ra hệ thức nào sai.

a. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$ b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{MN}$

c. $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{MN}$ d. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{MN}$

522. Cho khối tứ diện ABCD. Gọi P là trung điểm AC, Q là trung điểm BD. Hãy tìm hệ thức đúng:

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{PQ}$

b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{PQ}$

c. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{PQ}$

d. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{PQ}$

523. Cho ba điểm không thẳng hàng A, B, C và một điểm M tùy ý trong không gian. Với mọi vị trí của điểm M, ta luôn có

a. $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AB}$

b. $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$

c. $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$

d. $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

Hãy chọn kết quả đúng

524. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. AC' cắt mặt phẳng (A'BD) tại E, cắt mặt phẳng (CB'D') tại F. Hãy tìm hệ thức sai.

a. $\overrightarrow{EA'}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{ED}=\vec{0}$ b. $\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{FD'}+\overrightarrow{FB'}=\vec{0}$

c. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=2\overrightarrow{AC'}$ d. $\overrightarrow{EF}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC'}$

525. Cho khối tứ diện ABCD. G là trọng tâm của khối tứ diện, A' là trọng tâm của tam giác BCD, M là một điểm tùy ý trong không gian. Hệ thức nào dưới đây là hệ thức sai:

a. $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=3\overrightarrow{GA'}$

b. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

c. $\overrightarrow{AA'}=3\overrightarrow{AG}$

d. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=4\overrightarrow{MG}$

526. Cho khối diện ABCD. Gọi M là trung điểm BC. Coi $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{AD}=\vec{c}$ thì:

a. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{\vec{a}+\vec{c}-2\vec{b}}{2}$ b. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}-2\vec{a}}{2}$

c. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}}{2}$ d. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{\vec{a}-\vec{c}+2\vec{b}}{2}$

527. Cho khối tứ diện ABCD. Cho $\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c},\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Hệ thức giữa $\overrightarrow{AG}$ và ba vectơ $\vec{b},\vec{c},\vec{d}$ là:

a. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{4}$ b. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{3}$

c. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{2}$ d. $\overrightarrow{AG}=\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$

528. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi O là tâm của hình lập phương. Hệ thức $\overrightarrow{AO}$ và các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ là:

a. $\overrightarrow{AO} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}}{3}$ b. $\overrightarrow{AO} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}}{4}$

c. $\overrightarrow{AO} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}}{2}$ d. $\overrightarrow{AO} = \dfrac{2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)}{3}$

529. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi I là tâm của mặt CDD'C'. Hệ thức liên quan giữa $\overrightarrow{AI}$ với các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ là:

a. $\overrightarrow{AI} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}}{2} + \overrightarrow{AD}$ b. $\overrightarrow{AI} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}}{2} + \overrightarrow{AA'}$

c. $\overrightarrow{AI} = \dfrac{\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}}{2} + \overrightarrow{AB}$ d. $\overrightarrow{AI} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}}{2}$

530. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Tìm xem hệ thức nào sai:

a. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ b. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{AA'}$ d. $\overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC'}$

531. Cho ba vectơ $\vec a = (-1; 2; 1)$; $\vec b = (3; -2; -1)$; $\vec c = (1; -1; 3)$. Tìm kết quả sai:

a. $\left(\vec a.\vec b\right).\vec c = \left(-8;8;-24\right)$ b. $\left[\vec a,\vec b\right].\vec c = -14$

c. $\vec a.\left[\vec b,\vec c\right] = 14$ d. $\vec a.\left(\vec b.\vec c\right) = (-2; 4; 2)$

532. Cho ba vectơ $\vec a = (2; -2; 1)$; $\vec b = (2; 1; -2)$; $\vec c = (-1; 3; 4)$. Tìm xem kết quả nào sai:

a. $\vec a^{\,2}.\left(\vec b.\vec c\right) = -63$ b. $\left(\vec a.\vec b\right).\vec c^{\,2} = 0$

c. $\vec a^{\,2}.\left[\vec b,\vec c\right] = (90; -54; 63)$ d. $\left[\vec a,\vec b\right].\vec c^{\,2} = (-78; 156; 156)$

533. Cho ba vectơ $\vec a = (1; 2; 1)$; $\vec b = (2; 1; 2)$; $\vec c = (3; 2; -1)$. $\vec a^{\,2}.\vec b + \vec b^{\,2}.\vec c + \vec c^{\,2}.\vec a$ là một vectơ tọa độ bằng:

a. (53; – 52; –17) b. (53; 52; –17)

c. (53; 52; 17) d. (53; – 52; 17)

534. Tìm xem trong 4 kết luận a, b, c, d kết luận nào sai:

a. Ba vectơ $\vec a = (1; -1; 1)$; $\vec b = (0; 1; 2)$; $\vec c = (4; 2; 3)$: không đồng phẳng

b. Ba vectơ $\vec{a} = (4; 3; 4)$; $\vec{b} = (2; -1; 2)$; $\vec{c} = (1; 2; 1)$: đồng phẳng

c. Ba vectơ $\vec{a} = (4; 2; 5)$; $\vec{b} = (3; 1; 3)$; $\vec{c} = (4; 0; 2)$: đồng phẳng

d. Ba vectơ $\vec{a} = (3; -1; 2)$; $\vec{b} = (1; 4; 1)$; $\vec{c} = (1; -2; 1)$: đồng phẳng

535. Xác định kết luận sai.

a. Ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (3; -1; 2)$; $\vec{c} = (2; 3; -1)$: không đồng phẳng

b. Ba vectơ $\vec{a} = (4; -1; 2)$; $\vec{b} = (2; -4; 1)$; $\vec{c} = (3; -1; 3)$: đồng phẳng

c. Ba vectơ $\vec{a} = (3; -2; -1)$; $\vec{b} = (1; -3; -2)$; $\vec{c} = (2; 1; 4)$: đồng phẳng

d. Ba vectơ $\vec{a} = (-2; 3; 2)$; $\vec{b} = (1; 1; 1)$; $\vec{c} = (1; 2; -1)$: không đồng phẳng

536. Cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 2; -1)$; $\vec{b} = (2; -1; 1)$; $\vec{c} = (-3; 4; 5)$. Vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ.

a. $\vec{d} = (23; -27; 20)$

b. $(23; 27; -20)$

c. $\vec{d} = (-23; -27; 20)$

d. $(-23; 27; 20)$

537. Cho ba vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$; $\vec{b} = (3; 2; -1)$; $\vec{c} = (-2; 3; 1)$. Cho vectơ $\vec{d} = \left(-19; 4; 15\right)$. Hệ thức liên quan giữa $\vec{d}$ và các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là:

a. $\vec{d} = 3\vec{a} + 4\vec{b} - 5\vec{c}$

b. $\vec{d} = 3\vec{a} + 4\vec{b} + 5\vec{c}$

c. $\vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b} - 5\vec{c}$

d. $\vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b} + 5\vec{c}$

538. Cho ba điểm A(2; – 3; 4), B(1; b; – 1), C(c; 4; 3). Để ba điểm A, B, C thẳng hàng, thì các giá trị thích hợp của b và c là:

a. $b = 16; c = \dfrac{9}{2}$

b. $b = 32; c = \dfrac{9}{5}$

c. $b = -32; c = -\dfrac{9}{5}$

d. Cả ba kết quả trên đều sai.

539. Cho tam giác ABC có A(4; 2; 3), B(–2; 1; –1), C(3; 8; 7). Có bốn câu trả lời về hình tính của tam giác ABC

a. ABC là tam giác vuông tại A

b. ABC là tam giác đều

c. ABC là tam giác cân tại B

d. ABC là tam giác cân tại A

Trả lời nào đúng?

540. Cho tam giác ABC có A(2; –1; 6), B(–3; –1; –4), C(5; –1; 0). Có 4 nhận định về hình dạng của tam giác ABC.

a. Tam giác ABC là tam giác thường

b. Tam giác ABC vuông tại B

c. Tam giác ABC vuông tại A

d. Tam giác ABC vuông tại C

Nhận định nào đúng?

541. Cho tam giác ABC có A(2; 1; 4), B(–2; 2; –6), C(6; 0; –1). Trọng tâm của tam giác ABC là điểm có tọa độ:

a. G(2; 1; 1)

b. G(2; 1; –1)

c. G(2; –1; 1)

d. G(2; –1; –1)

542. Cho tam giác ABC với A(1; 2; 1), B(5; 3; 4), C(8; –3; 2). Diện tích của tam giác ABC bằng:

a. $S = \frac{3}{2}\sqrt{26}$

b. $S = \frac{5}{2}\sqrt{26}$

c. $S = \frac{7}{2}\sqrt{26}$

d. $S = \frac{9}{2}\sqrt{26}$

543. Cho tam giác với A(1; –4; 2), B(–3; 2; –1), C(3; –1; –4). Tọa độ điểm D sao cho ABCD theo thứ tự đó lập thành một hình bình hành là:

a. D(1; –5; –7)

b. D(–1; 5; 7)

c. D(–1; 5; –7)

d. D(–1; –5; 7)

544. Cho tam giác ABC với A(2; –3; 1), B(–4; 1; 3), C(5; 2; –1). Độ dài đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC của tam giác bằng:

a. $h_A = \frac{3}{7}\sqrt{114}$

b. $h_A = \frac{3}{7}\sqrt{116}$

c. $h_A = \frac{3}{7}\sqrt{118}$

d. $h_A = \frac{3}{7}\sqrt{119}$

545. Cho tam giác ABC với A(2; –1; 6), B(–3; –1; –4), C(5; –1; 0). Độ dài đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC của tam giác bằng:

a. $r = \sqrt{2}$

b. $r = \sqrt{3}$

c. $r = \sqrt{6}$

d. $r = \sqrt{5}$

546. Cho tam giác ABC với A(1; 2; –1), B(2; –1; 3), C(–4; 7; 5). Gọi D là chân của đường phân giác trong góc B trên cạnh AC. Điểm D có tọa độ:

a. $D\left(\frac{2}{3};-\frac{11}{3};1\right)$　　b. $D\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};-1\right)$

c. $D\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};-1\right)$　　d. $D\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$

547. Cho tam giác ABC có A(4; 0; 1), B(2; –1; 3), C(–10; 5; 3). Độ dài của đoạn phân giác trong góc A là:

a. $AD = 2\sqrt{5}$　　b. $AD = 5\sqrt{2}$

c. $AD = 2\sqrt{3}$　　d. $AD = 3\sqrt{2}$

548. Cho khối tứ diện ABCD với A(–1; 2; –1), B(3; 4; 3), C(2; –3; 2), D(1; 4; –3). Thể tích của tứ diện ABCD bằng:

a. $V = \frac{52}{6}$　　b. $V = \frac{52}{3}$　　c. V = 13　　d. V = 14

549. Cho khối tứ diện ABCD có A(1; 1; 1), B(1; 2; 1), C(1; 1; 2), D(2; 2; 1). Độ dài đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh A bằng:

a. $h_A = \sqrt{3}$　　b. $h_A = \frac{1}{\sqrt{3}}$　　c. $h_A = \sqrt{2}$　　d. $h_A = \frac{1}{\sqrt{2}}$

550. Cho khối tứ diện A(4; 1; –2), B(6; 3; 7), C(–5; –4; 8), D(2; 3; 1). Độ dài đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh D tới mặt ABC bằng:

a. $h_D = \frac{304}{\sqrt{14390}}$　　b. $h_D = \frac{306}{\sqrt{14390}}$

c. $h_D = \frac{308}{\sqrt{14390}}$　　d. $h_D = \frac{310}{\sqrt{14390}}$

551. Cho khối tứ diện ABCD có: A(2; 3; 4), B(–1; 2; –3), C(3; –2; 1), D(4; –1; –1). Độ dài đường cao hạ từ đỉnh B xuống mặt ACD của tứ diện bằng:

a. $h_B = \frac{40}{\sqrt{206}}$　　b. $h_B = \frac{60}{\sqrt{206}}$

c. $h_B = \frac{80}{\sqrt{206}}$　　d. $h_B = \frac{100}{\sqrt{206}}$

552. Cho khối tứ diện ABCD có A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(–2; 1; –1). Độ dài đường cao hạ từ đỉnh C xuống mặt ABD của tứ diện bằng:

a. $h_C = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ b. $h_C = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c. $h_C = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ d. $h_C = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

553. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; –1; 1) và C'(4; 5; –5). Thể tích của hình hộp bằng:

a. V = 3 b. V = 6 c. V = 9 d. V = 12

554. Cho tứ diện ABCD có A(1; 0; –1), B(1; 2; 1), C(3; 2; –1), D(2; 1; $\sqrt{2}-1$). Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là điểm có tọa độ:

a. I(–1; 2; 1) b. I(1; –2; 1)

c. I(1; –2; –1) d. I(1; 2; –1)

555. Cho tứ diện ABCD có A(7; 6; –3), B(7; 4; –5), C(5; 4; –3), D(6; 5; $-3-\sqrt{2}$). Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là điểm có tọa độ:

a. I(–7; 4; 3) b. I(–7; –4; –3)

c. I(7; 4; 3) d. I(7; 4; –3)

556. Cho tứ diện ABCD có A(3; 2; 6), B(3; –1; 0), C(0; –7; 3), D(–2; 1; –1). Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD bằng:

a. $R = \dfrac{3}{2}\sqrt{11}$ b. $R = \dfrac{5}{2}\sqrt{11}$

c. $R = \dfrac{7}{2}\sqrt{11}$ d. $R = \dfrac{9}{2}\sqrt{11}$

557. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), D(0; b; 0) và D'(0; b; c). Gọi M là trung điểm AB, N là trung điểm BC. Tứ diện D'DMN có thể tích bằng:

a. $V = \dfrac{1}{8}abc$ b. $V = \dfrac{3}{8}abc$

c. $V = \dfrac{5}{8}abc$ d. $V = \dfrac{7}{8}abc$

558. Trong không gian tọa độ Oxyz cho điểm A(4; 0; 0), B(x_0; y_0; 0) với x_0, $y_0 > 0$ sao cho OB = 8 và góc $\widehat{AOB} = 60^0$. Gọi C(0; 0; c) với c > 0. Để thể tích tứ diện OABC = 16 thì giá trị cần tìm của c là:

a. $c = \sqrt{3}$ b. $c = 2\sqrt{3}$

c. $c = \sqrt{2}$ d. $c = 2\sqrt{2}$

559. Cho tứ diện ABCD có A(3; 6; –2), B(6; 0; 1), C(–1; 2; 0), D(0; 4; 1). Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có độ dài bằng:

a. $R = \sqrt{13}$ b. $R = \sqrt{15}$

c. $R = \sqrt{17}$ d. $R = \sqrt{19}$

560. Cho hình chóp SOAMN với S(0; 0; 1), A(1; 1; 0), M(m; 0; 0), N(0; n; 0) với m > 0, n > 0, m + 2 = 12. Thể tích hình chóp SOAMN bằng:

a. V = 2 b. V = 4 c. V = 6 d. V = 8

Chương VIII. MẶT PHẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM VỮNG

1. $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3),\vec{b}=(b_1;b_2;b_3),\vec{a}\neq\vec{0},\vec{b}\neq\vec{0},\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương, có giá song song hay thuộc mặt phẳng (α): là cặp vectơ chỉ phương cho (α).

2. $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)$, $\vec{n}$ vuông góc với cả $\vec{a}$ và $\vec{b}$, là vectơ pháp tuyến của (α). (gọi tắt là "pháp vectơ")

3. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α): $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó $\vec{n} = (A; B; C)$ là vectơ pháp tuyến của (α).

4. **Các trường hợp riêng:**

- $D = 0$: (α) chứa gốc O
- $A = 0$: $By + Cz + D = 0$: $\begin{cases} *D\neq 0\ (\alpha)\,//\,\text{trục } Ox\\ *D=0(\alpha)\,//\,\text{chứa trục } Ox\end{cases}$
- $B = 0$; $Ax + Cz + D = 0$: $\begin{cases} *D\neq 0\ (\alpha)\,//\,\text{trục } Oy\\ *D=0(\alpha)\,//\,\text{chứa trục } Oy\end{cases}$
- $C = 0$; $Ax + By + D = 0$: $\begin{cases} *D\neq 0\ (\alpha)\,//\,\text{trục } Oz\\ *D=0(\alpha)\,//\,\text{chứa trục } Oz\end{cases}$
- $A = B = 0$; $Cz + D = 0$: $\begin{cases} *D\neq 0\ (\alpha)\,//\left(xOy\right)\\ *D=0\ (\alpha)\equiv\left(xOy\right)\end{cases}$
- $B = C = 0$; $Ax + D = 0$: $\begin{cases} *D\neq 0\ (\alpha)\,//\left(yOz\right)\\ *D=0\ (\alpha)\text{là mặt phẳng}\left(yOz\right)\end{cases}$
- $A = C = 0$; $By + D = 0$: $\begin{cases} *D\neq 0\ (\alpha)\,//\left(xOz\right)\\ *D=0\ (\alpha)\text{ là mặt phẳng}\left(xOz\right)\end{cases}$

5. **Công thức tính khoảng cách từ điểm $M(x_1; y_1; z_1)$ đến mặt phẳng (α):**

$$d\left(M(\alpha)\right)=\frac{\left|Ax_1+By_1+Cz_1+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

6. Công thức tính góc giữa hai mặt phẳng:

$(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

$(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

$$\text{Cos}\big((\alpha),(\beta)\big) = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

7. Vị trí tương đối của 2 mặt phẳng:

$A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2$ (α) cắt (β)

$\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$ (α) // (β)

$\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.$ (α) và (β) trùng nhau

8. Phương trình chùm mặt phẳng:

$$m(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + n(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0$$

Với $A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2$ và $m^2 + n^2 \neq 0$

B. CÁC BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VỀ PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

561. Mặt phẳng (α) qua điểm $M(1; -2; 3)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -1; 1)$, $\vec{b} = (-1; 1; 3)$. Phương trình của (α) là:

a. $4x - 7y + z - 13 = 0$
b. $4x - 7y + z + 13 = 0$
c. $4x + 7y - z - 13 = 0$
d. $4x + 7y - z + 13 = 0$

562. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua điểm $B(3; 4; -5)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 1)$

a. $x - 4y - 7z - 16 = 0$
b. $x - 4y + 7z + 16 = 0$
c. $x + 4y + 7z + 16 = 0$
d. $x - 4y - 7z - 16 = 0$

563. Cho 3 điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -2; -1)$, $C(2; 0; 2)$. Mặt phẳng qua ba điểm A, B, C có phương trình:

a. $x + y - 2 = 0$
b. $x - y + 2 = 0$
c. $x + y + 2 = 0$
d. $x - y - 2 = 0$

564. Cho ba điểm $A(4; 2; -1)$, $B(3; -1; 2)$, $C(1; -4; -3)$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) là:

a. $24x + 11y - 3z - 77 = 0$
b. $24x - 11y - 3z - 77 = 0$
c. $24x + 11y - 3z + 77 = 0$
d. $24x - 11y - 3z + 77 = 0$

565. Cho hai điểm A(1; –4; 5), B(–2; 3; –4) và vectơ $\vec{a} = (2; -3; -1)$. Mặt phẳng (α) chứa hai điểm A, B và song song với vectơ a có phương trình:

a. $34x - 21y + 5z - 25 = 0$ b. $34x + 21y - 5z + 25 = 0$

c. $34x + 21y + 5z - 25 = 0$ d. $34x + 21y + 5z + 25 = 0$

566. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua A(2; –1; 3), B(3; 1; 2) và song song với vectơ $\vec{a} = (3; -1; -4)$ là:

a. $9x + y - 7z + 40 = 0$ b. $9x - y + 7z - 40 = 0$

c. $9x - y - 7z + 40 = 0$ d. $9x + y + 7z - 40 = 0$

567. Cho 2 điểm C(–1; 4; –2), D(2; –5; 1). Mặt phẳng (α) qua C và D, song song với trục Oy có phương trình:

a. $x + z - 1 = 0$ b. $x + z + 1 = 0$

c. $x - z - 1 = 0$ d. $x - z + 1 = 0$

568. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua A(4; –1; 1), B(3; 1; –1) và song song với trục Ox có phương trình:

a. $y + z + 1 = 0$ b. $y - z + 1 = 0$

c. $y + z = 0$ d. $y - z = 0$

569. Cho 3 điểm A(2; 1; –1), B(0; –1; 3), C(1; 2; 1). Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với BC có phương trình:

a. $x - 3y + 2z - 7 = 0$ b. $x + 3y - 2z + 7 = 0$

c. $x - 3y - 2z - 7 = 0$ d. $x + 3y + 2z - 7 = 0$

570. Cho ba điểm A(–1; –2; 1), B(4; 3; 2), C(–2; 2; –1). Mặt phẳng (β) qua B và vuông góc với AC có phương trình:

a. $x - 4y + 2z + 4 = 0$ b. $x - 4y - 2z + 4 = 0$

c. $x + 4y - 2z + 4 = 0$ d. $x + 4y + 2z + 4 = 0$

571. Cho tứ diện ABCD có A(3; –2; 1), B(–4; 0; 3), C(1; 4; –3), D(2; 3; 5). Phương trình tổng quát của mặt phẳng chứa AC và song song với BD là:

a. $12x + 10y + 21z + 35 = 0$ b. $12x - 10y + 21z - 35 = 0$

c. $12x - 10y - 21z - 35 = 0$ d. $12x + 10y - 21z + 35 = 0$

572. Cho tứ diện ABCD có A(5; 1; 3), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4), D(4; 0; 6). Mặt phẳng chứa AB và song song với CD có phương trình:

a. $10x + 9y + 5z + 74 = 0$ b. $10x + 9y + 5z - 74 = 0$

c. $10x - 9y + 5z + 74 = 0$ d. $10x + 9y - 5z - 74 = 0$

573. Cho hai điểm A(1; –4; 4), B(3; 2; 6). Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình tổng quát là:

a. $x - 3y + z + 4 = 0$ b. $x - 3y - z + 4 = 0$

c. $x + 3y - z - 4 = 0$ d. $x + 3y + z - 4 = 0$

574. Cho hai điểm A(4; –3; 2), B(–2; 1; –4). Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình:

a. $3x + 2y + 3z + 2 = 0$ b. $3x + 2y + 3z - 2 = 0$

c. $3x - 2y + 3z + 2 = 0$ d. $3x - 2y + 3z - 2 = 0$

575. Mặt phẳng qua điểm M(2; –2; –3) và song song với mặt phẳng: $2x + 3y - 5z + 4 = 0$ có phương trình:

a. $2x + 3y - 5z + 13 = 0$ b. $2x + 3y - 5z + 15 = 0$

c. $2x + 3y - 5z - 13 = 0$ d. $2x + 3y - 5z - 15 = 0$

576. Cho hai điểm A(3; 2; 1), B(1; –4; 2) và mặt phẳng (β): $4x - 3y + 2z + 1 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β). Một pháp vectơ của (α) là:

a. $\vec{n} = (9; 8; -30)$ b. $\vec{n} = (9; -8; -30)$

c. $\vec{n} = (9; -8; 30)$ d. $\vec{n} = (9; 8; 30)$

577. Cho hai điểm A(–2; 3 –1), B(1; –2; –3) và mặt phẳng (β): $3x + 2y - z + 7 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa hai điểm A, B, vuông góc với mặt phẳng (β) có phương trình:

a. $3x - y + 7z + 16 = 0$ b. $3x - y + 7z - 16 = 0$

c. $3x + y - 7z + 16 = 0$ d. $3x + y - 7z - 16 = 0$

578. Cho hai điểm A(2; –1; 1), B(–2; 1; –1) và mặt phẳng (β): $4x - 5y + 2z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β) có phương trình:

a. $x + 2z + 4 = 0$ b. $x + 2z - 4 = 0$

c. $x - 2z + 4 = 0$ d. $x - 2z - 4 = 0$

579. Cho điểm M(3; –2; –1) và mặt phẳng (β): $2x - 3y + z + 4 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng (β). phương trình tổng quát của (α) là:

a. $y - 3z - 5 = 0$ b. $y - 3z + 5 = 0$

c. $y + 3z + 5 = 0$ d. $y + 3z - 5 = 0$

580. Cho điểm $M(1; -4; 3)$ và mặt phẳng (β): $5x - y + 2z + 1 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa M, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng (β). Phương trình tổng quát của (α) là:

a. $2x + 5z - 13 = 0$ b. $2x + 5z + 13 = 0$

c. $2x - 5z - 13 = 0$ d. $2x - 5z + 13 = 0$

581. Cho điểm $B(5; 1; -3)$ và mặt phẳng (β): $4x - 2y + 3z + 5 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa điểm B, song song với trục Oz và vuông góc với mặt phẳng (β). Phương trình tổng quát của (α) là:

a. $x + 2y - 7 = 0$ b. $x + 2y + 7 = 0$

c. $x - 2y - 7 = 0$ d. $x - 2y + 7 = 0$

582. Cho điểm $A(1; -2; 4)$ và hai mặt phẳng (α): $x - 2z + 1 = 0$, (β): $2x + y + 4 = 0$. Gọi (γ) là mặt phẳng qua A, vuông góc với cả hai mặt phẳng (α) và (β). Phương trình của mặt phẳng (γ) là:

a. $2x + 4y - z - 14 = 0$ b. $2x + 4y - z + 14 = 0$

c. $2x - 4y - z + 14 = 0$ d. $2x - 4y + z - 14 = 0$

583. Cho điểm $M(3; 4; -1)$ và hai mặt phẳng (α): $x - 3y + 5z + 1 = 0$; (β): $4x + y - 2z + 7 = 0$

Gọi (γ) là mặt phẳng chứa điểm M, vuông góc với cả hai mặt phẳng (α) và (β). Phương trình của (γ) là:

a. $x - 22y + 13z - 78 = 0$ b. $x + 22y + 13z + 78 = 0$

c. $x + 22y + 13z - 78 = 0$ d. $x + 22y - 13z + 78 = 0$

584. Cho điểm $N(3; 0; -1)$ và hai mặt phẳng (α): $x + 2y - z + 1 = 0$; (β): $2x - y + z - 2 = 0$

Gọi (γ) là mặt phẳng chứa điểm N, vuông góc với cả hai mặt phẳng (α) và (β). Phương trình tổng quát của (γ) là:

a. $x - 3y - 5z - 8 = 0$ b. $x - 3y + 5z - 8 = 0$

c. $x + 3y - 5z + 8 = 0$ d. $x + 3y + 5z + 8 = 0$

585. Cho điểm $I(2; -1; -2)$, vectơ $\vec{v} = (1; -4; 2)$ và mặt phẳng: (α): $3x - 5y + 2z + 9 = 0$

Gọi (β) là mặt phẳng qua I, song song với vectơ $\vec{v}$ và vuông góc với mặt phẳng (α). Phương trình của (β) là:

a. $2x + 4y + 7z + 14 = 0$ b. $2x + 4y + 7z - 14 = 0$

c. $2x - 4y + 7z + 14 = 0$ d. $2x - 4y + 7z - 14 = 0$

586. Cho điểm $M(-1; 2; 4)$ và hai mặt phẳng (α): $2x - y + 3z + 4 = 0$; (β): $x + 3y - 2z + 7 = 0$

Gọi (γ) là mặt phẳng chứa giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β), (γ) đi qua điểm M. Phương trình tổng quát của (γ) là:

a. $x + 10y - 9z + 17 = 0$ b. $x - 10y + 9z + 17 = 0$

c. $x - 10y - 9z - 17 = 0$ d. $x + 10y + 9z - 17 = 0$

587. Cho điểm $P(3; -2; 1)$ và hai mặt phẳng (α): $x + 5y + z - 10 = 0$; (β): $2x + y - z + 1 = 0$

Gọi (γ) là mặt phẳng chứa giao tuyến của (α), (β) và đi qua P. Phương trình của mặt phẳng (γ) là:

a. $3x + 3y - z - 2 = 0$ b. $3x + 3y + z - 2 = 0$

c. $3x + 3y - z + 2 = 0$ d. $3x - 3y + z + 2 = 0$

588. Cho điểm $A(2; 1; -2)$ và hai mặt phẳng: (α): $2x - y - z + 1 = 0$; (β): $x + y - 2z + 5 = 0$. (α) là mặt phẳng chứa A, vuông góc với giao tuyến của (α) và (β). Phương trình của mặt phẳng (α) là:

a. $x - y - z - 1 = 0$ b. $x - y - z + 1 = 0$

c. $x + y + z - 1 = 0$ d. $x + y + z + 1 = 0$

589. Cho hai mặt phẳng (α): $x + y + z - 4 = 0$, (β): $2x - y + 5z - 2 = 0$ và vectơ $\vec{v} = (-1; 2; 2)$. Mặt phẳng (γ) chứa giao tuyến của (α) và (β), nhận $\vec{v}$ làm một vectơ chỉ phương. Phương trình của (γ) là:

a. $y + z + 2 = 0$ b. $y - z + 2 = 0$

c. $y + z - 2 = 0$ d. $y - z - 2 = 0$

590. Cho hai mặt phẳng (α): $2x + by + 3z - 5 = 0$; (β): $ax - 6y - 6z + 2 = 0$. Các giá trị thích hợp của a, b để (α) song song với (β) là:

a. $a = 4, b = -3$ b. $a = -4, b = 3$

c. $a = 3, b = -4$ d. $a = -3, b = 4$

591. Cho hai mặt phẳng (α): $3x + 5y - cz - 3 = 0$ và (β): $2x + by - 3z + 1 = 0$. Khi $(\alpha) // (\beta)$ thì khoảng cách giữa (α) và (β) bằng:

a. $\dfrac{3}{\sqrt{217}}$ b. $\dfrac{6}{\sqrt{217}}$ c. $\dfrac{9}{\sqrt{217}}$ d. $\dfrac{12}{\sqrt{217}}$

592. Cho hai mặt phẳng (α): $ax - 3y + 2z + 5 = 0$ và (β): $6x + by - 4z - 4 = 0$. Khi (α) song song với (β) thì khoảng cách giữa (α) và (β) là:

a. $\dfrac{3}{\sqrt{22}}$ b. $\dfrac{6}{\sqrt{22}}$ c. $\dfrac{9}{\sqrt{22}}$ d. $\dfrac{12}{\sqrt{22}}$

593. Khoảng cách từ điểm A(–3; 1; –1) đến mặt phẳng (α): 3x – y + 2z – 2 = 0 là:

a. $\dfrac{2}{\sqrt{14}}$ b. $\sqrt{14}$ c. $\dfrac{1}{\sqrt{14}}$ d. $2\sqrt{14}$

594. Khoảng cách từ điểm M(2; –1; –1) đến mặt phẳng (α): 16x – 12y – 15z – 4 = 0 là:

a. $\dfrac{14}{5}$ b. $\dfrac{13}{5}$ c. $\dfrac{12}{5}$ d. $\dfrac{11}{5}$

595. Khoảng cách từ điểm I(1; 4; –7) đến mặt phẳng (P): 6x + 6y – 7z + 20 = 0 là:

a. 9 b. 8 c. 7 d. 6

596. Cho hai mặt phẳng (α): 2x + 3y – z – 5 = 0, (β): x + 2y + 3z – 1 = 0. Nếu cần chọn một điểm M tùy ý thuộc giao tuyến của (α) và (β) thì tọa độ điểm M có thể là:

a. M(–4; –4; –1) b. M(4; –4; –1)

c. M(–4; 4; –1) d. M(4; 4; –1)

597. Cho hai mặt phẳng (α): 3x + 2y + 5z + 6 = 0; (β): 4x + 3y – 2z – 3 = 0. Trong 4 điểm sau đây: M_1(14; 18; 2), M_2(14; –18; –2), M_3(–5; 8; –1), M_4(–5; –8; –1), điểm nào nằm trên giao tuyến của (α) và (β):

a. chỉ M_1 b. M_2, M_3 c. chỉ M_4 d. M_1, M_4

598. Cho hai mặt phẳng (α): x + 5y – 2z + 1 = 0, (β): 2x – y + z + 4 = 0. Gọi φ là góc tạo bởi (α) và (β). Thì cosφ có giá trị đúng bằng:

a. $\cos\varphi = \dfrac{5}{6}$ b. $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{5}}{6}$

c. $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{6}}{5}$ d. $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$

599. Cho hai mặt phẳng (α): $\sqrt{5}x - z - 1 = 0$ và (β): $\sqrt{6}x - 2y + \sqrt{6}z + 5 = 0$. Gọi φ là góc nhọn tạo bởi hai mặt phẳng (α) và (β) thì cosφ bằng:

a. $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$ b. $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{6}+1}{4}$

c. $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ d. $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{6}-1}{4}$

600. Ba mặt phẳng x + 2y – z – 6 = 0, 2x – y + 3z + 13 = 0, 3x – 2y + 3z + 16 = 0 cắt nhau tại một điểm A. Tọa độ điểm A là:

Giải hệ (1) và (2) ta được: $x = \frac{5}{2}, y = \frac{7}{2} \Rightarrow I\left(\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$.

$$IA = IB = IC = \sqrt{\left(1-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(4-\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

a. $ID = \sqrt{\left(1-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(0-\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{9+49}}{2}$ (a) sai

b. $ID = \sqrt{\left(0-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(1-\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ (b) đúng

c. $ID = \sqrt{\left(-1-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(0-\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ (c) sai

d. $ID = \sqrt{\left(0-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-1-\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{25+81}}{2}$ (d) sai

Vậy chọn (b).

28. A(2; –3), B(–4; 1). Gọi C(x; 2) thì $\overrightarrow{AB} = (-6;4), \overrightarrow{AC} = (x-2;5)$

Diện tích tam giác ABC: $S = \frac{1}{2}\left|(x-2).4+30\right| = \left|2x+11\right|$

Trong các bài giải ở phần này, có sử dụng công thức:

Nếu $\overrightarrow{AB} = (a_1;a_2), \overrightarrow{AC} = (b_1;b_2)$ thì $S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|a_1b_2 - a_2b_1\right|$

Vì: $\cos A = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 A = \sin^2 A = \frac{(a_1b_2 - a_2b_1)^2}{(a_1^2+a_2^2)(b_1^2+b_2^2)^2}$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{\left|a_1b_2 - a_2b_1\right|}{\sqrt{a_2^2+a_2^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}\sqrt{a_1^2+a_2^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2}.\frac{\left|a_1b_2 - a_2b_2\right|}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2}} = \frac{1}{2}\left|a_1b_2 - a_2b_1\right|$$

Để diện tích tam giác ABC bằng 17 thì $\left|2x+11\right|=17 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-14 \end{array}\right.$

Vậy chọn (c).

29. A(3; 1), B(1; –4). Gọi C(0; y) thì $\overrightarrow{AB}=\left(-2;-5\right), \overrightarrow{AC}=\left(-3;y-1\right)$

Diện tích tam giác ABC: $S=\dfrac{1}{2}\left|-2\left(y-1\right)-15\right|=\dfrac{\left|2y+13\right|}{2}$

Để diện tích tam giác ABC bằng 13,5 thì:

$$\frac{\left|2y+13\right|}{2}=13{,}5 \Leftrightarrow \left|2y+13\right|=27 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2y+13=27 \\ 2y+13=-27 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=7 \\ y=-20 \end{array}\right.$$

Vậy chọn (a).

30. A(5; 4), B(–1; –6), C(–5; 3), D(3; 6)

Dùng công thức: $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}AC.BD.\sin\varphi$

φ là góc giữa AC và BD: $\sin\varphi=\left|\sin\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right)\right|$

$$\overrightarrow{AC}=\left(-10;-1\right), \overrightarrow{BD}=\left(4;12\right), \sin\varphi=\frac{\left|-120+4\right|}{\left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{BD}\right|}$$

$$S_{ABCD}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{BD}\right|.\frac{\left|-120+4\right|}{\left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{BD}\right|}=\frac{116}{2}=58 \text{ đơn vị diện tích}$$

Vậy chọn (c).

TÌM TẬP HỢP ĐIỂM

31. Gọi M(x; y). M cách đều A và B $\Leftrightarrow MA=MB \Leftrightarrow MA^2=MB^2$

$\Leftrightarrow (2-x)^2+(1-y)^2=(-4-x)^2+(3-y)^2$

$\Leftrightarrow -4x-2y+5=8x-6y+25$

$\Leftrightarrow 12x-4y+20=0 \Leftrightarrow 3x-y+5=0$

Vậy chọn (b).

32. A(1; 2), B(–3; 1), C(4; –2)

$M(x;y)\in(C) \Leftrightarrow MA^2+MB^2=MC^2$

$\Leftrightarrow (1 - x)^2 + (2 - y)^2 + (-3 - x)^2 + (1 - y)^2 = (4 - x)^2 + (2 - y)^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 12x - 10y - 5 = 0$

Vậy chọn (d).

33. A(2; 1), B(1; –3), C(–2; 4)

Gọi M(x; y) thì $\overrightarrow{MA} = \left(2 - x; 1 - y\right) \Rightarrow 3\overrightarrow{MA} = \left(6 - 3x; 3 - 3y\right)$

$\overrightarrow{MB} = \left(1 - x; -3 - y\right) \Rightarrow -\overrightarrow{MB} = \left(x - 1; 3 + y\right)$

$3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \left(5 - 2x; 6 - 2y\right), \overrightarrow{MC} = \left(-2 - x; 4 - y\right)$

$\left|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MC}\right|$

$\Leftrightarrow \sqrt{\left(5 - 2x\right)^2 + \left(6 - 2y\right)^2} = \sqrt{\left(-2 - x\right)^2 + \left(4 - y\right)^2}$

$\Leftrightarrow \left(5 - 2x\right)^2 + \left(6 - 2y\right)^2 = \left(-2 - x\right)^2 + \left(4 - y\right)^2$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 - 24x - 16y + 41 = 0$

Vậy chọn (a).

34. A(3cost; 0), B(0; 2sint), M(x; y)

$\overrightarrow{AM} = \left(x - 3\cos t; y\right) \Rightarrow 2\overrightarrow{AM} = \left(2x - 6\cos t; 2y\right)$

$\overrightarrow{MB} = \left(-x; 2\sin t - y\right) \Rightarrow 5\overrightarrow{MB} = \left(-5x; 10\sin t - 5y\right)$

$2\overrightarrow{AM} + 5\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \left(-3x - 6\cos t; -3y + 10\sin t\right) = \left(0; 0\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x - 6\cos t = 0 \\ -3y + 10\sin t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\cos t \\ y = \dfrac{10}{3}\sin t \end{cases} \quad (t \in R)$$

Vậy chọn (b).

35. A(–1; 3), B(2; 4), C(6; 2), M(x; y)

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{MA} = \left(-1 - x; 3 - y\right) \\ \overrightarrow{MB} = \left(2 - x; 4 - y\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \left(1 - 2x; 7 - 2y\right)$$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \sqrt{\left(1 - 2x\right)^2 + \left(7 - 2y\right)^2}$

$\overrightarrow{MC} = \left(6 - x; 2 - y\right), \overrightarrow{MC} = \sqrt{\left(6 - x\right)^2 + \left(2 - y\right)^2}$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MC}\right|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(1-2x)^2+(7-2y)^2} = \sqrt{(6-x)^2+(2-y)^2}$

$\Leftrightarrow (1-2x)^2+(7-2y)^2 = (6-x)^2+(2-y)^2$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+8x-24y+10=0$

Vậy chọn (d).

36. A(1; −1), B(−2; 5).

Gọi M(x; y) thì $MA = \sqrt{(1-x)^2+(-1-y)^2}$

$2MB = 2\sqrt{(-2-x)^2+(5-y)^2}$

$MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$

$\Leftrightarrow 1-2x+x^2+1+2y+y^2 = 16+16x+4x^2+100-40y+4y^2$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+18x-42y+114=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+6x-14y+38=0$

Vậy chọn (a).

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

37. (d) là phát biểu sai vì đường phân giác của góc xOy có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(1;1)$

Vậy chọn (d).

38. (Δ): $\begin{cases} x = 2-t \\ y = -5+3t \end{cases} \quad (t \in R)$

a. Cho t = 3 được x = −1, y = 4 ⇒ A(−1; 4) ∈ (Δ)

b. Đúng vì $\vec{b}=\left(\frac{1}{3};-1\right)$ cùng phương với $\vec{a}=(-1;3)$

c. Cho $2-t=\frac{3}{2}$ được $t=\frac{1}{2}$, thế vào $-5+3\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{7}{2}$: (c) đúng

d. Đưa về $\frac{x-2}{-1}=\frac{y+5}{3} \Leftrightarrow 3x-6=-y-5$

$\Leftrightarrow 3x+y-1=0$: (d) sai. Vậy chọn (d).

39. (d): $\dfrac{x+1}{\dfrac{2}{3}} = \dfrac{y+3}{-\dfrac{5}{6}}$

a. Cho x = 3 thế vào phương trình, đưa về:

$$4\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{2}{3}y + 2 \Leftrightarrow -20 = 4y + 12 \Leftrightarrow y = -8$$

b. $(4;-5)$ cùng phương với $\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$

c. $\vec{n}.\vec{a} = 4.\dfrac{5}{2} - 5.2 = 0$

d. $\dfrac{x+1}{\dfrac{2}{3}} = \dfrac{y+3}{-\dfrac{5}{6}} \Leftrightarrow -\dfrac{5}{6}x - \dfrac{5}{6} = \dfrac{2}{3}y + 2 \Leftrightarrow -5x - 5 = 4y + 12$

$\Leftrightarrow 5x + 4y + 17 = 0$: (d) sai. Vậy chọn (d).

40. (Δ): $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \end{cases} \quad (t \in R)$

Dễ thấy M(3; –2) ∈ (Δ) (ứng với t = 1) và vectơ $\vec{b} = (-4; -2)$ cùng phương với $\vec{a} = (2; 1)$ nên (a) sai.

Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\vec{a}' = (1; -2)$ vuông góc với $\vec{a}$ nên (b) đúng.

Điểm N(–1; –4) ứng với t = –1 nên N ∈ (Δ), vectơ $(-1; -\frac{1}{2})$ cùng phương với $\vec{a} = (2; 1)$ nên (c) đúng.

Điểm D$(2; -\frac{5}{2})$ ứng với $t = \frac{1}{2}$ nên D ∈ (Δ), vectơ (–6; –3) cùng phương với $\vec{a} = (2; 1)$ nên (d) đúng.

Vậy chọn (a).

41. tọa độ giao điểm của (Δ) và (Δ') trước tiên được tìm từ việc giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2 - t = 1 - 2t' \\ 8 + 2t = 2 + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -t + 2t' = 3 \\ 2t - t' = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t' = 0 \end{cases}$$

Thế t' = 0 vào phương trình (Δ') hoặc thế t = –3 vào phương trình (Δ) được x = 1, y = 2, từ đó có M(1; 2).

Vậy chọn (d)

42. (d): $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \end{cases} \left(t \in R\right)$ (d'): $\begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = -1 + 5t' \end{cases}$ (t' ∈ R)

Để tìm giao điểm của (d) và (d'), ta tìm được các giá trị của t và t' để có:

$$\begin{cases} 2 + 2t = 2 - 3t' \\ -2 - 3t = -1 + 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t + 3t' = 0 \\ 3t + 5t' = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -2 \end{cases}$$

Thế t (hoặc t') vào phương trình của (d) hoặc phương trình của (d') đều được A(8; – 11).

Vậy chọn (b).

43. Điểm M(–1; 3) ∈ (d) và (d) có một vectơ chỉ phương $\vec{a}$ = (3; 2) nên (c) đúng.

Vậy chọn (c).

44. Các điểm (3; –1), (1; 1), (–2; 4), (4; –2) đều nằm trên một đường thẳng AB, nhưng vectơ $\vec{b}$ = (3; 2) không phải là một vectơ chỉ phương của AB nên (b) sai.

Vậy chọn (b).

45. Đường thẳng (Δ): 2x – 3y + 4 = 0 có vectơ chỉ phương $\vec{a}$ = (3; 2). Các vectơ chỉ phương có trong (a), (b), (c), (d) đều cùng phương với $\vec{a}$ (hoặc chính là $\vec{a}$) nhưng điểm (–1; –2) không thuộc (Δ). Vậy (d) là câu sai. Ta chọn (d).

46. Đường thẳng (d) có phương trình dạng: 5x + 2y + c = 0

M ∈ (d) ⇔ –15 + 2 + c = 0 ⇔ c = 13

Phương trình tổng quát của (d): 5x + 2y + 13 = 0.

Vậy chọn (d).

47. đường thẳng phải tìm có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ = (3; 4) nên phải có dạng 3x + 4y + c = 0. Qua A(5; – 2) ⇔ 3.5 + 4(–2) + c = 0 ⇔ c = –7

Phương trình (d): 3x + 4y – 7 = 0.

Vậy chọn (d).

48. Do k = –2 nên có thể chọn A = 2, B = 1. $\left(-\dfrac{A}{B} = -2\right)$

Đường thẳng phải tìm có dạng: $2x + y + c = 0$

Qua A $\Leftrightarrow 2.2 + 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -5$

Đáp số đúng là $2x + y - 5 = 0$

Vậy chọn (b).

49. A(−3; 2), B(1; −3). Phương trình chính tắc của đường thẳng AB:

$$\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-5} \Leftrightarrow -5x - 15 = 4y - 8 \Leftrightarrow 5x + 4y + 7 = 0$$

Vậy chọn (d).

50. Đường thẳng $3x + 2y - 1 = 0$ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-2; 3)$ hoặc $\vec{a}' = (-4; 6)$ hoặc $\vec{b} = (2; -3)$. Trong (a), đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{c} = (2; 3)$ không cùng phương với các vectơ trên.

Vậy (a) sai.

Ta chọn (a).

51. Vì vuông góc với đường thẳng $4x - y + 5 = 0$ nên (d) phải có dạng $x + 4y + c = 0$. Cả (a), (b), (c), (d) đều có thể đúng. Tuy nhiên (d) qua A nên $-2 + 4.4 + c = 0 \Leftrightarrow c = -14$

Vậy chỉ có (b) là đúng.

Ta chọn (b).

52. A(4; 6), B(−4; 0), C(−1; −4). Vectơ $\overline{BC} = (3; -4)$ là một vectơ pháp tuyến cho đường cao kẻ từ A. Đường cao này phải có dạng: $3x - 4y + c = 0$. Vì qua A nên $3.4 - 4.6 + c = 0 \Leftrightarrow c = 12$

Đường cao AH có phương trình $3x - 4y + 12 = 0$

Vậy chọn (b).

53. A(−2; 1), B(4; 3), C(2; −5). Trung điểm M của BC: M(3; −1)

Trung tuyến AM có phương trình chính tắc:

$$\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} \Leftrightarrow 2x + 5y - 1 = 0$$

Vậy chọn (c).

54. Vì M(2; 3) thuộc góc vuông thứ I của hệ trục Oxy, nên (d) phải có hệ số góc $k = -1 \Rightarrow$ một vectơ chỉ phương của (d) là $(-1; 1) \Rightarrow$ phương trình (d) có dạng: $x + y + c = 0$. (d) qua M nên $c = -5$

Vậy phương trình(d) là: $x + y - 5 = 0$

Ta chọn (a).

55. Gọi A(a; 0), B(0; b) thì do M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên có:

$$\begin{cases} \dfrac{a}{2} = 4 \\ \dfrac{b}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -4 \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng AB là:

$$\frac{x}{8} - \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 8y - 32 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 8 = 0$$

Vậy chọn (d).

56. A(4; 6), B(−6; −1), C(−2; −4). Gọi D là chân đường phân giác trong của góc C trên cạnh AB thì D chia (trong) AB theo tỉ số

$$k = -\frac{CA}{CB} = \frac{-\sqrt{36+64}}{\sqrt{16+9}} = -2$$

$$\Rightarrow x_D = \frac{x_A - (-2).x_B}{1-(-2)} = \frac{4+2.(-6)}{1+2} = -\frac{8}{3}$$

$$y_D = \frac{y_A - (-2).y_B}{2-(-2)} = \frac{4+2.(-1)}{1+2} = \frac{2}{3}$$

Phương trình đường thẳng CD:

$$\frac{x+2}{-\frac{8}{3}+2} = \frac{y+4}{\frac{2}{3}+4} \Leftrightarrow \frac{x+2}{-2} = \frac{y+4}{14}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2}{-1} = \frac{y+4}{7} \Leftrightarrow 7x + y + 18 = 0$$

Vậy chọn (b).

57. A(−5; 6), B (−4; −1), C(4; −3). Gọi D là chân của đường phân giác trong góc A trên cạnh BC thì D chia trong đoạn BC theo tỉ số k:

$$k = -\frac{AB}{AC} = -\frac{\sqrt{2+49}}{\sqrt{81+81}} = -\frac{5}{9}$$

$$\Leftrightarrow x_D = \frac{-4+\frac{5}{9}.4}{1+\frac{5}{9}} = -\frac{8}{7}; y_D = \frac{-1+\frac{5}{9}.(-3)}{1+\frac{5}{9}} = -\frac{12}{7} : D\left(-\frac{8}{7}; -\frac{12}{7}\right)$$

Phương trình đường thẳng AD:

$$\frac{x+5}{-\frac{8}{7}+5} = \frac{y-6}{-\frac{12}{7}-6} \Leftrightarrow \frac{x+5}{27} = \frac{y-6}{-54}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+5}{1} = \frac{y-6}{-2} \Leftrightarrow -2x-10 = y-6 \Leftrightarrow 2x+y+4=0$$

Vậy chọn (c).

58. A(2; 0), B(0; 3), C(−3; −1)

$$\overrightarrow{AC} = \left(-5;-1\right) \perp \vec{a} = \left(1;-5\right)$$

Chọn $\vec{a}$ làm pháp vectơ cho đường thẳng song song với AC. Đường thẳng này có dạng $x - 5y + c = 0$ qua B nên $0 - 5.3 + c = 0 \Leftrightarrow c = 15$

Đường thẳng phải tìm là $x - 5y + 15 = 0$. Vậy chọn (d).

59. (d): $3x + 5y + 2 = 0$, (d’): $x + 2y - 1 = 0$

Gọi B là giao điểm của (d) và (d’). Tọa độ của D là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x+5y=-2 \\ x+2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-9 \\ y=5 \end{cases} \quad B(-9;\,5)$$

Phương trình đường thẳng AB:

$$\frac{x+1}{-8} = \frac{y-3}{2} \Leftrightarrow x+1 = -4y+12$$

$\Leftrightarrow x + 4y - 11 = 0$. Vậy chọn (d).

60. (d): $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = 2+3t \end{cases} \left(t \in R\right)$. Gọi B(3 − 2t; 2 + 3t) ∈ (d))

$$BA^2 = (3-2t-1)^2 + (2+3t-3)^2 = (2-2t)^2 + (3t-1)^2$$
$$= 13t^2 - 14t + 5$$

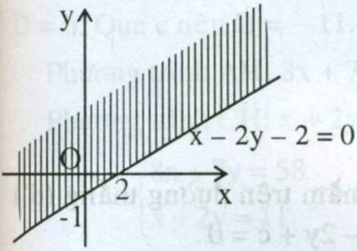
Để BA = 2 thì $13t^2 - 14t + 5 = 4 \Leftrightarrow 13t^2 - 14t + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\frac{1}{13} \end{array}\right.$

Khi t = 1 được B(1; 5). Vậy chọn (d).

61. M(−1; −1), N(1; 9), $\overrightarrow{NP} = \left(8;-8\right)$ cùng phương $\vec{a} = (1;\,-1)$. Chọn $\vec{a}$ làm pháp vectơ cho đường trung trực của cạnh BC. Phương trình đường trung trực này có dạng $x - y + c = 0$. Qua M nên $-1 - (-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$

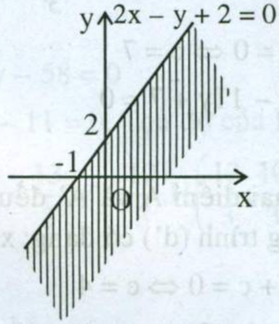
Đường trung trực của BC là x – y = 0 (a), (d) đều đúng. Trực tâm của tam giác MNP là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. (c) sai.

62.



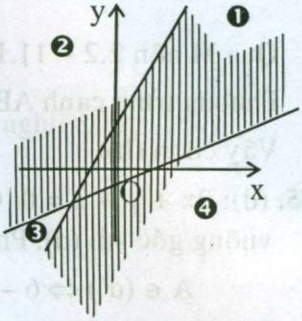
Miền nghiệm của (1)

$x - 2y - 2 > 0$ (1)



Miền nghiệm của (2)

$2x - y + 2 > 0$



(3) là miền nghiệm chung của (1) và (2)

Vậy chọn (c).

63. (d), (d') cắt nhau tại A(1; –1). (Δ) qua A thì 3 đường thẳng đồng quy.

$A \in (\Delta) \Leftrightarrow m + 1 - 7 = 0 \Leftrightarrow m = 6$

Vậy chọn (b).

64. Cạnh BC có hệ số góc $k_1 = -\dfrac{4}{3}$, cạnh AC có hệ số góc $k_2 = 2$

Công thức dùng trong bài giải này được suy từ:

$$\overrightarrow{BC} = (a_1; a_2) \Rightarrow k_1 = \frac{a_2}{a_1}; \overrightarrow{AC} = (b_1; b_2) \Rightarrow k_2 = \frac{b_2}{b_1}$$

$$\tan\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\sin\left(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}\right)}{\cos\left(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}\right)} = \frac{(a_1b_2 - a_2b_1)}{a_1b_1 + a_2b_2}$$

$$= \frac{\dfrac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1b_1}}{\dfrac{a_1b_1 + a_2b_2}{a_1b_1}} = \frac{\dfrac{b_2}{b_1} - \dfrac{a_2}{a_1}}{1 + \dfrac{a_2}{a_1}.\dfrac{b_2}{b_1}} = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}$$

$$\tan\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{2 + \dfrac{4}{3}}{1 - \dfrac{8}{3}} = -2 \Rightarrow \tan\left(\overrightarrow{BC}, AC\right) = 2$$

Nếu cạnh AB có hệ số góc bằng k thì: $\dfrac{k+\dfrac{4}{3}}{1-\dfrac{4}{3}k}=2 \Leftrightarrow k=\dfrac{2}{11}$

Qua M nên $2.2 - 11.1 + c = 0 \Leftrightarrow c = 7$

Phương trình cạnh AB: $2x - 11y + 7 = 0$

Vậy chọn (b).

65. (d): $2x + y - 2 = 0$. Cả hai điểm A và A' đều nằm trên đường thẳng (d') vuông góc với (d). Phương trình (d') có dạng: $x - 2y + c = 0$

$A \in (d') \Leftrightarrow 6 - 2.5 + c = 0 \Leftrightarrow c = 4$

Phương trình (d'): $x - 2y + 4 = 0$

(d) cắt (d') tại I. Tọa độ của I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x-2y=-4 \\ 2x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$$

I(0; 2). I là trung điểm của đoạn AA' nên:

$$\begin{cases} x_{A'}+6=0 \\ y_{A'}+5=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'}=-6 \\ y_{A'}=-1 \end{cases} \text{ A'}(-6;-1).$$

Vậy chọn (c).

66. A(−2; 5), B(2; 3). Phương trình đường thẳng AB

$$\frac{x+2}{4}=\frac{y-5}{-2} \Leftrightarrow -x-2=2y-10 \Leftrightarrow x+2y-8=0$$

Tọa độ của M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+2y=8 \\ x-4y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow M(4;2)$

Vậy chọn (c).

67. A(5; −2), B(3; 2). Phương trình đường thẳng AB:

$$\frac{x-5}{-2}=\frac{y+2}{4} \Leftrightarrow 2x+y-8=0$$

Tọa độ M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x+y=8 \\ x+2y=2 \end{cases} \Rightarrow M(4;0)$

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}=\frac{x_A-x_M}{x_B-x_M}=\frac{y_A-y_M}{y_B-y_M}=-1.$$

Vậy chọn (d).

68. A(2; 6), B(–3; –4), C(5; 3).

$\overrightarrow{BC} = (8; 7) \Rightarrow$ Đường cao AH có dạng: $8x + 7y + C = 0$. Qua A nên $C = -58$.

$\overrightarrow{AB} = (-5; -10)$ cùng phương với $(1; 2) \Rightarrow$ Đường cao CH có dạng $x + 2y + D = 0$. Qua c nên $D = -11$.

Phương trình AH: $8x + 7y - 58 = 0$

Phương trình CH: $x + 2y - 11 = 0$. Tọa độ của H là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 8x + 7y = 58 \\ x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{13}{3}, y = \frac{10}{3}. H\left(\frac{13}{3}; \frac{10}{3}\right)$$

Vậy chọn (b).

69. Tọa độ A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 4x + y = -15 \\ 2x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} A(-4; 1)$$

M là trung điểm cạnh BC thì $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$

$$\overrightarrow{AM} = \left(x + 4; y - 1\right), \overrightarrow{AG} = \left(2; -2\right), \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = \left(3; -3\right)$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = 3 \\ y - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} M(-1; -2)$$

Vậy chọn (b).

70. Đường cao AH thuộc chùm đường thẳng xác định bởi AB và AC. Phương trình của chùm được chọn là:

$$m(x - 2y + 4) + (2x - y - 1) = 0 \Leftrightarrow (m + 2)x - (2m + 1)y + 4m - 1 = 0$$

Để một đường thẳng của chùm là đường cao kẻ từ A, phải có:

$$3(m + 2) - 5(2m + 1) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{7}$$

Thế vào (*) được:

$$\left(\frac{1}{7} + 2\right)x - \left(\frac{2}{7} + 1\right)y + \frac{4}{7} - 1 = 0 \Leftrightarrow 15x - 9y - 3 = 0$$

$$5x - 3y - 1 = 0$$

Vậy chọn (d).

**** Lưu ý khi xem bài giải này:***

Cho hai đường thẳng (Δ_1): $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, (Δ_2): $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ trong đó $A_1B_2 \neq A_2B_1$, thì phương trình của chùm đường thẳng xác định bởi (Δ_1) và (Δ_2) là $p(A_1x + B_1y + C_1) + q(A_2x + B_2y + C_2) = 0$ trong đó p, q không đồng thời triệt tiêu. Giả sử $q \neq 0$, ta đưa phương trình chùm về:

$$\frac{p}{q}\left(A_1x + B_1y + C_1\right) + \left(A_2x + B_2y + C_2\right) = 0 \text{ và đặt } \frac{p}{q} = m.$$

Như vậy phương trình chùm đường thẳng (Δ_1), (Δ_2) có thể viết là:

$$m(A_1x + B_1y + C_1) + (A_2x + B_2y + C_2) = 0$$

Trong thực tế, để tính toán cho nhanh, nên dùng phương trình này.

71. (d): $3x - 4y + 1 = 0$, (d'): $2x + 3y - 4 = 0$

Xét chùm đường thẳng có phương trình:

$$m(2x + 3y - 4) + (3x - 4y + 11) = 0$$

$\Leftrightarrow (2m + 3)x + (3m - 4)y - 4m + 11 = 0$ (*)

(*) qua M $\Leftrightarrow (2m + 3)3 - 2(3m - 4) - 4m + 11 = 0 \Leftrightarrow m = 7$

Thế m = 7 vào (*) được $17x + 17y - 17 = 0 \Leftrightarrow x + y - 1 = 0$

Vậy chọn (b).

72. Phương trình của chùm đường thẳng (Δ), (Δ'):

$$(3x - 5y + 2) + m(5x - 2y + 4) = 0$$

$\Leftrightarrow (5m + 3)x - (2m + 5)y + 4m + 2 = 0$ (*)

Một đường thẳng của chùm song song với đường thẳng (d)

$$\Leftrightarrow \frac{5m+3}{2} = \frac{2m+5}{1} \Leftrightarrow m = 7$$

Thế vào (*) được $38x - 19y + 30 = 0$

Vậy chọn (c).

73. Chùm đường thẳng xác định bởi hai đường thẳng cho trước có phương trình:

$$m(3x - y) + (x + 4y - 2) = 0$$

$\Leftrightarrow (3m + 1)x - (m - 4)y - 2 = 0$ (*)

Một đường thẳng của (*) vuông góc với đường thẳng: $2x + 7y - 1 = 0$

Khi $2(3m + 1) - 7(m - 4) = 0 \Leftrightarrow m = 30$

Thế vào (*) được: $91x - 26y - 2 = 0$

Vậy chọn (a).

74. M(2; 1), N(5; 3), P(3; –4). Trung tuyến AM đi qua trung điểm I của NP.

$I\left(4;-\frac{1}{2}\right)$, M(2; 1): phương trình trung tuyến AM cũng là phương trình đường thẳng IM:

$$\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-\frac{1}{2}-1}\Leftrightarrow\frac{x-2}{2}=\frac{2(y-1)}{-3}$$

$\Leftrightarrow -3x+6=4y-4\Leftrightarrow 3x+4y-10=0$

Vậy chọn (d).

75. Đường cao kẻ từ C xuống cạnh AB thuộc chùm đường thẳng xác định bởi đường cao AH và đường cao BH:

$(5x-4y-15)+m(2x+2y-9)=0$

$\Leftrightarrow (2m+5)x+(2m-4)y-9m-15=0\quad (*)$

Một đường của chùm (*) vuông góc với cạnh AB: $4x+y-12=0$ nên:

$$4(2m+5)+1(2m-4)=0\Leftrightarrow m=-\frac{8}{5}$$

Thế $m=-\frac{8}{5}$ vào (*)

$$\left(-\frac{16}{5}+5\right)x+\left(-\frac{16}{5}-4\right)y+\frac{72}{5}-15\Leftrightarrow 9x-36y-3=0$$

$\Leftrightarrow 3x-12y-1=0$

Vậy chọn (c).

76. (d): $\begin{cases}x=-1+3t\\y=2-2t\end{cases}\ (t\in R)$, $(d'):\begin{cases}x=3-5t'\\y=2+2t'\end{cases}\ (t'\in R)$

(d) có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(3;-2)$

(d') có vectơ chỉ phương $\vec{b}=(-5;2)$

$$\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\right|=\frac{|-15-4|}{\sqrt{13}.\sqrt{29}}=\frac{19}{\sqrt{377}}$$

Vậy chọn (c).

77. Gọi A(a; –3a – 11) ∈ đường cao 3x + y + 11 = 0, M(–2m – 7; m) là trung điểm cạnh AB ∈ trung tuyến x + 2y + 7 = 0. M là trung điểm AB nên:

$$\begin{cases}a+2=-4m-14\\-3a-11-7=2m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+4m=-16\\3a+2m=-18\end{cases}$$

Chỉ cần tính a = –4 được A(–4; 1)

Phương trình cạnh AB: $\frac{x+4}{6} = \frac{y-1}{-8} \Leftrightarrow 4x + 3y + 13 = 0$

Vậy chọn (b).

78. AB ⊥ CC' ⇒ phương trình cạnh AB có dạng: $8x - 3y + C = 0$

Qua A ⇒ C = – 1

Tọa độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 8x - 3y = 1 \\ 5x + 3y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ B(2; 5).

Vậy chọn (b).

79. AC ⊥BB' ⇒ phương trình cạnh AC có dạng: $3x - 5y + C = 0$.

Qua A ⇒ C = –12

Tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - 5y = 12 \\ 3x + 8y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$ C(4; 0).

Vậy chọn (c).

80. AB vuông góc với đường trung trực: $3x + 2y - 4 = 0$ nên phương trình của AB có dạng: $2x - 3y + c = 0$. Qua A nên c = –7.

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \quad I(2; -1) \Rightarrow B(5; 1)$$

Hệ thức tọa độ trọng tâm:

$$x_A + x_B + x_C = 3x_G \Leftrightarrow -1 + 5 + x_C = 12 \Leftrightarrow x_C = 8$$

$$y_A + y_B + y_C = 3y_G \Leftrightarrow -3 + 1 + y_C = -6 \Leftrightarrow y_C = -4$$

C(8; –4).

Vậy chọn (d).

81. Chọn điểm M(2; 2) ∈ (d). Đường thẳng phải tìm có dạng $3x - 4y + C = 0$.

Khoảng cách từ M tới (Δ) bằng 1 $\Leftrightarrow \frac{|3.2 - 4.2 + C|}{5} = 1$

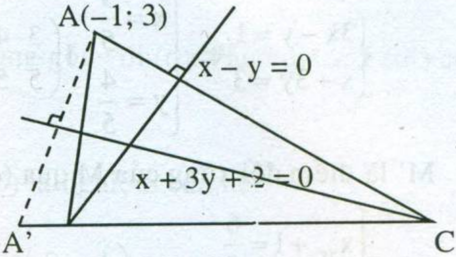
$$\Leftrightarrow |C - 2| = 5$$

$$\Leftrightarrow C = 7 \text{ hay } C = -3$$

Hai đường thẳng phải tìm là: $3x - 4y + 7 = 0$ và $3x - 4y - 3 = 0$.

Vậy chọn (b).

82. AC ⊥ BB' nên phương trình có dạng:



$x + y + c = 0$

$A \in AC \Leftrightarrow -1 + 3 + c = 0$

$\Leftrightarrow c = -2$

Tọa độ đỉnh C là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \quad C(4; -2)$$

Điểm A' đối xứng của A qua đường phân giác $x + 3y + 2 = 0$: $A' \in BC$.

Đường thẳng AA' ⊥ $x + 3y + 2 = 0$ nên có dạng $3x - y + c = 0$

$A \in AA' \Leftrightarrow -3 - 3 + c = 0 \Leftrightarrow C = 6$

Trung điểm I của AA' có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 3x - y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-2; 0)$$

I là trung điểm AA' nên: $\begin{cases} x_{A'} - 1 = -4 \\ y_{A'} + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A'(-3; -3)$

Phương trình cạnh BC chính là phương trình của đường thẳng CA':

$$\frac{x+3}{7} = \frac{y+3}{1} \Leftrightarrow x - 7y - 18 = 0$$

Vậy chọn (d).

83. M' thuộc đường thẳng qua M và vuông góc với (Δ)

Phương trình đường thẳng đó là: $\begin{cases} x = -6 + 3t' \\ y = 1 - 2t' \end{cases} \quad (t' \in R)$

Giao điểm của đường thẳng này và đường thẳng (Δ) là phải tìm. Từ hệ phương trình: $\begin{cases} -1 + 2t = -6 + 3t' \\ 2 + 3t = 1 - 2t' \end{cases}$ ta được $t = -1$ (không cần tính t')

$\Rightarrow M'(-3; -1)$.

Vậy chọn (b).

84. (d_1): $x - y + 1 = 0$, (d_2): $x + 3y - 3 = 0$. Chọn $M(1; 2) \in (d_1)$. Gọi (Δ) là đường thẳng qua M và vuông góc với (d_2). Phương trình của (Δ) có dạng $3x - y + c = 0$. $M \in (\Delta) \Leftrightarrow 3 - 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -1$.

I là giao điểm của (Δ) và (d_2). Tọa độ của I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}3x-y=1\\ x+3y=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3}{5}\\ y=\dfrac{4}{5}\end{cases} \quad I\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$$

M’ là điểm đối xứng của M qua (d_2):

$$\begin{cases}x_{M'}+1=\dfrac{6}{5}\\ y_{M'}+2=\dfrac{4}{5}\end{cases} \Leftrightarrow M'\left(\frac{1}{5};-\frac{2}{5}\right)$$

Xét chùm đường thẳng : $x - y + 1 + m(x + 3y - 3) = 0$

$\Leftrightarrow (m + 1)x + (3m - 1)y - 3m + 1 = 0$ (*)

Đường thẳng phải tìm thuộc chùm (*) và qua M’:

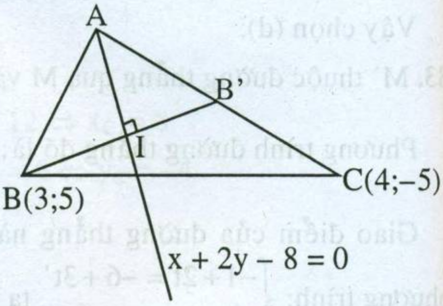
$$\Leftrightarrow \left(m+1\right).\frac{1}{5}-\left(3m-1\right).\frac{2}{5}-3m+1=0 \Leftrightarrow m=\frac{2}{5}.$$

Thế vào (*) được:

$$\left(\frac{2}{5}+1\right)x+\left(\frac{6}{5}-1\right)y-\frac{6}{5}+1=0 \Leftrightarrow 7x+y-1=0$$

Vậy chọn (d).

85. Điểm B’ đối xứng của B qua đường phân giác góc A: $x + 2y - 8 = 0$ sẽ nằm trên cạnh AC.



- Tìm B’: (xem hình vẽ)

– Đường thẳng BB’ phương trình có dạng:

$$2x - y + c = 0$$

Qua B $\Rightarrow 6 - 5 + c \Leftrightarrow c = -1$

- Điểm I có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x+2y=8\\ 2x-y=1\end{cases} \Leftrightarrow I(2;\ 3)$$

I là trung điểm BB’ nên $\begin{cases}x_{B'}+3=4\\ y_{B'}+5=6\end{cases} \Leftrightarrow B'(1;\ 1)$

Phương trình cạnh AC chính là phương trình đường thẳng qua CB’:

$$\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow 4x+3y-7=0.$$ Vậy chọn (a).

86. Gọi (d') là đường thẳng qua M và vuông góc với (d). Phương trình (d') có dạng: $2x - y + C = 0$

$M \in (d') \Leftrightarrow 8 + 3 + C = 0 \Leftrightarrow C = -11.$

Tọa độ điểm I, giao điểm của (d) và (d') là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - y = 11 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow I(6;\, 1)$$

I là trung điểm của MM' nên $\begin{cases} x_{M'} + 4 = 12 \\ y_{M'} - 3 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow M'(8;\, 5)$

Vậy chọn (c).

87. Coi điểm $C(2c - 8;\, c) \in (\Delta)$

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (3;-1) \\ \overrightarrow{AC} &= (2c-10;\, c-2) \end{aligned}\right\} S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|3(c-2) + (2c-10)\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|5c - 16\right|$$

$S_{ABC} = 17 \Leftrightarrow \left|5c-16\right| = 34 \Leftrightarrow c = 10$ hay $c = -\dfrac{18}{5}.$

Chọn c = 10 thì có C(12; 10)

Vậy chọn (b).

88. (d_1): $2x - 5y + 10 = 0$, (d_2): $5x - 2y + 4 = 0$, điểm M trước hết phải nằm trên một trong hai đường phân giác của góc tạo bởi (d_1) và (d_2). Phương trình của hai đường phân giác đó là:

$$\frac{2x - 5y + 10}{\sqrt{29}} = \pm\left(\frac{5x - 2y + 4}{\sqrt{29}}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x + y - 2 = 0 & (p_1) \\ x - y - 2 = 0 & (p_2) \end{array}\right.$$

(p_1) và (p_2) đều cắt trục hoành tại M(2; 0)

Vậy chọn (b).

89. Cặp (1): $\begin{cases} x + 2y + 3 = 0 & (1) \\ 2x - y + 1 = 0 & (2) \\ 3x - y - 4 = 0 & (3) \end{cases}$ có nghiệm của hệ (1), (2) là (–1; –1) không thỏa (3): (a) sai.

Cặp (2): $\begin{cases} x - 2y - 4 = 0 & (1) \\ 5x + 3y - 7 = 0 & (2) \\ 3x - y + 3 = 0 & (3) \end{cases}$ có nghiệm của hệ (1), (2) là (2; –1) không thỏa (3): (b) sai.

Cặp (3): $\begin{cases}3x-y-3=0\\2x+3y-2=0\\5x-4y-5=0\end{cases}$ có nghiệm chung là (1; 0): (c) đúng.

Cặp (4): $\begin{cases}4x+y+1=0 & (1)\\2x+3y-7=0 & (2)\\5x-2y+3=0 & (3)\end{cases}$ hệ (1) và (2) có nghiệm (−1; 3) không thỏa (3): (d) sai.

Vậy chọn (c).

90. Đánh số từng phương trình trong từng cặp:

$(\mathrm{I})\begin{cases}2x+y-5=0 & (1)\\3x-2y+1=0 & (2)\\5x-y-4=0 & (3)\end{cases}$ trong cặp (I): cộng từng vế (1) với (2) có (3): nghiệm thỏa (1), (2) thì cũng thỏa (3). Cặp (I) là 3 đường thẳng đồng quy.

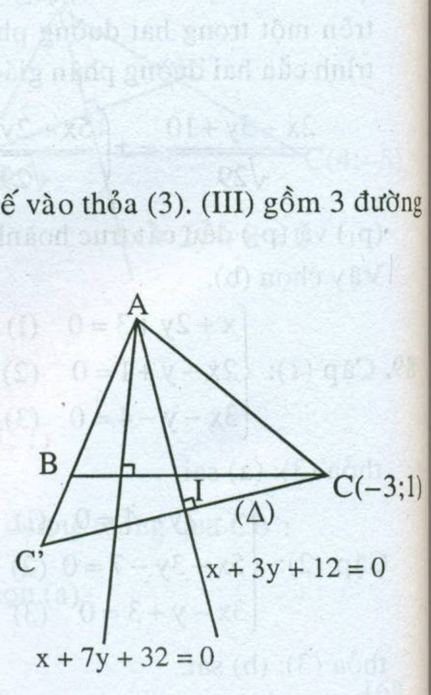
$\mathrm{II}\begin{cases}x+2y-5=0 & (1)\\2x+3y+1=0 & (2)\\7x+11y-2=0 & (3)\end{cases}$

Nhân hai vế của (2) với (3): 6x + 9y + 3 = 0 rồi cộng vào (1) được phương trình (3). Cặp (II) gồm 3 đường thẳng đồng quy.

$\mathrm{III}\begin{cases}4x+3y-1=0 & (1)\\x+2y+3=0 & (2)\\9x+13y+14=0 & (3)\end{cases}$

Nghiệm của hệ (1) và (2) là $\left(\frac{11}{5};-\frac{13}{5}\right)$ thế vào thỏa (3). (III) gồm 3 đường thẳng đồng quy.

Vậy (d) là câu sai. Chọn (d).



91. Trước hết tìm điểm C' đối xứng của C qua đường phân giác x + 3y + 12 = 0

– Gọi (Δ): 3x − y + c = 0 (C ∈ (Δ))

⇔ c = 10

– Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ:

$\begin{cases}3x-y=-10\\x+3y=-12\end{cases}\Leftrightarrow I\left(-\frac{21}{5};-\frac{13}{5}\right)$

I là trung điểm CC' nên $\begin{cases} x_{C'} - 3 = \dfrac{-42}{5} \\ y_{C'} + 1 = \dfrac{-26}{5} \end{cases}$

$$\Rightarrow C'\left(-\frac{17}{5}; -\frac{31}{5}\right)$$

Phương trình cạnh AB chính là phương trình đường thẳng qua A và C'.

Tọa độ A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + 3y = -12 \\ x + 7y = -32 \end{cases} \Rightarrow A(3; -5)$

Phương trình cạnh AB:

$$\frac{x-3}{-\frac{17}{5}-3} = \frac{y+5}{-\frac{31}{5}+5} \Leftrightarrow \frac{x-3}{-32} = \frac{y+5}{-6}$$

$\Leftrightarrow 3x - 16y - 89 = 0$

Vậy chọn (b).

92. Cạnh AB có hệ số góc $k_1 = -\frac{1}{2}$, cạnh BC các hệ số góc $k_2 = 3$

$$\tan(BC, AB) = \frac{-\frac{1}{2} - 3}{1 - \frac{3}{2}} = 7$$

$\Rightarrow \tan(BC, AC) = -7$ (vì 2 góc định hướng ngược chiều nhau). Gọi hệ số của AC là k, ta có:

$$\frac{k-3}{1+3k} = -7 \Leftrightarrow k = \frac{-2}{11}$$

Có thể chọn luôn A = 2, B = 11, phương trình AC có dạng $2x + 11y + c = 0$. Qua M(1; –3) nên c = 31.

Vậy chọn (a).

93. Vì là tam giác cân, nên cạnh BC vuông góc với đường phân giác của góc ở đỉnh cân. Phương trình của các đường phân giác của góc A là:

$$\frac{2x + y - 1}{\sqrt{5}} = \pm\frac{(x + 2y + 1)}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x - y - 2 = 0 & (p_1) \\ x + y = 0 & (p_2) \end{array}\right.$$

- Nếu BC vuông góc với p_1 thì phương trình cạnh BC có dạng $x + y + c = 0$. BC qua I(–1; –1) $\Leftrightarrow -1 + (-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = 2$.

Cạnh BC có thể là $x + y + 2 = 0$

- Nếu BC vuông góc với (p_2) thì phương trình cạnh BC có dạng $x - y + c = 0$. BC qua $I(-1; -1) \Leftrightarrow (-1) - (-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$. Lúc này phương trình cạnh BC là: $x - y = 0$

Vậy chọn (d).

94. Xét hệ phương trình: $\begin{cases} mx + y = -2 \\ x + my = -m - 1 \end{cases}$. Định thức $D = m^2 - 1$.

- Khi $m = 1$ thì (d_1): $x + y + 2 = 0$

  (d_2): $x + y + 2 = 0$

$\Rightarrow (d_1)$ trùng với (d_2). (c) là kết luận sai.

Độc giả có thể kiểm chứng rằng (a), (b), (d) đều đúng.

Vậy chọn (c).

95. (d_1): $mx + y - 3 = 0$ có vectơ chỉ phương $\vec{a_1} = (-1; m)$

(d_2): $x + my - 2m - 1 = 0$ có vectơ chỉ phương $\vec{a_2} = (-m; 1)$

$$\cos(d_1; d_2) = \left|\cos\left(\vec{a_1}, \vec{a_2}\right)\right| = \frac{|2m|}{m^2 + 1}$$

Để góc giữa d_1 và d_2 bằng 60^0 thì $\frac{2m}{m^2 + 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 - 4m + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 - \sqrt{3} \\ m = 2 + \sqrt{3} \end{array}\right.$$

Vậy chọn (b).

(Nếu xét phương trình $\frac{2m}{m^2 + 1} = -\frac{1}{2}$ thì cũng không được các giá trị như trong các đáp số a, b, c, d)

96. Phương trình (Δ) có dạng: $y = k(x - 2) + 7 \Leftrightarrow kx - y + 7 - 2k = 0$

Để khoảng cách từ N đến (Δ) bằng 1 thì:

$$\frac{|1.k - 2 + 7 - 2k|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1 \Leftrightarrow |5 - k| = \sqrt{k^2 + 1} \Leftrightarrow k = \frac{12}{5}$$

Vậy phương trình (Δ) có thể là $\frac{12}{5}x - y + 7 - \frac{24}{5} \Leftrightarrow 12x - 5y + 11 = 0$

(còn một đường thẳng nữa cũng thỏa điều kiện là $x = 2$).

Vậy chọn (c).

97. Gọi (d) là đường thẳng $y = k(x - 1) - 3 \Leftrightarrow kx - y - k - 3 = 0$

Khoảng cách từ B đến (d): $|t_1| = \dfrac{|-5k - 1 - k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \dfrac{|6k + 4|}{\sqrt{k^2 + 1}}$

Khoảng cách từ C đến (d): $|t_2| = \dfrac{|4k - 4 - k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \dfrac{|3k - 7|}{\sqrt{k^2 + 1}}$

$$|t_1| = |t_2| \Leftrightarrow |6k + 4| = |3k - 7|$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6k + 4 = 3k - 7 \\ 6k + 4 = -3k + 7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = \dfrac{-11}{3} \\ k = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$$

Với $k = \dfrac{1}{3}$ có $\dfrac{1}{3}x - y - \dfrac{1}{3} - 3 = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 10 = 0$

Vì thế chọn (a).

98. Bốn đỉnh của hình vuông nằm trên hai đường thẳng song song (d_1), (d_2) nên cạnh của hình vuông bằng khoảng cách giữa (d_1) và (d_2). Chọn điểm nào đó thuộc (d_1): M(–5; 0).

$$d(M;(d_2)) = \frac{|-5 - 2.0 + 10|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

Vậy diện tích hình vuông bằng 5 đơn vị diện tích. Chọn (b).

99. Tọa độ đỉnh A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - y = -4 \\ 7x + y = 12 \end{cases} \Rightarrow A(1; 5)$$

$$h_A = d(A, BC) = \frac{|1 + 7.5 + 4|}{\sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{40}{5\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

Vậy chọn (b).

100. Cạnh AB: $4x + 3y - 2 = 0$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_1} = (-3; 4)$

Cạnh AC: $3x + 4y + 7 = 0$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2} = (-4; 3)$

$$\cos A = \left|\cos\left(\overrightarrow{a_2}, \overrightarrow{a_2}\right)\right| = \frac{12 + 12}{5.5} = \frac{24}{25}.$$

$\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ cùng phụ với góc $\dfrac{A}{2}$ nên:

$$\cos B = \cos C = \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos A}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{24}{25}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{1}{5\sqrt{2}}$$

Vậy chọn (c).

101. Coi điểm M $(m; 2m-2) \in (d_1)$, $N(n; -n-3) \in (d_2)$. Nếu $A(3; 0)$ là trung điểm của MN thì:

$$\begin{cases} \dfrac{m+n}{2} = 3 \\ \dfrac{2m-2-n-3}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+n = 6 \\ 2m-n = 5 \end{cases}$$

Chỉ cần tính $m = \dfrac{11}{3}$ để được $M\left(\dfrac{11}{3}; \dfrac{16}{3}\right)$. Phương trình đường thẳng AM:

$$\frac{x-3}{\frac{11}{3}-3} = \frac{y}{\frac{16}{3}} \Leftrightarrow \frac{x-3}{1} = \frac{y}{8} \Leftrightarrow 8x - y - 24 = 0$$

Vậy chọn (b).

102. Dễ thấy điểm B $(-4; -5)$ không thuộc hai đường cao cho trước. Vậy đường cao phải tìm thuộc chùm đường thẳng:

$$(5x + 3y - 4) + m(3x + 8y + 13) = 0$$

Viết lại là: $(3m + 5)x + (8m + 3)y + 13m - 4$(*)

Điểm B thuộc chùm này $\Leftrightarrow (3m + 5)(-4) + (8m + 3)(-5) + 13 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow m = -1$

Thế vào (*) được: $2x - 5y - 17 = 0$

Vậy chọn (d).

103. Xem phương trình đường thẳng (Δ):

$$y = k(2 - x) + 5 \Leftrightarrow kx - y + 5 - 2k = 0$$

Để khoảng cách từ Q đến (Δ) bằng 6 thì:

$$\frac{|5k-2+5-2k|}{\sqrt{k^2+1}} = 6 \Leftrightarrow |3k+3| = 6\sqrt{k^2+1}$$

$$\Leftrightarrow |k+1| = 2\sqrt{k^2+1}$$

$$\Leftrightarrow k^2 + 2k + 1 = 4k^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow 3k^2 - 2k + 3 = 0$$

104. Gọi G là trọng tâm tam giác. Vì G ∈ đường thẳng 3x – y – 8 = 0 nên có thể coi G(g; 3g – 8).

Từ hệ thức tọa độ trọng tâm, tìm được C(3g – 5; 9g – 19).

$$\left.\begin{aligned}&\overrightarrow{AB}=(1;1)\\&\overrightarrow{AC}=(3g-7;9g-16)\end{aligned}\right\}S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|9g-16-3g+7\right|=\frac{1}{2}\left|6g-9\right|$$

Do $S_{ABC}=\frac{3}{2}$ nên $\frac{1}{2}\left|6g-9\right|=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left|2g-3\right|=1$

Từ đây được g = 2 hay g = 1. Với g = 1 có C(–2; –10).

Vậy chọn (d).

105. Tọa độ đỉnh A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}4x+y=-15\\2x+5y=-3\end{cases}\Rightarrow A(-4;1)$$

$\overrightarrow{AG}=(2;-2)$. Gọi M là trung điểm của BC: M(x; y) thì:

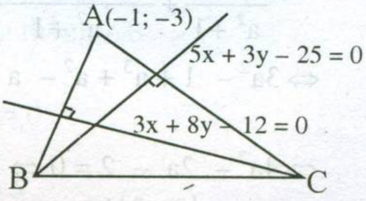
$$\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}\Leftrightarrow\begin{cases}x+4=3\\y-1=-3\end{cases}\Rightarrow M(-1;-2)$$

Vậy chọn (c).

106. Phương trình AB có dạng: 8x – 3y + C = 0 qua A nên C = –1.

Tọa độ B là nghiệm của hệ.

$$\begin{cases}5x+3y=25\\8x-3y=1\end{cases}\Rightarrow B(2;5)$$



Phương trình AC có dạng: 3x – 5y + c = 0

Qua A nên c = –12.

Tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases}3x-5y=12\\3x+8y=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=0\end{cases}\Rightarrow C(4;0)$

Phương trình cạnh BC: $\frac{x-4}{-2}=\frac{y}{5}\Leftrightarrow 5x+2y-20=0$

Vậy chọn (a).

107. Cạnh AB của tam giác có phương trình dạng 2x – 3y + c = 0. Qua A(–1; 3) nên –2 + 9 + c = 0 ⇔ c = –7. Vậy cạnh AB là 2x – 3y – 7 = 0.

Xem điểm $B\left(\frac{3b+7}{2};b\right) \in AB$. Gọi M là trung điểm của AB thì $M\left(\frac{3b+5}{4};\frac{b-3}{2}\right)$. Điểm M thuộc đường trung trực $3x + 2y - 4 = 0$ nên:

$$3\left(\frac{3b+5}{4}\right)+2\left(\frac{b-3}{2}\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow 9b + 15 + 4b - 12 - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 1$$

Vậy B(5; 1).

Theo hệ thức tọa độ trọng tâm thì:

$$\begin{cases} -1+5+x_C = 12 \\ -3+1+y_C = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 8 \\ y_C = -4 \end{cases} \Rightarrow C(8; -4). \text{ Vậy chọn (b).}$$

108. Tọa độ giao điểm A của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} (a+1)x - 2y = a+1 \\ x + (a-1)y = a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3a^2-1}{a^2+1} \\ y = \dfrac{(a+1)(a^2-1)}{a^2+1} \end{cases}$$

Để A thuộc đường thẳng $x + y = a$ thì:

$$\frac{3a^2-1}{a^2+1} + \frac{(a+1)(a^2-1)}{a^2+1} = a$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 - 1 + a^3 + a^2 - a - 1 = a^3 + a$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 2a - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy chọn (a).

109. Khoảng cách đại số từ A đến (d): $t_1 = \dfrac{2-4-1}{\sqrt{2}} = \dfrac{-3}{\sqrt{2}}$

Khoảng cách đại số từ B đến (d): $t_2 = \dfrac{1-4-1}{\sqrt{2}} = \dfrac{-4}{\sqrt{2}}$

⇒ Hai điểm này ở cùng một phía của (d).

⇒ Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (d). AB' cắt (d) tại N thì:

AN + B'N = AN + BN và $\forall N' \neq N \in (d)$ ta luôn có AN' + N'B ≥ AN + NB.

Nên N là điểm phải tìm.

Đường thẳng (d') ⊥ (d) có dạng x + y + C = 0; B ∈ (d') ⇔ C = –5.

(d) cắt (d') tại I. Tọa độ I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(3;\,2)$

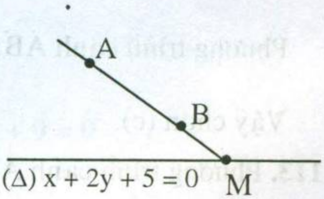
BB' có I là trung điểm ⇔ $\begin{cases} x_{B'} + 1 = 6 \\ y_{B'} + 4 = 4 \end{cases} \Rightarrow B'(5;\,0).$

Phương trình đường thẳng AB': $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-4}{-4} \Leftrightarrow 4x + 3y - 20 = 0.$

Tọa độ N là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow N\left(\dfrac{23}{7};\dfrac{16}{7}\right)$. Vậy chọn (a).

110. Khoảng cách đại số từ A đến (Δ):

$$t_1 = \frac{1+6+5}{\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$



Khoảng cách đại số từ B đến (Δ):

$$t_2 = \frac{3-2+5}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

⇒ A, B ở cùng phía đối với (Δ) (hình vẽ bên). AB nối dài cắt (Δ) ở M thì ∀M' ≠ M, M' ∈ (Δ) ta đều có $|M'A - M'B| \le |MA - MB| = AB$ nên M là vị trí để có $|MA - MB|$ lớn nhất. Phương trình đường thẳng AB:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} \Leftrightarrow -2x + 2 = y - 3 \Leftrightarrow 2x + y - 5 = 0$$

Tọa độ M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -5 \end{cases} \Rightarrow M(5;-5)$

Vậy chọn (b).

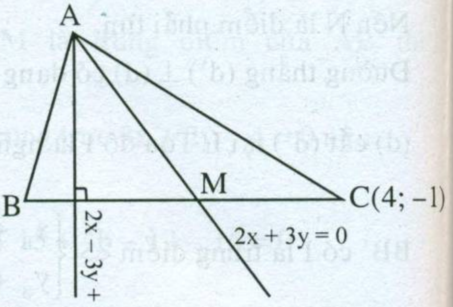
111. Điểm C phải tìm chính là giao điểm của đường trung trực đoạn AB và đường thẳng (d). $\overrightarrow{AB} = (-2;\,2)$ cùng phương $\vec{a} = (1;\,-1)$. I là trung điểm AB: I(0; 2). Đường trung trực của AB có $\vec{a}$ làm vectơ pháp tuyến nên có dạng x – y + c = 0 qua I nên c = 2.

Tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - y = -2 \\ x + y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow C = (-3;-1).$

Vậy chọn (d).

112. Tọa độ đỉnh A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}2x+3y=0\\2x-3y=-12\end{cases}\Rightarrow A\left(-3;2\right)$$



Phương trình cạnh BC có dạng:

$3x + 2y + c = 0$

$C \in BC \Leftrightarrow c = -10$

Tọa độ trung điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}3x+2y=10\\2x+3y=0\end{cases}\Rightarrow M\left(6;-4\right)$$

M là trung điểm BC nên $\begin{cases}x_B+4=12\\y_B-1=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=8\\y_B=-7\end{cases}\Rightarrow B\left(8;-7\right)$

Phương trình cạnh AB: $\dfrac{x+3}{11}=\dfrac{y-2}{-9}\Leftrightarrow 9x+11y+5=0$

Vậy chọn (c).

113. Phương trình cạnh AB có dạng: $x - 3y + c = 0$; $A \in AB \Rightarrow c = -5$.

Tọa độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x-3y=5\\2x-y=-1\end{cases}\Rightarrow B\left(-\dfrac{8}{5};-\dfrac{11}{5}\right)$.

Phương trình cạnh AC có dạng: $x + 2y + c = 0$, $A \in AC \Rightarrow c = 0$.

Tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x+2y=0\\3x+y=-2\end{cases}\Rightarrow C\left(-\dfrac{4}{5};\dfrac{2}{5}\right)$.

M là trung điểm BC nên $M\left(-\dfrac{6}{5};-\dfrac{9}{10}\right)$.

Vậy chọn (b).

114. Gọi đỉnh A(2; 1). A không thuộc (d_1) và (d_2). Khoảng cách từ A đến (d_1) và (d_2) sẽ là độ dài hai cạnh liên tiếp của hình chữ nhật:

$$d\left(A,(d_1)\right)=\frac{\left|2.4-3.1+5\right|}{5}=2$$

$$d\left(A,(d_2)\right)=\frac{\left|3.2+4.1-5\right|}{5}=1$$

$\Rightarrow$ Diện tích hình chữ nhật: S = 2.1 = 2. Vậy chọn (a).

115. Gọi E là chân của phân giác góc ngoài A trên cạnh BC.

E chia cạnh BC theo tỉ số: $k = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{\sqrt{4+36}}{\sqrt{225+25}} = \sqrt{\dfrac{40}{250}} = \dfrac{2}{5}$

$$x_E = \frac{-4 - \frac{2}{5}.9}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{-38}{3}$$

$$\Rightarrow E\left(\frac{-38}{3}; \frac{11}{3}\right)$$

$$y_E = \frac{3 - \frac{2}{5}.2}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{11}{3}$$

Phương trình đường thẳng AE:

$$\frac{x+6}{\frac{-38}{3}+6} = \frac{y+3}{\frac{11}{3}+3} \Leftrightarrow \frac{x+6}{-20} = \frac{y+3}{20}$$

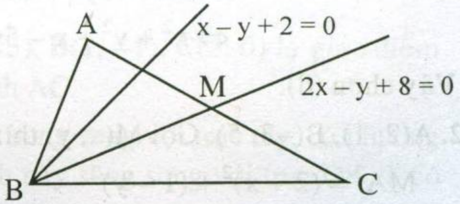
$$\Leftrightarrow x + 6 = -y - 3 \Leftrightarrow x + y + 9 = 0$$

Vậy chọn (b).

116. Phương trình cạnh AC có dạng x + y + C = 0.

$A \in AC \Leftrightarrow 3 + 2 + C = 0$

$\Leftrightarrow C = -5$



Phương trình AC: x + y – 5 = 0

Trung điểm M của AC có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y = -8 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow M(-1;6)$$

M là trung điểm của AC nên:

$$\begin{cases} x_C + 3 = -2 \\ y_C + 2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -5 \\ y_C = 10 \end{cases} \quad \text{Vậy } C(-5; 10)$$

Vậy chọn (b).

117. Đường cao kẻ từ A của tam giác thuộc chùm đường thẳng xác định bởi hai đường cao kẻ từ B và C nên có phương trình dạng:

$(3x - y - 1) + m(x + y - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (m + 3)x + (m - 1)y - m - 1 = 0 \ (*)$

(*) vuông góc với BC nên:

$(m + 3).5 + (m - 1)(-1) = 0 \Leftrightarrow m = -4$

Thế vào (*): $-x - 5y + 3 = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 3 = 0$

Vậy chọn (b).

*** Đường tròn**

118. (C): $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 36$

I(3; –2), R = 6.

Vậy chọn (c).

119. Đưa về dạng thu gọn:

$$\left(x+\frac{6}{6}\right)^2+\left(y-\frac{4}{6}\right)^2=\frac{36+16+4.3}{4.9}=\frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow I\left(-1;\frac{2}{3}\right), R=\frac{4}{3}$$

120. (c) và (d) đều không là đường tròn. (c) sai.

Vậy chọn (c).

121. Gọi M(x; y) thì:

$$AM^2 + BM^2 = 30 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 30$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2x - 10y + 18 = 30$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + x - 5y - 6 = 0$$

Vậy chọn (d).

122. A(2; 1), B(–3; 5). Gọi M(x; y) thì:

$$MA^2 = (2 - x)^2 + (1 - y)^2$$

$$3MA^2 = 3x^2 + 3y^2 - 12x - 6y + 15$$

$$MB^2 = (3 + x)^2 + (5 - y)^2$$

$$\Rightarrow -2MB^2 = -2x^2 - 2y^2 - 12x + 20y - 68$$

$$\Rightarrow 3MA^2 - 2MB^2 = x^2 + y^2 - 24x + 14y - 53 = 25$$

$$3MA^2 - 2MB^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 24x + 14y - 53 = 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 24x + 14y - 78 = 0$$

Vậy chọn (b).

123. Bán kính của (C) là khoảng cách từ I(–1; 2) đến đường thẳng $x - 2y + 7 = 0$

$$R=\frac{|-1+4+7|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$$

Phương trình (C).

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 15 = 0$$

Vậy chọn (c).

124. Đưa phương trình $x^2 + y^2 + 6x - 4 - 12 = 0$ về dạng:

$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25 \ (*)$$

- Thế tọa độ A(– 2;3) vào (*): $(-2 + 3)^2 + (3 - 2)^2 = 2 < 25$: A ở trong (C)
- Thế tọa độ B(3; –2) vào (*): $(3 + 3)^2 + (-2 - 2)^2 = 52 > 25$: B ở ngoài (C)
- Thế tọa độ C(1; 5) vào (*): $(1 + 3)^2 + (5 - 2)^2 = 25$: $C \in (C)$.

⇒ (a), (b), (c) đều đúng. (d) sai.

Vậy chọn (d).

125. Phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC có dạng:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

Điểm $A \in (C) \Leftrightarrow 10 - 2a - 6b + c = 0$ (1)

Điểm $B \in (C) \Leftrightarrow 61 - 10a - 12b + c = 0$ (2)

Điểm $C \in (C) \Leftrightarrow 49 - 14a + c = 0$ (3)

Hệ (1), (2), (3) cho nghiệm $a = \frac{9}{2}, b = \frac{5}{2}, c = 14$.

⇒ Phương trình (C): $x^2 + y^2 - 9x - 5y + 14 = 0$

Vậy chọn (d).

126. Tâm của đường tròn qua ba điểm A(1; 3), B(1; –1), C(2; 0) là giao điểm của hai đường trung trực cạnh AB và cạnh AC.

M(1; 1) là trung điểm cạnh AB. Cạnh AB song song với trục Oy, có phương trình x = 1, nên đường trung trực của cạnh này song song với trục Ox và có phương trình y = 1. $N\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ là trung điểm cạnh AC, $\overrightarrow{AC} = (1; -3)$ là pháp vectơ của đường trung trực cạnh AC nên phương trình đường trung trực này có dạng $x - 3y + c = 0$ qua N nên $\frac{3}{2} - 3.\frac{3}{2} + c = 0 \Leftrightarrow c = 3$.

Tọa độ tâm I của đường tròn ABC là nghiệm của hệ: $\begin{cases} y = 1 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow I(0; 1), R = IA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

Phương trình đường tròn phải tìm:

$x^2 + (y - 1)^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$. Vậy chọn (a).

127. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng:

$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (C)

- Điểm A $\in$(C) $\Leftrightarrow 20 + 4a - 8b + c = 0$ (1)
- Điểm B $\in$ (C) $\Leftrightarrow 50 - 10a - 10b + c = 0$ (2)
- Điểm C $\in$ (C) $\Leftrightarrow 40 - 12a + 4b + c = 0$ (3)

Giải hệ (1), (2), (3) được $a = 2$, $b = 1$, $c = -20$

Phương trình phải tìm: $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

Vậy chọn (d).

128. Phương trình của (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

$A(6; 0) \in (C) \Leftrightarrow 36 - 12a + c = 0$ (1)

$B(9; 9) \in (C) \Leftrightarrow 162 - 18a - 18b + c = 0$ (2)

Vì (C) tiếp xúc Ox tại A $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} \perp \overrightarrow{e_1} \left(\overrightarrow{e_1} = (1;0)\right)$

$\overrightarrow{IA} = (6 - a; -b)$

$\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{e_1} = 0 \Leftrightarrow 6 - a = 0 \Leftrightarrow a = 6$

Thế $a = 6$ vào (1) được $c = 36$.

Thế $a = 6$, $c = 36$ vào (2) được $b = 5$.

(C) có phương trình $x^2 + y^2 - 12x - 10y + 36 = 0$.

Vậy chọn (b).

129. Đường tròn tiếp xúc với hai trục Ox, Oy sẽ có tâm thuộc một trong hai đường $y = x$ hoặc $y = -x$($x - y = 0$ hoặc $x + y = 0$)

$\Rightarrow$ Tâm của đường tròn phải tìm sẽ là nghiệm của một trong hai hệ phương trình: $(I): \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$ $(II): \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$

Nghiệm của (I) là $x = y = 4 \Rightarrow R = 4$ và phương trình của đường tròn cần tìm là: $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$

Nghiệm của (II) là $x = \frac{3}{4}, y = -\frac{3}{4}, R = \frac{3}{4}$ và có đường tròn:

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

Đối chiếu kết quả, ta chọn (c).

130. Tâm của (C) sẽ là nghiệm của một trong hai hệ phương trình:

$$(\mathrm{I}):\begin{cases}x-y=0\\3x-5y=8\end{cases}\qquad(\mathrm{II}):\begin{cases}x+y=0\\3x-5y=8\end{cases}$$

Hệ (I) cho I(−4; −4), R = 4 và được đường tròn $(x+4)^2+(y+4)^2=16$

Hệ (II) cho I(1; −1), R = 1 và được đường tròn $(x-1)^2+(y+1)^2=1$

Vậy chọn (c).

131. Xếp lại phương trình (d_m) thành một phương trình bậc 2 của m:

$$(1-x)m^2+2(y-2)m+1+x=0$$

Phương trình này có nghiệm kép khi:

$$\Delta=(y-2)^2-(1-x)(1+x)=0\Leftrightarrow(y-2)^2-1+x^2=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=1$$

(d_m) luôn tiếp xúc với đường tròn $x^2+(y-2)^2=1$

Vậy chọn (c).

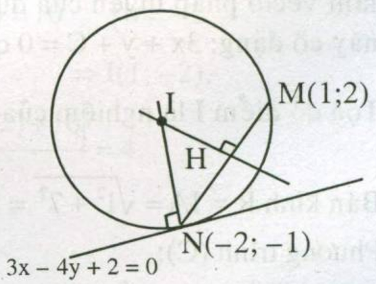
132. Phương trình (C) có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by=0$

Do I(−3;4) là tâm nên có ngay a = −3; b = 4

⇒ (C) có phương trình: $x^2+y^2+6x-8y=0$

Vậy chọn (a).

133. Hình vẽ tượng trưng cho thấy tâm I của đường tròn là giao điểm của đường trung trực đoạn MN và đường thẳng vuông góc với đường thẳng $3x-4y+2=0$ tại N.



Gọi H là trung điểm MN: $H\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

$\overrightarrow{MN}=(-3;-3)$ cùng phương $\vec{a}=(1;\,1)$

Chọn $\vec{a}=(1;\,1)$ làm pháp vectơ cho đường trung trực của MN có dạng $x+y+c=0$. Qua H ⇒ c = 0.

Đường trung trực của đoạn MN có phương trình $x+y=0$.

Đường thẳng (d) vuông góc với $3x-4y+2=0$ có dạng $4x+3y+c=0$ qua N ⇒ c = 11.

Tọa độ I là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x+y=0\\4x+3y=-11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-11\\y=11\end{cases}\Rightarrow I(-11;11).$

Bán kính đường tròn $R = IN = \sqrt{81+144} = 15$.

Phương trình(C): $(x + 11)^2 + (y - 11)^2 = 225$.

Vậy chọn (c).

134. Tâm I của đường tròn là giao điểm của đường trung trực đoạn AB với đường thẳng vuông góc với đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$ tại B.

Trung điểm M của AB: $M(3; 1)$, $\overrightarrow{AB} = (-4; -4)$ cùng phương $\vec{a} = (1; 1)$. Đường trung trực AB có $\vec{a}$ làm vectơ pháp tuyến và qua M nên có phương trình $x + y - 4 = 0$.

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow I(2; 2)$.

Bán kính $R = IA = IB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

$\Rightarrow$ Phương trình đường tròn:

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y - 2 = 0$$

Vậy chọn (d).

135. Tâm I của (C) là giao điểm của đường trung trực đoạn AB và đường thẳng $x + 2y + 5 = 0$

$M(1, 2)$ là trung điểm AB. $\overrightarrow{AB} = (-6; -2)$ cùng phương $(3; 1)$ được chọn làm vectơ pháp tuyến của đường trung trực đoạn AB. Phương trình đường này có dạng: $3x + y + C = 0$ qua $M \Rightarrow 3 + 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -5$

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + 2y = -5 \end{cases} \Rightarrow I(3; -4)$

Bán kính $R = IA = \sqrt{1^2 + 7^2} = 5\sqrt{2}$

Phương trình (C):

$$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 50 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 8y - 25 = 0$$

Vậy chọn (b).

136. Thấy ngay $(d_1) \,//\, (d_2)$. Khoảng cách đại số từ A đến (d_1):

$t_1 = \dfrac{4 - 6 + 18}{\sqrt{10}} > 0$, khoảng cách đại số từ A đến (d_2):

$t_2 = \dfrac{4 - 6 - 2}{\sqrt{10}} < 0$ nên nếu gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn thì:

$$\frac{a - 3b + 18}{\sqrt{10}} = -\left(\frac{a - 3b - 2}{\sqrt{10}}\right) \Leftrightarrow a - 3b + 8 = 0 \quad (1)$$

$$AI = R \Leftrightarrow AI^2 = R^2 \Leftrightarrow (a-4)^2 + (b-2)^2 = \left(\frac{a-3b-2}{\sqrt{10}}\right)^2 \quad (2)$$

Thế a = 3b – 8 vào (2).

Được $5b^2 - 38b + 69 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 3 \Rightarrow a = 1 \\ b = \frac{23}{5} \Rightarrow a = \frac{29}{5} \end{array}\right.$

⇒ Có hai đường tròn cùng thỏa điều kiện:

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10 \text{ hay } \left(x - \frac{29}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{5}\right)^2 = 10$$

Vậy chọn (a).

137. $(d_1) \,//\, (d_2)$. Gọi I(a; b) là tâm của đường tròn thì:

- $2a + b = 0$ (1)
- $\frac{4a-3b+10}{5} = -\frac{(4a-3b-30)}{5}$ (2)

(Do các khoảng cách đại số từ I đến (d_1) và (d_2) trái dấu nhau.)

(2) $\Leftrightarrow 4a - 3b - 10 = 0$

a, b là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ 4a - 3b = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$

$\Rightarrow I(1; -2)$.

Bán kính của (C): $R = d(I, (d_1)) = \frac{|4.1 - 3.(-2) + 10|}{5} = 4$

Phương trình (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Vậy chọn (b).

138. (d_1) và (d_2) cắt nhau. Gọi I(a; b) là tâm của (T) thì: a – 5 = 0 (1)

Do I thuộc đường thẳng x – 5 = 0

$$\frac{3a-b+3}{\sqrt{10}} = \pm\frac{(a-3b+9)}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a + b - 3 = 0 \\ a - b + 3 = 0 \end{array}\right. \quad (2)$$

do khoảng cách từ I đến (d_1) và (d_2) bằng nhau.

Từ (2) và (1) được b = –2 hay b = 8.

⇒ Có hai đường tròn cùng thỏa điều kiện:

$$(x-5)^2+(y+2)^2=40\ \left(R_1=\frac{|15+2+3|}{\sqrt{10}}=\frac{20}{\sqrt{10}}\right)$$

$$\text{hay } (x-5)^2+(y-8)^2=10\ \left(R_2=\frac{|15-8+3|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}\right)$$

Vậy chọn (b).

139. Gọi I(a; b) là tâm của (C).

I thuộc $4x + 3y - 2 = 0$ nên $4a + 3b - 2 = 0$ (1)

I cách đều (tiếp xúc) (d_1) và (d_2) nên:

$$\frac{a+b+4}{\sqrt{2}}=\pm\frac{(7a-b+4)}{5\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5a+5b+20=7a-b+4\\5a+5b+20=-7a+b-4\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}a-3b=8 & (2)\\3a+b=-6 & (2')\end{array}\right.$$

Hệ (1) và (2) $\begin{cases}4a+3b=2\\a-3b=8\end{cases}$ cho $\begin{cases}a=2\\b=-2\end{cases}$ $\Rightarrow R_1=\dfrac{|2-2+4|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

Hệ (1) và (2') $\begin{cases}4a+3b=2\\3a+b=-6\end{cases}$ cho $\begin{cases}a=-4\\b=6\end{cases}$

$$\Rightarrow R_2=\frac{|-4+6+4|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$$

Hai đường tròn tìm được là:

$(x-2)^2+(y+2)^2=8$ hay $(x+4)^2+(y-6)^2=18$

Vậy chọn (c).

140. Gọi R là bán kính của (C_m) thì $R^2 = 5m^2 - 15m + 10$.

Để $R=\sqrt{10}$ thì $5m^2-15m+10=10\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=3\end{array}\right.$

Vậy chọn (c).

141. Gọi R_m là bán kính của (C_m) thì:

$$R_m^2=\frac{4m^2+4(m+1)^2+16m+16}{4}=2m^2+6m+5$$

$$R_m^2=2\left(m+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\geq\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow R_m^2$ nhỏ nhất khi $m = -\dfrac{3}{2}$

Lúc đó $C_{\left(-\frac{3}{2}\right)} = x^2 + y^2 - 3x + y + 2 = 0$. Vậy chọn (c).

142. Tọa độ các giao điểm A, B của đường thẳng và đường tròn cho trước là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 7y + 10 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0 & (2) \end{cases}$$

Thế x = 7y – 10 vào (2):

$$(7y - 10)^2 + y^2 - 2(7y - 10) + 4y - 20 = 0$$

$\Leftrightarrow 50y^2 - 150y + 100 = 0$

$\Leftrightarrow y^2 - 3y + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \Rightarrow x = -3 \\ y = 2 \Rightarrow x = 4 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow A(-3;\, 1); B(4;2)$

$AB = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2}$

Vậy chọn (b).

143. Tọa độ các giao điểm A, B của đường thẳng 3x – 4y + 9 = 0 và đường tròn $x^2 + y^2 - 9x - 5y + 14 = 0$ là nghiệm của hệ phương trình.

$$\begin{cases} 3x - 4y + 9 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 9x - 5y + 14 = 0 & (2) \end{cases}$$

Thế $y = \dfrac{3x + 9}{4}$ vào (2):

$$x^2 + \left(\frac{3x + 9}{4}\right)^2 - 9x - 5\left(\frac{3x + 9}{4}\right) + 14 = 0$$

$\Leftrightarrow 25x^2 - 150x + 125 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 3 \\ x = 5 \Rightarrow y = 6 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow A(1;\, 3), B(5;\, 6), AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

AB = 5. Vậy chọn (c).

144. (d) không cắt (C) khi $\frac{|A.a+B.b+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} > R$. (d) sai.

Vậy chọn (d).

145. Viết lại (C): $x^2 + (y+1)^2 = 5$

Khoảng cách từ tâm của (C) đến (d): $\frac{|3m-1|}{\sqrt{m^2+1}}$

Xét phương trình $\frac{|3m-1|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 2 = 0$

- Khi $-\frac{1}{2} < m < 2$ thì $\frac{|3m-1|}{\sqrt{m^2+1}} < \sqrt{5}$: (d) cắt (C)

$\Rightarrow$ (a), (c) sai.

- Thế tọa độ tâm I(0; –1) vào phương trình (d): $(2+1)m - 1 = 0$

$m = \frac{1}{3}$: (d) đúng, (b) sai.

Vậy chọn (d).

146. a. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$

$$\Rightarrow I_1(-1;2), R_1 = \sqrt{10}$$

$$x^2 + y^2 - x - 5y + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow I_2\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right), R_2 = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$I_1I_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}+1\right)^2 + \left(\frac{5}{2}-2\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$R_1 - R_2 = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

Hai đường tròn tiếp xúc trong nhau, (a) sai.

b. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$

$\Rightarrow I_1(1; 2), R_1 = 1$

$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 8$

$\Rightarrow I_2(2; 3), R_2 = 2\sqrt{2}$

$I_1I_2 = \sqrt{2}, R_1 + R_2 = 1 + 2\sqrt{2} \Rightarrow$ cắt nhau: (b) sai.

c. $x^2 + y^2 - 16x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 8)^2 + y^2 = 68$

$\Rightarrow I_1(8; 0), R_1 = \sqrt{68}$

$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

$\Rightarrow I_2(2; 3), R_2 = \sqrt{5}$

$I_1I_2 = \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}, R_1 + R_2 = \sqrt{68} + \sqrt{5}$

$\Rightarrow$ cắt nhau: (c) sai.

d. $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 4$

$\Rightarrow I_1(1; 0), R_1 = 2.$

$x^2 + y^2 - 8x - 8y + 28 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 4$

$\Rightarrow I_2(4; 4), R_2 = 2$

$I_1I_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, R_1 + R_2 = 4 \Rightarrow$ không cắt nhau $\Rightarrow$ (d) đúng.

Vậy chọn (d).

147. Tọa độ hai giao điểm A, B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 7x - y = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - x - 7y - 18 = 0 & (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế ta được $-6x + 6y = -18 \Leftrightarrow y = x - 3$

Thế vào (1): $x^2 + (x - 3)^2 - 7x - (x - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = -2 \\ x = 6 \Rightarrow y = 3 \end{array}\right. \Rightarrow A(1; -2), B(6; 3)$$

Vậy chọn (b).

148. (C_1): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$

$I_1(1; 1), R_1 = 2.$

(C_2): $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$

$I_2(2; 3), R_2 = 4.$

$I_1I_2 = \sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}; R_1 + R_2 = 6 \Rightarrow (C_1)$ cắt (C_2).

Vậy chọn (c).

149. (C_m): $x^2 + y^2 + 2mx - 4my + 5m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x + m)^2 + (y - 2m)^2 = 1.$

- $I(-m; 2m) \Rightarrow -2x = y \Rightarrow I \in$ đường thẳng $2x + y = 0$

- Họ (C_m) không có điểm cố định do không tồn tại điểm $(x_0; y_0)$ để:

$$x_0^2 + y_0^2 + 2mx_0 - 4my_0 + 5m^2 - 1 = 0 \forall m, \text{(c) sai}.$$

- Khi x = 0: $y^2 - 4my + 5m^2 - 1 = 0$, $\Delta' = 4m^2 - 5m^2 + 1 = 1 - m^2$

$\Delta' > 0 \Leftrightarrow |m| < 1$ thì (C_m) cắt Oy tại hai điểm phân biệt.

Vậy chỉ có (c) sai. Ta chọn (c).

150. Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 & (1) \\ x^2 + y^2 + mx - my - 2m^2 = 1 & (2) \end{cases}$

Trừ từng vế (2) cho (1) được:

$$mx - my - 2m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x - y - 2m = 0 \text{ (do } m \neq 0)$$

Thế y = x – 2m vào (1):

$$x^2 + (x - 2m)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4mx + 4m^2 - 1 = 0$$

$\Delta' = 4m^2 - 2(4m^2 - 1) = 2 - 4m^2$

Hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt:

$\Leftrightarrow 2 - 4m^2 > 0 \Leftrightarrow m^2 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow |m| < \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\text{hay } \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Vậy chọn (c).

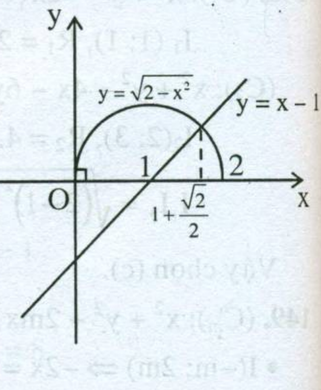
151. $y = 1 + \sqrt{-2x - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 1, -2 \leq x \leq 0 \\ (y-1)^2 = -2x - x^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 1, -2 \leq x \leq 0 \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ đường $y = 1 + \sqrt{-2x - x^2}$ là nửa trên của đường tròn (C) có phương trình $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$. Vậy chọn (b).

152. $y = \sqrt{2x - x^2}$ là nửa phía trên trục Ox của đường tròn $(x - 1)^2 + y^2 = 1$

Đường thẳng y = x – 1 cắt đường $y = \sqrt{2x - x^2}$ tại điểm có hoành độ $x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.



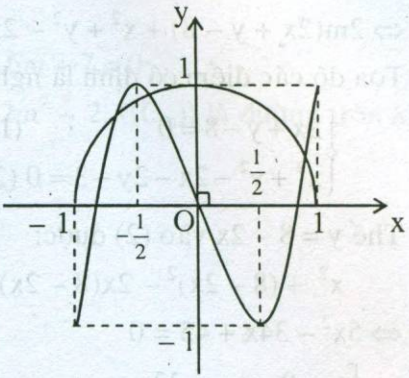
Trên hình vẽ, những giá trị của x để

$$\sqrt{2x - x^2} > x - 1$$

(Đường $y = \sqrt{2x - x^2}$ ở phía trên của đường thẳng $y = x - 1$) là: $0 \le x < 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy chọn (c).

153. • $y = \sqrt{1 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \le x \le 1, y \ge 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$



$\Rightarrow y = \sqrt{1 - x^2}$ là nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$.

• $y = 4x^3 - 3x$ với $x \in [-1; 1]$ có đồ thị như hình bên.

Hai đường cắt nhau tại 3 điểm.

$\Rightarrow$ Phương trình $4x^3 - 3x = \sqrt{1 - x^2}$ có 3 nghiệm.

Vậy chọn (b).

154. $\begin{cases} x^2 + y^2 - x - 6y + 8 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 2mx - 1 = 0 & (2) \end{cases}$

Trừ từng vế được $(2m - 1)x - 6y + 9 = 0$ được phương trình trục đẳng phương của (C_1) và (C_2). Dễ thấy trục đẳng phương luôn đi qua $M\left(0; \dfrac{3}{2}\right) \forall m$. Thế $y = \dfrac{(2m-1)x + 9}{6}$ vào (1) được phương trình:

$$(4m^2 - 4m + 37)x^2 - 18(2m + 1)x + 45 = 0$$

$$\Delta' = 8(2m^2 + 7m - 22)$$

$\Rightarrow$ Khi $m < -\dfrac{11}{2}$ hay khi $m > 2$ thì (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm phân biệt.

Khi $m = 2$: (C_1) có tâm $I_1(\dfrac{1}{2};3)$, bán kính $R_1 = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(C_2) có tâm $I_2(2; 0)$, bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.

$I_1I_2 = \dfrac{3\sqrt{5}}{2} = R_1 + R_2$: tiếp xúc ngoài.

(c) là câu sai.

Khi $m = -\dfrac{11}{2}$: (C_2) có tâm $I_2\left(-\dfrac{11}{2}; 0\right), R_2 = \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$

$I_1I_2 = 3\sqrt{5} = R_1 + R_2$: tiếp xúc ngoài.

Vậy chọn (c).

155. Bài toán dẫn đến việc tìm hai điểm cố định của họ (C_m).

$$x^2 + y^2 + 2(2m - 1)x + 2(m - 1)y - 16m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m(2x + y - 8) + x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$$

Tọa độ các điểm cố định là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - 8 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

Thế $y = 8 - 2x$ vào (2) được:

$$x^2 + (8 - 2x)^2 - 2x(8 - 2x) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 34x + 45 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{9}{5} \Rightarrow y = \dfrac{22}{5} \\ x = 5 \Rightarrow y = -2 \end{array}\right.$$

Hai điểm cố định là $A\left(\dfrac{9}{5}; \dfrac{22}{5}\right)$, $B(5; -2)$.

Phương trình đường thẳng AB:

$$\frac{x - 5}{\dfrac{9}{5} - 5} = \frac{y + 2}{\dfrac{22}{5} + 2} \Leftrightarrow \frac{x - 5}{-16} = \frac{y + 2}{32}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 5}{-1} = \frac{y + 2}{2} \Leftrightarrow 2x + y - 8 = 0$$

Vậy chọn (b).

156. $x^2 + y^2 - 2mx - 2(m + 1)y + 2m - 1 = 0\ (C_m)$

$$\Leftrightarrow -2m(x + y - 1) + x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$$

Tọa độ các điểm cố định của (C_m) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Thế $y = 1 - x$ vào (2):

$$x^2 + (1 - x)^2 - 2(1 - x) - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

Hai điểm cố định là A(1; 0), B(−1; 2).

Phương trình đường thẳng AB: $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} \Leftrightarrow x + y - 1 = 0$

Đây cũng là trục đẳng phương cố định cho mọi đường tròn thuộc họ (C_m).

Vậy chọn (c).

157. (C_m): $x^2 + y^2 - 2(m + 1)x - 2(m + 2)y + 6m + 7 = 0$

$\Rightarrow$ (C_m) có tâm I(m + 1; m + 2) và $R_2 = 2m^2 - 2$. ((C_m)) là đường tròn khi $|m| > 1$)

Để (C_m) tiếp xúc trục Oy thì $|m+1| = R$

$$\Rightarrow 2m^2 - 2 = (m + 1)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1\ (\text{loại}) \\ m = 3 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Khi m = 3 thì $(C_3) = x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0$ đây là đường tròn duy nhất của họ (C_m) tiếp xúc với Oy.

Vậy chọn (a).

158. (C): $x^2 + y^2 + 6x - 2y = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 10$

$\Rightarrow$ (C) có tâm I(−3; 1), $R = \sqrt{10}$

Xét một đường thẳng // (d): x + 3y + C = 0. (Δ)

Đường thẳng này tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow$ d(I, (Δ)) = R

$$\Leftrightarrow \frac{|-3+3+C|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow |C| = 10$$

Hai tiếp tuyến cần tìm là: x + 3y + 10 = 0, x + 3y − 10 = 0.

Vậy chọn c.

159. $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25.$

(C) có tâm I(2, −4), bán kính R = 5.

(d_m) là tiếp tuyến của (C) khi khoảng cách từ tâm I đến d_m bằng 5:

$$\frac{|2-4m+4+m|}{\sqrt{1+(m-1)^2}} = 5 \Leftrightarrow |6-3m| = 5\sqrt{m^2-2m+2}$$

$\Leftrightarrow 36 - 36m + 9m^2 = 25m^2 - 50m + 50$

$\Leftrightarrow 16m^2 - 14m + 14 = 0$

$\Leftrightarrow 8m^2 - 7m + 7 = 0$

Phương trình này có Δ < 0 nên (d) là kết luận đúng. Vậy chọn (d).

160. (C): $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 = 9$: (C) có tâm I(2; 0), bán kính R = 3.

(d): $12x + 5y - 1 = 0$. Đường thẳng (Δ) vuông góc với (d) có dạng:

$$5x - 12y + C = 0$$

(Δ) tiếp xúc (C) khi $\dfrac{|2.5 - 12.0 + C|}{\sqrt{25 + 144}} = \dfrac{|10 + C|}{13} = 3$

$\Leftrightarrow |10 + C| = 39 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C = 29 \\ C = -49 \end{array}\right.$

Phương trình (Δ): $5x - 12y + 29 = 0$ hay $5x - 12y - 49 = 0$

Vậy chọn (b).

161. $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 16$

$\Rightarrow$ Tâm I(1; –4), R = 4.

Đường thẳng (Δ) // (d) thì phương trình có dạng $5x + 12y + C = 0$.

(Δ) là tiếp tuyến của (C) khi:

$$\frac{|5.1 + 12(-4) + C|}{13} = 4 \Leftrightarrow |C - 43| = 52$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C = -9 \\ C = 95 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Một tiếp tuyến song song với (d) của (C) là: $5x + 12y - 9 = 0$

Vậy chọn (b).

162. $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 10$

$\Rightarrow$ Tâm I(3; –1), R = $\sqrt{10}$.

(Δ) ⊥ (d) thì phương trình (Δ) có dạng: $x + 3y + C = 0$.

(Δ) là tiếp tuyến của (C) khi:

$$\frac{|3 - 3 + C|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow |C| = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C = 10 \\ C = -10 \end{array}\right.$$

Một trong hai tiếp tuyến cần tìm có phương trình $x + 3y - 10 = 0$

Vậy chọn (c).

163. Dễ thấy điểm M(–1; 0) ∈ (C) nên phương trình tiếp tuyến tại M của C là:

$$-1.x + 0.y - 2(-1 + x) + 4(0 + y) - 5 = 0$$

$\Leftrightarrow -3x + 4y - 3 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 3 = 0$. Vậy chọn (c).

164. Điểm A ∈ (C). Phương trình tiếp tuyến tại A viết theo cách phân đôi tọa độ:

$$2.x + 1.y + (2 + x) + 2(1 + y) - 17 = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 11 = 0$$

Vậy chọn (b).

165. $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$

$\Rightarrow I(3; -1), R = 2.$

Xét đường thẳng (d): $y = k(x - 1) + 3 \Leftrightarrow kx - y + 3 - k = 0$ (*)

(d) tiếp xúc với (C) khi:

$$\frac{|3k + 1 + 3 - k|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 2 \Leftrightarrow |k + 2| = \sqrt{k^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow k^2 + 4k + 4 = k^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 4k = -3 \Leftrightarrow k = -\frac{3}{4}.$$

Thế vào (*): $-\frac{3}{4}x - y + 3 + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 15 = 0$

A(1; 3) ở ngoài (C) nên phải có hai tiếp tuyến ⇒ tiếp tuyến thứ hai là đường thẳng $x = 1$ song song với trục Oy.

Vậy chọn (c).

166. Viết lại (C_2): $(x - 2)^2 + y^2 = 9$: Tâm $I_2(2; 0)$, $R_2 = 3$.

(C_3): $\left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{6}{5}\right)^2 = 9$: Tâm $I_3\left(\frac{8}{5}; -\frac{6}{5}\right)$, $R_3 = 3$.

(C_1): có tâm O(0; 0), $R_1 = 1$.

- (C_1) và (C_2) có: $OI_2 = 2$, $R_2 - R_1 = 2$: Tiếp xúc (trong)
- (C_1) và (C_3) có: $OI_3 = \sqrt{\frac{64 + 36}{25}} = 2$, $R_3 - R_1 = 2$: Tiếp xúc (trong)
- (C_2) và (C_3) có: $I_2I_3 = \sqrt{\left(\frac{8}{5} - 2\right)^2 + \left(-\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$

$R_2 + R_3 = 6$, $R_2 - R_3 = 0$

Các kết quả kiểm tra cho thấy (c) sai, (a), (b), (d) đều đúng.

Vậy chọn (c).

167. (C_1): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$: Tâm $I_1(1; 1)$, $R_1 = 2$.

(C_2): $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y-1)^2 = 1$: Tâm $I_2(4; 1)$, $R_2 = 1$.

Khoảng cách hai tâm $I_1I_2 = 3$, $R_1 + R_2 = 3$: (a) đúng.

- Hai đường tròn (C_1), (C_2) tiếp xúc ngoài nhau: một tiếp tuyến chung trong chính là trục đẳng phương của (C_1) và (C_2). Phương trình trục đẳng phương: $x - 3 = 0$: (b) đúng.

- Thế $x = 3$ vào phương trình của (C_1) hoặc (C_2) đều được $y = 1$: $N(3;1)$ là tiếp điểm $\Rightarrow$ (d) sai.

- Điểm qua đó vẽ được hai tiếp tuyến chung ngoài là điểm chia ngoài đoạn I_1I_2 theo tỉ số $k = \dfrac{R_1}{R_2} = 2$.

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{x_{I_1} - kx_{I_2}}{1-k} = \dfrac{1-2.4}{1-2} = 7 \\[2ex] y = \dfrac{y_{I_1} - ku_{I_2}}{1-k} = \dfrac{1-2.1}{1-2} = 1 \end{array}\right\} \text{M(7; 1) là điểm có hai tiếp tuyến chung}$$

ngoài đi qua.

Chỉ có (d) sai. Vậy chọn (d).

168. (C_1): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$. Tâm $I_1(1; -1)$, $R_1 = 2$.

(C_2): $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$. Tâm $I_2(3; 1)$, $R_2 = 1$.

$$I_1I_2 = \sqrt{(3-1)^2 + (1-(-1))^2} = 2\sqrt{2},\ R_1 + R_2 = 3$$

$\Rightarrow$ (C_1) cắt (C_2) và chỉ có hai tiếp tuyến chung ngoài. (c) đúng.

Vậy chọn (c).

169. (C_1): $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = 4$: Tâm $I_2(6; 3)$, $R_2 = 1$. (C_1) và (C_2) ở ngoài nhau.

Đường thẳng $x - 5 = 0$ tiếp xúc (C_1) tại A (5; 0), (C_2) tại B(5; 3).

Đường thẳng $y = 2$ tiếp xúc (C_1) tại A'(3;2), (C_2) tại B'(6;2).

(Có thể vẽ hình với hệ tọa độ Oxy để thấy nhanh hơn).

Vậy chọn (a).

170. (C_1) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$: Tâm $I_1(2; -1)$, $R_1 = 3$.

(C_2): $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + (y-3)^2 = 4$: Tâm $I_2(5; 3)$, $R_2 = 2$.

Khoảng cách $I_1I_2 = \sqrt{(5-2)^2 + (3+1)^2} = 5$

$$R_1 + R_2 = 5.$$

(C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài nhau. Vậy có ba tiếp tuyến chung. Ta chọn (b).

171. (C): $x^2 + y^2 = 1$ (1)

(C_m): $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4my - 5 = 0$ (2)

Dễ thấy (a) đúng.

Tọa độ tâm I của (C_m): $\begin{cases} x = m+1 \\ y = -2m \end{cases}$

khử m được $2x + y - 2 = 0 \Rightarrow$ (b) đúng.

Trừ từng vế (1) và (2) được: $2(m+1)x - 4my = -4$

Với $m \neq 0$ có $y = \dfrac{(m+1)x+2}{2m}$ thế vào (1) được phương trình bậc 2.

$$(5m^2 + 2m + 1)x^2 + 4(m+1)x + 4 - 4m^2 = 0$$

Phương trình này có $\Delta' = 4m^2(m+1)(5m-3)$

Δ' có thể âm $\Rightarrow$ (c) sai.

Khi $m = -1$, nghiệm duy nhất (kép) của hệ (1) và (2) là (0; 1).

Chỉ có (c) sai. Vậy chọn (c).

172. (C): $x^2 + y^2 = 1$ (1)

(C_m): $x^2 + y^2 - 2(m-1)x - 2my - 3 = 0$ (2)

Trừ từng vế (1) cho (2) được:

$$2(m-1)x + 2my + 2 = 0 \Leftrightarrow (m-1)x + my + 1 = 0$$

Giả sử: $m \neq 0 \Rightarrow y = \dfrac{-(m-1)x-1}{m}$ thế vào (1):

$$x^2 + \left(\frac{-(m-1)-1}{m}\right)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2x^2 + (m^2 - 2m + 1)x^2 + 2(m-1)x + 1 - m^2 = 0$$

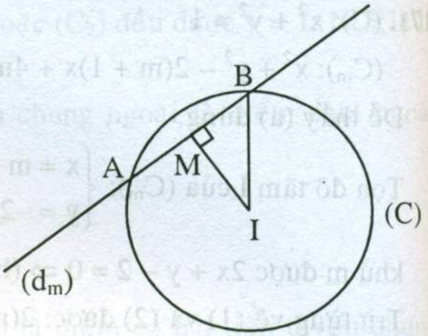
$$\Leftrightarrow (2m^2 - 2m + 1)x^2 + 2(m-1)x + 1 - m^2 = 0$$

Phương trình bậc hai của x này có:

$\Delta' = (m-1)^2 + (m^2-1)(2m^2-2m+1) = 2m^3(m-1)$

- $\Delta' = 0$ khi $m = 1$ (do $m \neq 0$). (C_1): $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ tiếp xúc (C) tại A(0; –1).
- Ngoài ra khi m = 0 (C_0): $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$ cũng tiếp xúc (C) tại B(1; 0) chỉ có (a) đúng. Vậy chọn (a).

173. Giả sử đã có AB = 4 (hình vẽ). Gọi M là trung điểm của AB thì MB = 2, IB = 3 $\Rightarrow$ IM = $\sqrt{5}$: (d_m) phải cách tâm I của (C) một khoảng bằng $\sqrt{5}$.



$$\frac{\left|2.1-1+m^2-3m\right|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

$$\Leftrightarrow \left|m^2-3m+1\right| = 5$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2-3m+1=5 \\ m^2-3m+1=-5 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2-3m-4=0 \\ m^2-3m+6=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \text{ hay } m=4 \\ \text{Vô nghiệm} \end{array}\right.$$

Vậy chọn (a).

174. (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$: Tâm I(–1; 2), R = $\sqrt{5}$.

Xét đường thẳng (Δ): 4x + 3y + C = 0 nếu (Δ) bị (C) cắt theo dây AB = 4.

Gọi M là trung điểm AB thì AM = 2, AI = $\sqrt{5} \Rightarrow$ IM = 1 $\Rightarrow$ Khoảng cách từ điểm I đến (Δ) = 1.

$$\Leftrightarrow \frac{\left|4(-1)+3.2+C\right|}{5} = 1 \Leftrightarrow \left|C+2\right| = 5$$

$$\Leftrightarrow C = 3 \text{ hay } C = -7$$

Hai đường thẳng cần tìm là: 4x + 3y + 3 = 0, 4x + 3y – 7 = 0.

Vậy chọn (b).

175. $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$. Tâm I(2; 1), R = $\sqrt{5}$.

Gọi (d) là đường thẳng y = k(x – 3) – 2 $\Leftrightarrow$ kx – y – 3k – 2 = 0.

(d) là tiếp tuyến của (C) khi khoảng cách từ I đến (d) bằng $\sqrt{5}$.

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2k-1-3k-2\right|}{\sqrt{k^2+1}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left|k+3\right| = \sqrt{5\left(k^2+1\right)}$$

$\Leftrightarrow k^2 + 6k + 9 = 5k^2 + 5 \Leftrightarrow 4k^2 - 6k - 4 = 0$

$\Leftrightarrow 2k^2 - 3k - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 2 \\ k = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Với $k = 2$ có tiếp tuyến $2x - y - 8 = 0$

Với $k = -\dfrac{1}{2}$ có tiếp tuyến $x + 2y + 1 = 0$

Vậy chọn (c).

176. (C): $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$: Tâm I $(-2; 2)$, $R = 3$.

Gọi (d) là đường thẳng $y = kx - 1 \Leftrightarrow kx - y - 1 = 0$

(d) là tiếp tuyến của (C).

$\Leftrightarrow \dfrac{|-2k - 2 - 1|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 3 \quad \Leftrightarrow |2k + 3| = 3\sqrt{k^2 + 1}$

$\Leftrightarrow 4k^2 + 12k + 9 = 9k^2 + 9 \Leftrightarrow 5k^2 - 12k = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0 \\ k = \dfrac{12}{5} \end{array}\right.$

Với $k = 0$ có tiếp tuyến $y + 1 = 0$

Với $k = \dfrac{12}{5}$ có tiếp tuyến $\dfrac{12}{5}x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow 12x - 5y - 5 = 0$.

Vậy chọn (c).

177. $x^2 + y^2 - 4kx - 2y + 4k = 0 \Leftrightarrow (x - 2k)^2 + (y - 1)^2 = (2k - 1)^2$.

- Khi $k = \dfrac{1}{2}$ thì (C_k) không là đường tròn.
- $x^2 + y^2 - 4kx - 2y + 4k = 0 \Leftrightarrow 4k(1 - x) + x^2 + y^2 - 2y = 0$

  $\forall k \neq \dfrac{1}{2}$, (C_k) chỉ qua một điểm cố định A(1; 1)
- Tại A, tiếp tuyến của (C_k) có phương trình:

  $1.x + 1.y - 2k(1 + x) - (y + 1) + 4k = 0$

  $\Leftrightarrow (1 - 2k)x + 2k - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

  Chỉ có (c) đúng. Vậy chọn (c).

178. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$:

$(x_0 - 1)(x - 1) + (y_0 + 3)(y + 3) = 9$

Đây là dạng chung cho hai tiếp tuyến tại T_1, T_2 của (C). Hai tiếp tuyến này đều qua A(2; 1)

$\Leftrightarrow (x_0 - 1)(2 - 1) + (y_0 + 3)(1 + 3) = 9$

$\Leftrightarrow x_0 - 1 + 4y_0 + 12 - 9 = 0$

$\Leftrightarrow x_0 + 4y_0 + 2 = 0$

Tọa độ hai tiếp điểm T_1 và T_2 đều thỏa phương trình này.

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng T_1T_2 là: $x + 4y + 2 = 0$.

Vậy chọn (c).

179. Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0) \in (C)$:

$x_0x + y_0y - 3(x_0 + x) - 2(y_0 + y) + 8 = 0$ (*)

Hai tiếp tuyến tại hai tiếp điểm T_1, T_2 của (C) đều có dạng (*). Hai tiếp tuyến đều qua A(0;6) nên tọa độ các tiếp điểm của T_1, T_2 đều thỏa chung một phương trình:

$x_0.0 + y_0.6 - 3(x_0 + 0) - 2(y_0 + 6) + 8 = 0$

$\Leftrightarrow 6y_0 - 3x_0 - 2y_0 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow -3x_0 + 4y_0 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow 3x_0 - 4y_0 + 4 = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng T_1T_2 là: $3x - 4y + 4 = 0$

Vậy chọn (b).

180. (d_α): $x\cos\alpha + y\sin\alpha - 1 - 2\cos\alpha = 0$. Gọi I(a; b). Khoảng cách từ I đến (d_α):

$$\frac{|a.\cos\alpha + b.\sin\alpha - 1 - 2\cos\alpha|}{\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}} = \left|(a-2).\cos\alpha + b.\sin\alpha - 1\right|$$

Khoảng cách này không phụ thuộc α khi và chỉ khi a = 2 và b = 0.

$\Rightarrow$ Tồn tại điểm I(2; 0) mà khoảng cách từ I đến (d_α) bằng 1, ∀α

$\Leftrightarrow$ Khi α thay đổi, (d_α) luôn tiếp xúc với đường tròn có phương trình:

$(x - 2)^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$

Vậy chọn (d).

181. (d_α): $x\cos\alpha + y\sin\alpha + \cos\alpha - 3\sin\alpha - 2 = 0$. Gọi I(a; b). Khoảng cách từ I đến (d_α):

$$\frac{|a.\cos\alpha + b\sin\alpha + \cos\alpha - 3\sin\alpha - 2|}{\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}} = \left|(a+1).\cos\alpha + (b-3).\sin\alpha - 2\right|$$

Khi a = –1, b = 3 thì khoảng cách này bằng 2, ∀a

⇒ Khi α thay đổi, (d_α) luôn luôn tiếp xúc với đường tròn có tâm I(−1; 3), bán kính R = 2. Đường tròn này có phương trình:

$$(x+1)^2+(y-3)^2=4 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x-6y+6=0$$

Vậy chọn (b).

182. Với vị trí đặc biệt của tam giác OAB, ta thấy ngay phương trình phân giác trong góc vuông O là x − y = 0. Gọi D là chân đường phân giác trong góc B trên cạnh OA thì D(3; 0).

⇒ Phương trình phân giác trong góc B là:

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{6}-1=0 \Leftrightarrow 2x+y-6=0$$

Tâm đường tròn nội tiếp I có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y=0 \\ 2x+y=6 \end{cases} \Rightarrow I(2;2) \Rightarrow R=2$$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là:

$$(x-2)^2+(y-2)^2=4 \Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y+4=0$$

Vậy chọn (a).

ELIP

183. $4x^2+9y^2-36=0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

⇒ (d) sai vì đường chuẩn bên phải là: $x=\dfrac{9}{\sqrt{5}}$

Vậy chọn (d).

184. $25x^2+36y^2=900 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{25}=1$

⇒ $a=6,\ b=5,\ c=\sqrt{11}$.

⇒ (a) sai và (b), (c), (d) đều đúng.

Vậy chọn (a).

185. Đưa về $\dfrac{x^2}{45}+\dfrac{y^2}{9}=1$ $\Rightarrow a=3\sqrt{5}, b=3, c=6$

Từ $\dfrac{x^2}{45}+\dfrac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow \dfrac{y^2}{9}=1-\dfrac{x^2}{45} \Leftrightarrow y^2=\dfrac{9\left(45-x^2\right)}{45}$

$\Leftrightarrow y = \pm\dfrac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{45 - x^2} \Leftrightarrow \sqrt{5}y = \pm\sqrt{45 - x^2} \Rightarrow$ (b) sai. Vậy chọn (b).

186. $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a = 5; b = 4; c = 3$

Đường chuẩn của elip này song song với trục Oy, phương trình là $x = \dfrac{25}{3}$

$\Rightarrow$ (c) sai và (a), (b), (d) đều đúng.

Vậy chọn (c).

187. Phương trình (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

$2a = 16 \Rightarrow a = 8$

$2c = 2\sqrt{15} \Rightarrow c = \sqrt{15}$

$b^2 = a^2 - c^2 = 64 - 15 = 49$

Phương trình (E): $\dfrac{x^2}{64} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.

Vậy chọn (d).

188. $2b = 6 \Rightarrow b = 3$

Phương trình elip (E) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.

$A\left(-1\sqrt{5};2\right) \in (E) \Leftrightarrow \dfrac{20}{a^2} + \dfrac{4}{9} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{20}{a^2} = \dfrac{5}{9} \Leftrightarrow a^2 = 36$

Phương trình (E): $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.

Vậy chọn (c).

189. $2a = 8 \Rightarrow a = 4$

Phương trình (E) có dạng $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Điểm B(2; –2) thuộc (E).

$\Leftrightarrow \dfrac{2^2}{16} + \dfrac{(-2)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{4}{b^2} = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow b^2 = \dfrac{16}{3}$

Phương trình (E) là: $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$. Vậy chọn (d).

190. Phương trình elip (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$$M\left(4;-\sqrt{3}\right)\in(E)\Leftrightarrow\frac{16}{a^2}+\frac{3}{b^2}=1 \quad (1)$$

$$N\left(2\sqrt{2};-3\right)\in(E)\Leftrightarrow\frac{8}{a^2}+\frac{9}{b^2}=1 \quad (2)$$

Coi hệ (1) và (2) như là hệ bậc nhất của hai ẩn $\frac{1}{a^2},\frac{1}{b^2}$, giải theo phương pháp định thức, ta được:

$$\frac{1}{a^2}=\frac{6}{120}=\frac{1}{20};\ \frac{1}{b^2}=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}$$

Phương trình elip (E) là: $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{15}=1$

Vậy chọn (b).

191. Phương trình elip (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

$$M\left(-2\sqrt{3};\frac{3}{2}\right)\in\left(E\right)\Leftrightarrow\frac{12}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1 \quad (1)$$

$$N\left(2;\frac{-3\sqrt{3}}{2}\right)\in\left(E\right)\Leftrightarrow\frac{4}{a^2}+\frac{27}{4b^2}=1 \quad (2)$$

Giải hệ (1), (2) theo ẩn $\frac{1}{a^2},\frac{1}{b^2}$ được: $\frac{1}{a^2}=\frac{1}{16},\frac{1}{b^2}=\frac{1}{9}$

Và ta có elip: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Vậy chọn (c).

192. Hãy tự vẽ hình để kiểm tra: Xét tam giác F_1OB_2 (F_1: tiêu điểm bên trái, B_2: một đỉnh trên trục nhỏ). Tam giác này vuông tại O và có $F_1O = c$, $OB_2 = b$, góc $\widehat{F_1B_2O}=60^0$.

$$\Rightarrow b = c.\ \text{cotg}30^0=\frac{c}{\sqrt{3}}$$

$$a^2=b^2+c^2=\frac{c^2}{3}+c^2=\frac{4c^2}{3}\Rightarrow\frac{c^2}{a^2}=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy chọn (c).

193. Giả thiết cho: $a = 3b \Rightarrow b = \frac{a}{3}$. Quan hệ giữa a, b, c trong elip là:

$$a^2 - b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 - \frac{a^2}{9} = c^2 \Leftrightarrow \frac{8a^2}{9} = c^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy chọn (d).

194. Khoảng cách giữa hai đỉnh kế tiếp bằng $\sqrt{a^2 + b^2}$, tiêu cự bằng 2c.

$1{,}5.2c = 3c$

Từ $\sqrt{a^2 + b^2} = 3c \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 9c^2 \Leftrightarrow a^2 + \left(a^2 - c^2\right) = 9c^2$

$\Leftrightarrow 2a^2 = 10c^2 \Leftrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Vậy chọn (a).

195. Giả thiết cho: $c = 4 \Rightarrow a^2 - b^2 = 16 \Rightarrow b^2 = a^2 - 16$.

Phương trình chính tắc của elip (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$

Điểm $M\left(\sqrt{15}; -1\right) \in (E) \Leftrightarrow \frac{15}{a^2} + \frac{1}{a^2 - 16} = 1$

$\Leftrightarrow 15a^2 - 240 + a^2 = a^4 - 16a^2$

$\Leftrightarrow a^4 - 32a^2 + 240 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 = 20 \Rightarrow b^2 = 4.$

Phương trình elip: $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Vậy chọn (d).

196. Từ $\frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4a^2 = 9c^2 = 9\left(a^2 - b^2\right) \Rightarrow 9b^2 = 5a^2 \Rightarrow b^2 = \frac{5}{9}a^2$

Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\frac{5}{9}a^2} = 1$.

Điểm $N\left(2; -\frac{5}{3}\right) \in (E) \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{\frac{25}{9}}{\frac{5}{9}a^2} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{a^2}+\frac{5}{a^2}=1 \Leftrightarrow a^2=9, b^2=5.$$

Phương trình của elip: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

Vậy chọn (b).

197. Coi tiêu điểm trái F_1 (–c; 0) thì $F_1M = \sqrt{(8+c)^2+144}$.

Đề cho $\sqrt{(8+c)^2+144} = 20 \Leftrightarrow (8+c)^2 = 256 \Leftrightarrow 8+c = 16$, nhận c = 8 $\Rightarrow b^2 = a^2 - 64$.

Phương trình (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-64}=1$

Điểm M(8; 12) ∈ (E) $\Leftrightarrow \frac{64}{a^2}+\frac{144}{a^2-64}=1$

$$\Leftrightarrow 64a^2 - 64^2 + 144a^2 = a^4 - 64a^2$$

$$\Leftrightarrow a^4 - 272a^2 + 4096 = 0$$

Giải ra: $a^2 = 256 \quad \Rightarrow b^2 = 192$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{256}+\frac{y^2}{192}=1$.

Vậy chọn (c).

198. Giả thiết cho: $2c = 4 \Rightarrow c = 2$.

Khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng $\frac{2a^2}{c}=5 \Rightarrow a^2=5 \Rightarrow b^2=1$.

Phương trình (E): $\frac{x^2}{5}+y^2=1$. Vậy chọn (c).

199. Đề cho $\frac{c}{a}=\frac{3}{4}, \frac{a^2}{c}=\frac{16}{3} \Rightarrow c=\frac{3a}{4}$.

$$\frac{a^2}{\frac{3a}{4}}=\frac{16}{3} \Rightarrow a=4, c=3 \Rightarrow b^2=16-9=7$$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{16}=\frac{16}{3} \Rightarrow a=4, c=3 \Rightarrow b^2=16-9=7$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$. Vậy chọn (a).

200. Phương trình (E) có dạng: $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ (a > b > 0).

Tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (1)

Khoảng cách giữa hai đường chuẩn là:

$$\frac{2a^2}{c} = 8\sqrt{2} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = 4\sqrt{2} \quad (2)$$

Nhân từng vế (1) với (2), ta được: $a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$.

$$c = \frac{\sqrt{2}}{2}.a = \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 8 = 8$$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Vậy chọn (a).

201. Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Khoảng cách giữa hai đường chuẩn $\frac{2a^2}{c} = 10 \Rightarrow a^2 = 5c$.

$b^2 = a^2 - c^2 = 5c - c^2$.

$\Rightarrow$ Phương trình (E): $\frac{x^2}{5c} + \frac{y^2}{5c - c^2} = 1$.

Điểm M $\in$ (E) $\Leftrightarrow \frac{5}{5c} + \frac{4}{5c - c^2} = 1$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{c} + \frac{4}{5c - c^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow 5 - c + 4 = 5c - c^2 \; (c \neq 0, c \neq 5)$$

$$\Leftrightarrow c^2 - 6c + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow c = 3 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow a^2 = 15, b^2 = 6$$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{6} = 1$.

Vậy chọn (d).

202. Đề toán cho: $c = \sqrt{3} \Rightarrow c^2 = 3 \Rightarrow b^2 = a^2 - 3$

Phương trình (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-3}=1$

Điểm $M\left(\sqrt{3};\frac{-1}{2}\right)\in(E)\Leftrightarrow\frac{3}{a^2}+\frac{1}{4(a^2-3)}=1$

$$\Leftrightarrow 4a^4-25a^2+36=0$$

Giải ra: $a^2=\frac{9}{4}(\text{loại}),\ a^2=4(\text{nhận})\Rightarrow b^2=1$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

Vậy chọn (c).

203. Từ giả thiết có: $c=\frac{a}{\sqrt{5}}$. Khoảng cách giữa hai đỉnh liên tiếp:

$\sqrt{a^2+b^2}=3\Leftrightarrow a^2+b^2=9$

Mà $b^2=a^2-c^2=a^2-\frac{a^2}{5}=\frac{4}{5}a^2$.

$a^2+\frac{4}{5}a^2=9\Leftrightarrow a^2=5\Rightarrow b^2=4$.

Phương trình (E): $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$.

Vậy chọn (c).

204. Từ giả thiết: $F_1M=\sqrt{(2+2)^2+3^2}=5$

$F_2M=\sqrt{(2-2)^2+3^2}=3$

$F_1M+MF_2=5+3=2a$: (a) đúng.

$c=2\Rightarrow b^2=16-4=12\Rightarrow b=2\sqrt{3}\Rightarrow 2b=4\sqrt{3}$: (b) đúng.

Phương trình hai đường chuẩn: $x=\pm\frac{a^2}{c}=\pm\frac{16}{2}=\pm8$: (c) sai.

(d) đúng do tính chất đối xứng của (E).

Vậy chọn (c).

205. Gọi M(x;y), $AM=\sqrt{(x-4)^2+y^2}$

Khoảng cách từ M đến (d): $|x-16|$

Theo giả thiết thì $AM = \frac{1}{2}\left|x-16\right| \Leftrightarrow AM^2 = \frac{(x-16)^2}{4}$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 = \frac{x^2}{4} - 8x + 64$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2}{4} + y^2 = 48 \Leftrightarrow \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$$

Vậy chọn (b).

206. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng (d): $\left|x-4\right|$

$$MF = \sqrt{(1-x)^2 + y^2}$$

Tính chất của điểm M:

$$\left|x-4\right| = 2\sqrt{(1-x)^2 + y^2} \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 4\left(x^2 - 2x + 1 + y^2\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4y^2 = 12 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$

Vậy chọn (a).

207. Giả thiết cho: $c = \sqrt{3} \Rightarrow c^2 = 3 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - 3$

Phương trình của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 3} = 1$

Vì elip tiếp xúc với đường thẳng x − y − 3 = 0 nên:

$$1^2.a^2 + (-1)^2\left(a^2 - 3\right) = 9 \Leftrightarrow a^2 = 6 \Rightarrow b^2 = 3.$$

Phương trình elip $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$. Vậy chọn c.

208. $c = \sqrt{30} \Rightarrow c^2 = 30 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - 30$.

Phương trình của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 30} = 1$

Vì elip tiếp xúc với đường thẳng x + 6y + 20 = 0 nên

$$1^2 . a^2 + 6^2 (a^2 - 30) = 20^2 \Leftrightarrow 37a^2 = 1480 \Rightarrow a^2 = 40 \Rightarrow b^2 = 10.$$

Phương trình elip: $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$. Vậy chọn (c).

209. Vì điểm M(2; –3) ∈ (E) nên ta dùng ngay công thức phân đôi tọa độ:

$$\frac{2.x}{16}+\frac{(-3).y}{12}-1=0 \Leftrightarrow \frac{x}{8}-\frac{y}{4}-1=0$$

$$\Leftrightarrow 4x-8y-32=0$$

Vậy chọn (b).

210. Viết theo công thức phân đôi:

$$\frac{-3.x}{36}+\frac{5\sqrt{3}y}{2.25}-1=0 \Leftrightarrow \frac{-x}{12}+\frac{\sqrt{3}y}{10}-1=0$$

$$\Leftrightarrow 10x-12\sqrt{3}y+120=0$$

$$\Leftrightarrow 5x-6\sqrt{3}y+60=0$$

Vậy chọn (b).

211. Theo công thức tiếp tuyến phân đôi:

$$\frac{\sqrt{6}.x}{30}-\frac{6y}{45}-1=0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{6}.x}{30}-\frac{2y}{15}-1=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6}x-4y-30=0$$

Vậy chọn (b).

212. Áp dụng công thức phân đôi:

$$\frac{2\sqrt{3}x}{16}+\frac{-3y}{2.9}-1=0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{8}x-\frac{y}{6}-1=0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{3}x-4y-24=0$$

Vậy chọn (b).

213. Áp dụng công thức phương trình phân đôi:

$$\frac{-3x}{25}+\frac{8y}{5.4}-1=0 \Leftrightarrow \frac{-3x}{25}+\frac{2y}{5}-1=0$$

$$\Leftrightarrow 3x-10y+25=0$$

Vậy chọn (d).

214. $5x^2+y^2=5 \Leftrightarrow x^2+\frac{y^2}{5}=1$

Xét đường thẳng (Δ):

$y=k(x+2)-1 \Leftrightarrow kx-y+2k-1=0$

(Δ) tiếp xúc (E) khi $k^2+5=(2k-1)^2$

$$\Leftrightarrow 3k^2 - 4k - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 2 \\ k = -\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$$

Với k = 2 có tiếp tuyến $2x - y + 3 = 0$.

Vậy chọn (c).

215. $9x^2 + 25y^2 = 225 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.

Xét đường thẳng (d): $4x + 5y + C = 0$

(d) là tiếp tuyến của (E) khi: $16.25 + 25.9 = C^2 \Leftrightarrow C = \pm 25$

Với C = 25 có tiếp tuyến $4x + 5y + 25 = 0$.

Vậy chọn (d).

216. Xét một đường thẳng nào đó có hệ số góc bằng $\dfrac{1}{2}$: $x - 2y + C = 0$.

Để nó trở thành tiếp tuyến của (E) thì:

$$1^2.16 + (-2)^2 . 12 = C^2 \Leftrightarrow C^2 = 64 \Leftrightarrow C = \pm 8$$

Với C = 8 ta có một tiếp tuyến $x - 2y + 8 = 0$.

Vậy chọn (d).

217. Đường thẳng (Δ) vuông góc với đường thẳng $2x - 3y + 5 = 0$ phương trình có dạng: $3x + 2y + C = 0$

(Δ) là tiếp tuyến của (E) khi:

$$3^2.32 + 2^2.28 = C^2 \Leftrightarrow C^2 = 400 \Leftrightarrow C = \pm 20$$

Với C = 20 có tiếp tuyến $3x + 2y + 20 = 0$

Vậy chọn (a).

218. Từ $x + 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7 - 2y$ thế vào phương trình (E) được:

$$(7 - 2y)^2 + 4y^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow 8y^2 - 28y + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 7y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = \dfrac{3}{2} \Rightarrow x_1 = 4 \\ y_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 3 \end{array}\right.$$

Hai giao điểm của (d) và (E) là $A\left(4; \dfrac{3}{2}\right)$, $B(3;2)$

$$AB = \sqrt{(4-3)^2 + \left(\frac{3}{2}-2\right)^2} = \sqrt{1+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Vậy chọn (b).

219. Điểm M(4; 3) $\in$ (E) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{18} = 1$

$\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến tại M là:

$$\frac{4x}{32} + \frac{3y}{18} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1$$

$\Rightarrow$ Tiếp tuyến này cắt Ox tại A(8;0), cắt Oy tại B(0;6)

$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2}.8.6 = 24.$

Vậy chọn (d).

220. $\overrightarrow{AB} = (4;2)$ cùng phương với $\vec{a}$ = (2; 1). Đường thẳng song song với AB có vectơ chỉ phương $\vec{a}$ = (2;1) nên phương trình có dạng x – 2y + C = 0, để là tiếp tuyến của (E) thì:

$1^2.16 + (-2)^2.5 = C^2 \Leftrightarrow C = \pm 6$

Chọn C = 6 thì có một tiếp tuyến là x – 2y + 6 = 0.

Vậy chọn (b).

221. Giả sử $T_1(x_1; y_1)$, $T_2(x_2; y_2)$

Phương trình tiếp tuyến tại T_1: $\frac{x_1x}{25} + \frac{y_1y}{16} - 1 = 0$

Tiếp tuyến này qua M $\Leftrightarrow \frac{-x_1}{5} + \frac{y_1}{4} = 1$

Phương trình tiếp tuyến tại T_2: $\frac{x_2x}{25} + \frac{y_2y}{16} - 1 = 0$

Tiếp tuyến này qua M $\Leftrightarrow \frac{-x_2}{5} + \frac{y_2}{4} = 1$

$\Rightarrow$ Cả hai điểm T_1, T_2 cùng có tọa độ thỏa chung một phương trình:

$$-\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 5y + 20 = 0$$

Đây là phương trình đường thẳng nối 2 tiếp điểm T_1, T_2.

Vậy chọn (b).

222. Giả sử $T_1(x_1; y_1)$, $T_2(x_2; y_2)$

Tiếp tuyến tại T_1 có phương trình: $\frac{x_1x}{12} + \frac{y_1y}{4} - 1 = 0$

Tiếp tuyến này qua M $\Leftrightarrow \frac{6x_1}{12} + \frac{4y_1}{4} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1}{2} - y_1 - 1 = 0$

Tiếp tuyến tại T_2 có phương trình $\frac{x_2x}{12} + \frac{y_2y}{4} - 1 = 0$

Tiếp tuyến này qua M $\Leftrightarrow \frac{6x_2}{12} + \frac{4y_2}{4} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x_2}{2} - y_2 - 1 = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng T_1T_2: $x - 2y - 2 = 0$

Khoảng cách từ M đến đường thẳng T_1T_2: $\frac{|6 - 2(-4) - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$

Vậy chọn (d).

223. Giả thiết cho $2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow c^2 = 4 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - 4$.

Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 4} = 1$.

Vì tiếp xúc với đường thẳng $x - 2y - 3 = 0$ nên:

$$1^2.a^2 + (-2)^2.(a^2 - 4) = (-3)^2 \Leftrightarrow 5a^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 5 \Rightarrow b^2 = 1$$

Phương trình elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 4} = 1$.

Vậy chọn (a).

224. Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (E)

(E) tiếp xúc với đường thẳng $\sqrt{3x} - y - 4 = 0 \Leftrightarrow 3a^2 + b^2 = 16$ (1)

(E) tiếp xúc với đường thẳng $x - \sqrt{3}y + 4\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow a^2 + 3b^2 = 32$ (2)

Giải hệ (1), (2) được $a^2 = 2$ và $b^2 = 10$.

Phương trình elip cần tìm: $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{10} = 1$

Vậy chọn (c).

225. Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (E)

(E) tiếp xúc với $3x - 2y + 20 = 0 \Leftrightarrow 9a^2 + 4b^2 = 400$ (1)

(E) tiếp xúc với $x + 6y - 20 = 0 \Leftrightarrow 1a^2 + 36b^2 = 400$ (2)

Giải hệ (1) và (2) được $a^2 = 40$, $b^2 = 10$.

$\Rightarrow$ Phương trình elip: $\dfrac{x^2}{40} + \dfrac{y^2}{10} = 1$

Vậy chọn (d).

226. Elip $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ có $a = 5$, $b = 4$, $c = 3 \Rightarrow e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{3}{5}$.

Nếu điểm $M \in (E)$ thì: $F_1M = 5 + \dfrac{3}{5}x$, $F_2M = 5 - \dfrac{3}{5}x$

Theo đề, ta có: $F_1M = 2F_2M \Leftrightarrow 5 + \dfrac{3}{5}x = 2\left(5 - \dfrac{3}{5}x\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{5}x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{25}{9}$$

Vậy chọn (b).

227. Phương trình (E) được viết $4x^2 + 5y^2 - 20 = 0$

Xét đường thẳng (Δ): $y = k(x - 1) - 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của (E) và (Δ):

$4x^2 + 5[k(x - 1) - 1]^2 - 20 = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 + 5k^2(x - 1)^2 - 10k(x - 1) + 5 - 20 = 0$

$\Leftrightarrow (5k^2 + 4)x^2 - 10k(k + 1)x + 5k^2 + 10k - 15 = 0$

Vì điểm $M(1; -1)$ nằm bên trong (E) nên phương trình này chắc chắn có hai nghiệm phân biệt. Hai nghiệm này là x_A, x_B. Để M là trung điểm của đoạn AB thì: $\dfrac{x_A + x_B}{2} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{5k(k+1)}{5k^2 + 4} = 1$

$\Leftrightarrow 5k^2 + 5k = 5k^2 + 4 \Leftrightarrow k = \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow$ Phương trình (Δ) $y = \dfrac{4}{5}(x - 1) - 1 \Leftrightarrow 4x - 5y - 9 = 0$

Vậy chọn (b).

228. $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$

Xét đường thẳng (d): $y = k(x - 1) + 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (E):

$4x^2 + 9[kx + 1 - k]^2 - 36 = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 + 9\,[k^2x^2 + 2k(1 - k)x + (1 - k)^2] - 36 = 0$

$\Leftrightarrow (9k^2 + 4)x^2 - 18k(k - 1)x + 9(1 - k)^2 - 36 = 0$ (*)

Điểm M(1;1) nằm bên trong (E) nên (d) cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B mà x_A, x_B là 2 nghiệm của (*).

Để M là trung điểm của AB thì:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{9k(k-1)}{9k^2+4} = 1$$

$$\Leftrightarrow 9k^2 - 9k = 9k^2 + 4 \Leftrightarrow k = -\frac{4}{9}$$

Phương trình đường thẳng (d):

$$y = -\frac{4}{9}(x-1)+1 \Leftrightarrow 9y = -4x + 13 \Leftrightarrow 4x + 9y - 13 = 0.$$

Vậy chọn (a).

229. Elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ có a = 4, c = 2, e = $\frac{1}{2}$.

$$F_1M = \frac{3}{4}F_2M \Leftrightarrow 4 + \frac{1}{2}x = \frac{3}{4}(4 - \frac{1}{2}x) \Leftrightarrow 16 + 2x = 12 - \frac{3}{2}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2}x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{8}{7}$$

Tung độ của M được tính bởi:

$$y^2 = \frac{3}{4}\left(16 - x^2\right) = \frac{3}{4}\left(16 - \frac{64}{49}\right) = 12\left(1 - \frac{4}{49}\right) = \frac{12.45}{49}$$

$\Leftrightarrow y = \pm\frac{6}{7}\sqrt{15}$.

Vậy chọn (b).

230. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \Leftrightarrow 12x^2 + 16y^2 - 192 = 0$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4y^2 - 48 = 0 \; (*)$$

Thế x = 2y – 4 vào (*) được $4y^2 - 12\,y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \Rightarrow x = -4 \\ y = 3 \Rightarrow x = 2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ A(2; 3), B(–4; 0).

Vậy chọn (c).

231. Giả sử họ đường thẳng cho trước tiếp xúc với một elip cố định mà phương trình có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Như vậy phải có:

$$\cos^2\varphi.a^2+\sin^2\varphi.b^2=4+\cos^2\varphi,\ \forall\varphi$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\varphi.a^2+\sin^2\varphi.b^2=4\cos^2\varphi+4\sin^2\varphi+\cos^2\varphi$$

$$\Leftrightarrow (a^2-5).\cos^2\varphi+(b^2-4)\sin^2\varphi=0,\ \forall\varphi$$

Hệ thức này thỏa $\forall\varphi \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=5 \\ b^2=4 \end{cases} \Rightarrow$ họ đường thẳng cho trước luôn tiếp xúc với elip $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$.

Vậy chọn (d).

232. Giả sử (Δt) tiếp xúc với elip (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Muốn vậy phải có:

$$(3\cos t)^2.\ a^2+(-4\sin t)^2.b^2=5+\cos 2t=5\cos^2t+5\sin^2t+\cos^2t-\sin^2 t$$

$$\Leftrightarrow 3\cos^2t(a^2-2)+4\sin^2t(4b^2-1)=0,\ \forall t$$

Hệ thức này thỏa $\forall t\in R$ khi và chỉ khi $a^2=2$, $b^2=\frac{1}{4}$.

$\Rightarrow$ (Δt) luôn tiếp xúc với elip (E) cố định có phương trình: $\frac{x^2}{2}+4y^2=1$.

Vậy chọn (a).

233. $F_1M=a+\frac{c}{a}x,\ F_2M=a-\frac{c}{a}x$

$$\Rightarrow F_1M\ .\ F_2M=a^2-\frac{c^2}{a^2}x^2,\ OM^2=x^2+y^2$$

$$F_1M\ .\ F_2M+OM^2=a^2-\frac{c^2}{a^2}x^2+x^2+y^2$$

$$=a^2-\frac{c^2}{a^2}x^2+x^2+\frac{b^2}{a^2}\left(a^2-x^2\right)$$

$$=a^2+x^2\left(1-\frac{c^2}{a^2}\right)+b^2-\frac{b^2x^2}{a^2}$$

$$=a^2+b^2+\frac{\left(a^2-c^2\right)}{a^2}.x^2-\frac{b^2x^2}{a^2}$$

$$= a^2 + b^2 + \frac{b^2x^2}{a^2} - \frac{b^2x^2}{a^2} = a^2 + b^2$$

Vậy chọn (c).

234. Giả sử A là giao điểm của nửa đường thẳng $y = kx$ (xuất phát từ O) với elip thì B là giao điểm của nửa đường thẳng $y = -\frac{1}{k}x$ $(k \neq 0)$ với elip.

Tọa độ A định bởi hệ: $\begin{cases} y = kx \\ \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \dfrac{a^2b^2}{a^2k^2 + b^2} \\ y^2 = \dfrac{k^2.a^2b^2}{a^2k^2 + b^2} \end{cases}$

$$OA^2 = x^2 + y^2 = \frac{a^2b^2\left(1+k^2\right)}{a^2k^2 + b^2} \Rightarrow \frac{1}{OA^2} = \frac{a^2k^2 + b^2}{a^2b^2\left(1+k^2\right)}$$

Thay k bởi $-\frac{1}{k}$ ta được ngay $\dfrac{1}{OB^2} = \dfrac{a^2 + k^2b^2}{a^2b^2\left(1+k^2\right)}$

$$\Rightarrow \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{\left(a^2 + b^2\right)\left(1+k^2\right)}{a^2b^2\left(1+k^2\right)} = \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

(Cả khi $k = 0$ thì $\dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2}$)

Vậy chọn (b).

235. Elip có hai tiêu điểm là $F_1(-1; 0)$, $F_2(1; 0)$. Xét một tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0) \in (E)$: $\dfrac{x_0x}{5} + \dfrac{y_0y}{4} - 1 = 0$ (T)

Khoảng cách từ F_1 đến (T): $\dfrac{\left|-\dfrac{x_0}{5} - 1\right|}{\sqrt{\dfrac{x_0^2}{25} + \dfrac{y_0^2}{16}}}$

Khoảng cách từ F_2 đến (T): $\dfrac{\left|\dfrac{x_0}{5} - 1\right|}{\sqrt{\dfrac{x_0^2}{25} + \dfrac{y_0^2}{16}}}$

Xét tích số:

$$\frac{\left|-\frac{x_0}{5}-1\right|.\left|\frac{x_0}{5}-1\right|}{\frac{x_0^2}{25}+\frac{y_0^2}{16}}=\frac{\left|\frac{x_0^2}{25}-1\right|}{\frac{x_0^2}{25}+\frac{1}{4}\left(1-\frac{x_0^2}{5}\right)}=\frac{\left|\frac{x_0^2}{25}-1\right|}{\frac{x_0^2}{5}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4}}=\frac{\left|\frac{x_0^2}{25}-1\right|}{\frac{1}{4}\left(1-\frac{x_0^2}{25}\right)}=4$$

Vậy chọn (c).

236. $F_1M = a + \frac{c}{a}x;\ F_2M = a - \frac{c}{a}x, OM^2 = x^2 + y^2$

$$\left(F_1M - F_2M\right)^2 = \left(\frac{2c}{a}x\right)^2 = \frac{4c^2}{a^2}x^2$$

$$4\left(OM^2 - b^2\right) = 4\left(x^2 + y^2 - b^2\right) = 4\left(x^2 + \frac{b^2}{a^2}\left(a^2 - x^2\right) - b^2\right)$$

$$= 4\left[x^2 + b^2 - \frac{b^2x^2}{a^2} - b^2\right] = 4\left(\frac{a^2 - b^2}{a^2}\right)x^2 = 4\frac{c^2}{a^2}x^2$$

$\Rightarrow (F_1M - F_2M)^2 = 4(OM^2 - b^2)$ là hệ thức duy nhất đúng.

Vậy chọn (c).

237. Phương trình đường thẳng MN: $\frac{x+a}{2a} = \frac{y-m}{n-m}\quad (n \neq m)$

$\Leftrightarrow (n - m)(x + a) = 2a(y - m)$

$\Leftrightarrow (n - m)x - 2ay + a(m + n) = 0$

Để đường thẳng MN tiếp xúc elip thì điều kiện cần và đủ là:

$(n - m)^2 . a^2 + (-2a)^2 . b^2 = [a(m + n)]^2$

$\Leftrightarrow (n - m)^2 + 4b^2 = (m + n)^2$

$\Leftrightarrow 4m.n = 4b^2 \Leftrightarrow m.n = b^2.$

Vậy chọn (b).

238. Viết lại $2x - y = 4.\frac{x}{2} - 3.\frac{y}{3}$. Áp dụng bất đẳng thức Svacxơ cho 4 số thực là $4, \frac{x}{2}, -3, \frac{y}{3}$. Ta có:

$$-\sqrt{4^2+\left(-3^2\right)}.\sqrt{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}} \leq 2x - y \leq \sqrt{4^2+\left(-3\right)^2}.\sqrt{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}}$$

$\Leftrightarrow -5 \leq 2x - y \leq 5$

$\Leftrightarrow -5 - 2 \le 2x - y - 2 \le 5 - 2 \Leftrightarrow -7 \le 2x - y \le 3$

$\Rightarrow$ Giá trị lớn nhất có thể đạt được của A là 3.

Vậy chọn (a).

239. $2x + 3y = 4.\dfrac{x}{2} + 3.y$. Áp dụng bất đẳng thức Svacxơ cho 4 số thực là 4, 3, $\dfrac{x}{2}$, y. Ta có:

$$-\sqrt{4^2+3^2}.\sqrt{\frac{x^2}{4}+y^2} \le 2x+3y \le \sqrt{4^2+3^2}.\sqrt{\frac{x^2}{4}+y^2}$$

$\Leftrightarrow 5 \le 2x + 3 \le 5$

$\Leftrightarrow -5 + 6 \le 2x + 3y + 6 \le 5 + 6$

$\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất mà P đạt được bằng 1.

Vậy chọn (d).

HYPERBOL

240. $c = \sqrt{13}$. Tâm sai $e = \dfrac{\sqrt{13}}{2}$ (c) sai. Vậy chọn (c).

241. Đưa phương trình về: $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a = 2, b = 4, c = 2\sqrt{5}$

Đường chuẩn $x = \pm\dfrac{4}{2\sqrt{5}} = \pm\dfrac{2}{\sqrt{5}}$: (d) sai.

Vậy chọn (d).

242. Đưa về: $\dfrac{x^2}{5} - \dfrac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{2}, b = 2, c = 3$

Hai tiệm cận: $y = \pm\dfrac{2}{\sqrt{5}}x \Leftrightarrow 2x \pm \sqrt{5}y = 0 \Rightarrow$ (c) sai.

Vậy chọn (c).

243. Đưa về dạng chính tắc $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a = 4, b = 3, c = 5$

Tiệm cận $y = \pm\dfrac{3}{4}x \Leftrightarrow 3x \pm 4y = 0 \Rightarrow$ (c) sai.

Vậy chọn (c).

244. Đưa về $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1 \Rightarrow a=4, b=5, c=\sqrt{41}$

Đường chuẩn $x = \pm\frac{16}{\sqrt{41}}$: (c) là kết luận sai.

Vậy chọn (c).

245. Đưa về dạng chính tắc $\frac{x^2}{169}-\frac{y^2}{64}=1 \Rightarrow a=13, b=8, c=\sqrt{233}$

Hình chữ nhật cơ sở của (H) có đường chéo bằng tiêu cự ⇒ đường kính của đường tròn qua 4 đỉnh của hình chữ nhật cơ sở có độ dài bằng 2c = $2\sqrt{233}$. (d) là kết luận sai.

Vậy chọn (d).

246. Phương trình chính tắc của hyperbol $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. Đề cho 2b = 8

$\Rightarrow b = 4,\ 2c = 10 \Rightarrow c = 5;\ a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 + 16 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 9$

⇒ Phương trình (H): $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

Vậy chọn (b).

247. Đề cho $2c = 12 \Rightarrow c = 6;\ e = \frac{c}{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 4$

$a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow 16 + b^2 = 36 \Leftrightarrow b^2 = 20.$

Phương trình chính tắc của (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$.

Vậy chọn (a).

248. $2c = 20 \Rightarrow c = 10.\ 4x \pm 3y = 0 \Leftrightarrow y = \pm\frac{4}{3}x \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{4}{3} \Rightarrow b=\frac{4}{3}a$

$a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 + \frac{16}{9}a^2 = 100$

$\Rightarrow 25a^2 = 900 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow b^2 = 64.$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{64}=1$.

Vậy chọn (c).

249. Đề cho a + b = 7. Tiệm cận $y = \pm\frac{3}{4}x$ cho biết $\frac{b}{a}=\frac{3}{4} \Rightarrow b=\frac{3}{4}a$

Từ $a + b = 7 \Leftrightarrow a + \frac{3}{4}a = 7 \Leftrightarrow \frac{7a}{4} = 7 \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow b = 3$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Vậy chọn (b).

250. $2c = 2\sqrt{13} \Rightarrow c = \sqrt{13}$.

$$2x - 3y = 0 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \frac{2a}{3}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 + \frac{4a^2}{9} = 13 \Leftrightarrow \frac{13a^2}{9} = 13 \Leftrightarrow a^2 = 9 \Rightarrow b^2 = 4$$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Vậy chọn (a).

251. Phương trình chính tắc của (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Đề cho $\frac{c}{a} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{25}{9} \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{a^2} = \frac{25}{9} \Rightarrow b^2 = \frac{16}{9}a^2$

Phương trình (H) viết lại là: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{9y^2}{16a^2} = 1$

Điểm $M \in (H) \Leftrightarrow \frac{25}{a^2} - \frac{9}{16}\frac{16^2}{9.a^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow b^2 = 16$

$\Rightarrow$ Phương trình của (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

Vậy chọn (b).

252. $e = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = 5 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{a^2} = 5 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 4 \Rightarrow b^2 = 4a^2$. Phương trình (H) sẽ có dạng chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4a^2} = 1$.

Qua $M\left(-\sqrt{10};6\right) \Leftrightarrow \frac{10}{a^2} - \frac{36}{4a^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Rightarrow b^2 = 4$

Phương trình (H): $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$.

Vậy chọn (d).

253. Từ $F_1\left(-\sqrt{5};0\right) \Rightarrow c = \sqrt{5}$

$\Rightarrow c^2 = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5 \Rightarrow b^2 = 5 - a^2\ (a^2 < 5)$

Phương trình chính tắc của (H) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{5-a^2} = 1$

Điểm $A\left(2\sqrt{5};-2\right) \in (H) \Leftrightarrow \dfrac{20}{a^2} - \dfrac{4}{5-a^2} = 1$

$\Rightarrow 100 - 20a^2 - 4a^2 = 5a^2 - a^4$

$\Leftrightarrow a^4 - 29a^2 + 100 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 4$ hoặc $a^2 = 25$. Chọn $a^2 = 4$

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của (H): $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{1} = 1$.

Vậy chọn (a).

254. Từ phương trình của hai tiệm cận $\sqrt{3}x \pm 2y = 0$ có:

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b^2 = \frac{3}{4}a^2$$

Phương trình chính tắc của (H) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{4y^2}{3a^2} = 1$

Điểm $A\left(-2\sqrt{5};\sqrt{3}\right) \in \left(H\right) \Leftrightarrow \dfrac{20}{a^2} - \dfrac{12}{3a^2} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{16}{a^2} = 1$

$\Rightarrow a^2 = 16, b^2 = 12.$

Phương trình (H): $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{12} = 1$.

Vậy chọn (b).

255. Từ phương trình elip $\dfrac{x^2}{75} + \dfrac{y^2}{50} = 1 \Rightarrow$ hyperbol (H) có:

$c^2 = 25 \Rightarrow b^2 = 25 - a^2$ và phương trình (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{25-a^2} = 1$

Điểm $M\left(-4\sqrt{2};-3\right) \in (H) \Leftrightarrow \dfrac{32}{a^2} - \dfrac{9}{25-a^2} = 1$

$\Leftrightarrow 800 - 32a^2 - 9a^2 = 25a^2 - a^4$

$\Leftrightarrow a^4 - 66a^2 + 800 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 = 16$ hay $a^2 = 50$ (loại vì $a^2 < 25$).

$a^2 = 16$ thì $b^2 = 9$. Hyperbol (H) có phương trình: $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$. Vậy chọn (a).

256. Hyperbol (H) viết lại là: $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$, $C_H^2=C_E^2=8+8=16$ mà $C_E^2=a^2-b^2$.

Do đó $a^2+b^2=16$ là hệ thức sai. Còn lại (a), (c), (d) đều đúng.

Vậy chọn (b).

257. Phương trình chính tắc của (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

(H) qua M(6; −1) $\Leftrightarrow \frac{36}{a^2}-\frac{1}{b^2}=1$ (1)

(H) qua $M\left(-8;2\sqrt{2}\right)\Leftrightarrow \frac{64}{a^2}-\frac{8}{b^2}=1$ (2)

Giải hệ (1) và (2) theo ẩn $\frac{1}{a^2}$ và $\frac{1}{b^2}$ được $\frac{1}{a^2}=\frac{1}{32}$, $\frac{1}{b^2}=\frac{1}{8}$

$\Rightarrow$ Phương trình của H: $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{8}=1$

Vậy chọn (c).

258. Do elip có các tiêu điểm trùng với tiêu điểm của (H) nên trong elip này:

$c^2=16$

$c^2=a^2-b^2\Leftrightarrow 16=a^2-b^2\Leftrightarrow b^2=a^2-16(a^2>16)$

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-16}=1$

(E) đi qua A(4; 6) $\Leftrightarrow \frac{16}{a^2}+\frac{36}{a^2-16}=1$

$\Leftrightarrow 16a^2-256+36a^2=a^4-16a^2$

$\Leftrightarrow a^4-68a^2+256=0$

$\Leftrightarrow a^2=64$ hay $a^2=4$ (loại)

$a^2=64\Rightarrow b^2=48$.

Phương trình elip cần tìm là $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{48}=1$

Vậy chọn (d).

259. (H) có c = 10, $\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$

Trong hyperbol (H): $c^2=a^2+b^2\Leftrightarrow 100=a^2+\frac{16a^2}{9}=\frac{25a^2}{9}$

$$\Leftrightarrow a^2 = 36, b^2 = 64$$

(H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$.

Vậy chọn (a).

260. Do hai tiệm cận của (H) vuông góc với nhau nên a = b phương trình chính tắc của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$.

(H) qua $M\left(-\sqrt{5};1\right) \Leftrightarrow \frac{5}{a^2} - \frac{1}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 4; b^2 = 4$.

Phương trình (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Vậy chọn (b).

261. Thấy ngay điểm M cho trong bài thuộc nhánh bên trái của (H). Áp dụng công thức bán kính qua tiêu điểm của (H) ta có:

$$F_1M = -\frac{c}{a}\left(-5\right) - a = \frac{9}{4} \qquad (1)$$

$$F_2M = -\frac{c}{a}\left(-5\right) + a = \frac{41}{4} \qquad (2)$$

Giải hệ (1) và (2) được a = 4, c = 5 $\Rightarrow$ b = 3.

Phương trình chính tắc của (H) là: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

Vậy chọn (a).

262. Đề cho 2b = 8 $\Rightarrow$ b = 4. Hai đường chuẩn $x = -\frac{a^2}{c}, x = \frac{a^2}{c}$ có khoảng cách $\frac{2a^2}{c}; \frac{2a^2}{c} = \frac{20}{3} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{10}{3}$

$$a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 + 16 = c^2 \Rightarrow a^2 = c^2 - 16.$$

Từ $\frac{a^2}{c} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{c^2 - 16}{c} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow 3c^2 - 48 = 10c \Leftrightarrow 3c^2 - 10c - 448 = 0$ chỉ lấy nghiệm c > 0 và c = 6 $\Rightarrow a^2 = 20$.

Vậy phương trình (H) là: $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Vậy chọn (d).

263. Giả thiết cho có thể viết $\frac{b}{a} = tg30^0 \Rightarrow b = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Phương trình chính tắc của hyperbol có dạng:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\frac{a^2}{3}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{3y^2}{a^2} = 1$$

Hyperbol qua M(6; –3) $\Leftrightarrow \frac{36}{a^2} - \frac{3.(-3)^2}{a^2} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow b^2 = 3$$

Phương trình hyperbol $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1.$

Vậy chọn (c).

264. Từ $3x \pm 8 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{8}{3}$

$\Rightarrow$ Nếu (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ thì $\frac{a^2}{c} = \frac{8}{3}$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{8c}{3} \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = c^2 - \frac{8c}{3}$$

Phương trình (H) có thể viết:

$$\frac{x^2}{\frac{8c}{3}} - \frac{y^2}{c^2 - \frac{8c}{3}} = 1 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{8c} - \frac{3y^2}{3c^2 - 8c} = 1$$

(H) qua M(–4; –1) $\Leftrightarrow \frac{3.(-4)^2}{8c} - \frac{3.(-1)^2}{3c^2 - 8c} = 1 \Leftrightarrow \frac{6}{c} - \frac{3}{3c^2 - 8c} = 1$

$\Rightarrow 18c^2 - 48c - 3c = 3c^3 - 8c^2$

$\Rightarrow 18c^2 - 51c = 3c^3 - 8c^2 \Rightarrow 3c^2 - 26c + 51 = 0 \ (c \neq 0)$

Phương trình này cho c = 3 hay $c = \frac{17}{3}$. Chọn $c = 3 \Rightarrow a^2 = 8, b^2 = 1$

Và phương trình (H): $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$.

Vậy chọn (a).

265. Do phương trình hai đường chuẩn là $x = \pm\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{4}{3} \Rightarrow a^2 = \frac{4c}{3}$

$b^2 = c^2 - a^2 = c^2 - \frac{4c}{3}$

Phương trình (H) có dạng $\frac{x^2}{\frac{4c}{3}} - \frac{y^2}{c^2 - \frac{4c}{3}} = 1 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{4c} - \frac{3y^2}{3c^2 - 4c} = 1$

Điểm $M\left(3; -\frac{5}{2}\right) \in (H) \Leftrightarrow \frac{3.3^2}{4c} - \frac{3.25}{4\left(3c^2 - 4c\right)} = 1$

$\Rightarrow \frac{27}{4c} - \frac{75}{4\left(3c^2 - 4c\right)} = 1$

$\Rightarrow 12c^2 - 97c + 183 = 0$ (do $c \neq 0$) $\Rightarrow c = 3$ hay $c = \frac{61}{12}$. Chọn $c = 3$

$a^2 = 4$, $b^2 = 5$. Phương trình (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$.

Vậy chọn (a).

266. Phương trình (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Gọi $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$, $M(-4; 3) \Rightarrow \overrightarrow{F_1M} = (-4 + c; 3)$

$\overrightarrow{F_2M} = (-4 - c; 3)$. Điểm M nhìn F_1F_2 dưới góc vuông nên

$\overrightarrow{F_1M}.\overrightarrow{F_2M} = 0 \Leftrightarrow 16 - c^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$

Vậy $F_1(-5; 0)$, $F_2(5; 0)$.

$F_1M = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$, $F_2M = \sqrt{81 + 9} = 3\sqrt{10}$

Điểm $M \in (H) \Leftrightarrow \left|F_1M - F_2M\right| = 2a$

$\Leftrightarrow \left|\sqrt{10} - 3\sqrt{10}\right| = 2a \Rightarrow a = \sqrt{10} \Rightarrow a^2 = 10$

$b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 10 = 15$

$\Rightarrow$ Phương trình (H): $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{15} = 1$.

Vậy chọn (b).

267. Phương trình (H) đưa về $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. Vì chung tiêu điểm với (H) nên (E) có $c=\sqrt{16+9}=5$. Một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở của (H) có tọa độ (4; 3).

Phương trình (E) có dạng:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-25}=0 \text{ (do trong elip thì } b^2=a^2-c^2\text{).}$$

Điểm (4; 3) ∈ (E):

$$\Leftrightarrow \frac{16}{a^2}+\frac{9}{a^2-25}=1 \Rightarrow 16a^2-400+9a^2=a^4-25a^2$$

$\Leftrightarrow a^4-50a^2+400=0 \Leftrightarrow a^2=40$ hay $a^2=10$.

Chọn $a^2=40$ vì $a^2-25>0 \Rightarrow b^2=15$.

(E) cần tìm có phương trình $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{15}=1$.

Vậy chọn (c).

268. (H) có a = 4, b = 3. Phương trình hai tiệm cận là $y=\pm\sqrt{\frac{a^4b^2+b^4a^2}{\left(bx_0+ay_0\right)}}\,x$

$\Leftrightarrow 3x \pm 4y=0 \Rightarrow$ (c) sai.

Vậy chọn (c).

269. $c^2=a^2+b^2=25+16=41 \Rightarrow c=\sqrt{41}$

Tâm sai $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{41}}{5}$. (b) là câu sai.

Vậy chọn (b).

270. $e=\sqrt{3} \Rightarrow c=a\sqrt{3} \Rightarrow c^2=3a^2=a^2+b^2 \Rightarrow b^2=2a^2$.

Phương trình chính tắc của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{2a^2}=1$

Điểm $M\left(-5;3\sqrt{2}\right)\in\left(H\right) \Leftrightarrow \frac{25}{a^2}-\frac{18}{2a^2}=1$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{a^2}=1 \Rightarrow a^2=16,\ b^2=32.$$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{32}=1$. Vậy chọn (b).

271. Phương trình chính tắc của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

Từ giả thiết có $a^2 - b^2 = 4$.

Từ phương trình hai tiệm cận $\sqrt{3}x \pm 2y = 0$ có $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$

$\Rightarrow b^2 = \frac{3a^2}{4}$

$$a^2 - b^2 = a^2 - \frac{3a^2}{4} = \frac{a^2}{4} = 4 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow b^2 = 12$$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{12}=1$.

Vậy chọn (d).

272. Vì A nhìn F_1F_2 dưới một góc bằng 90^0 nên $c = OA = \sqrt{\frac{9}{5}+\frac{16}{5}} = \sqrt{5}$

$\Rightarrow c^2 = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5 \Rightarrow b^2 = 5 - a^2$

Phương trình chính tắc của (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{5-a^2}=1$

Điểm $A\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{-4}{\sqrt{5}}\right) \in (H) \Rightarrow \frac{9}{5a^2}-\frac{16}{5\left(5-a^2\right)}=1$

$\Rightarrow 45 - 9a^2 - 16a^2 = 25a^2 - 5a^4$

$\Leftrightarrow 5a^4 - 50a^2 + 45 = 0 \Leftrightarrow a^4 - 10a^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 1$ hay $a^2 = 9$

Chọn $a^2 = 1$ vì $a^2 < 5 \Rightarrow b^2 = 4$.

Phương trình (H): $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$.

Vậy chọn (a).

273. Phương trình của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

Điểm $A\left(2\sqrt{5};-\frac{3}{2}\right) \in (H) \Leftrightarrow \frac{20}{a^2}-\frac{9}{4b^2}=1$ (1)

Điểm $B\left(-4\sqrt{2};\, 3\right) \in (H) \Leftrightarrow \frac{32}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1$ (2)

Giải hệ (1) và (2) theo ẩn là $\frac{1}{a^2},\frac{1}{b^2}$ được $\frac{1}{a^2}=\frac{1}{16},\frac{1}{b^2}=\frac{1}{9}$ và phương trình chính tắc của (H) là: $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9} = 1$.

Vậy chọn (a).

274. Giả thiết cho c = 3, $\frac{a^2}{c} = 2 \Rightarrow a^2 = 6; b^2 = c^2 - a^2 = 9 - 6 = 3$

$\Rightarrow$ (H) có phương trình $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3} = 1$.

Vậy chọn (b).

275. Đề bài cho c = 6, $\frac{c}{a} = 3 \Rightarrow a = \frac{c}{3} = 2$, $b^2 = c^2 - a^2 = 36 - 4 = 32$

$\Rightarrow$ Phương trình (H): $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{32}=1$.

Vậy chọn (c).

276. Từ phương trình của hai tiệm cận ta được $\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = 2a$. Phương trình (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4a^2}=1$

Điểm $A\left(-\sqrt{2};2\right)\in(H) \Leftrightarrow \frac{2}{a^2}-\frac{4}{4a^2}=1 \Rightarrow a^2=1$

$\Rightarrow b^2 = 4$

$\Rightarrow$ Phương trình (H): $x^2-\frac{y^2}{4}=1$.

Vậy chọn (c).

277. $\frac{a^2}{c}=\frac{10}{3} \Rightarrow a^2=\frac{10c}{3}, b^2=c^2-a^2=c^2-\frac{10c}{3}$. Phương trình chính tắc của (H) có dạng: $\frac{x^2}{\frac{10c}{3}}-\frac{y^2}{c^2-\frac{10c}{3}}=1 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{10c}-\frac{3y^2}{3c^2-10c}=1$

Điểm $A\left(6;\frac{8}{\sqrt{5}}\right)\in(H) \Leftrightarrow \frac{3.36}{10c}-\frac{3.64}{5\left(3c^2-10c\right)}=1$

$\Rightarrow \dfrac{54}{5c} - \dfrac{192}{5c\left(3c-10\right)} = 1$

$\Leftrightarrow 162c - 540 - 192 = 15c^2 - 50c$ (do $c \neq 0$)

$\Leftrightarrow 15c^2 - 212c + 732 = 0 \Leftrightarrow c = 6$ hay $c = \dfrac{122}{15}$.

Chọn $c = 6$ thì $a^2 = 20$, $b^2 = 16$ và phương trình (H): $\dfrac{x^2}{20} - \dfrac{y^2}{16} = 1$.

Vậy chọn (c).

278. (H) đưa về dạng chính tắc $\dfrac{x^2}{5} - \dfrac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow c^2 = 9$. Những điểm thuộc (H), nhìn F_1, F_2 dưới một góc 90^0 là những giao điểm của đường tròn tâm O, đường kính bằng đoạn F_1F_2 với (H) = 6 ⇒ Tọa độ 4 điểm cần tìm là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases} 4x^2 - 5y^2 = 20 \\ x^2 + y^2 = 36 \end{cases}$ chỉ cần tính $y^2 = \dfrac{124}{9} \Rightarrow y = \pm\dfrac{2}{3}\sqrt{31}$

Vậy chọn (b).

279. Phương trình của (H): $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$

Xét đường thẳng (d): $y = k(x - 5) + 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (H):

$4x^2 - 9[kx - 5k + 1]^2 - 36 = 0$

$\Leftrightarrow (4 - 9k^2)x^2 - 18k(1 - 5k)x - 9(1 - 5k)^2 - 36 = 0$, với $k \neq \pm\dfrac{3}{2}$.

Phương trình này luôn có hai nghiệm phân biệt x_A, x_B và $x_A + x_B = \dfrac{18k\left(1-5\right)}{4-9k^2}$.

Để AB có trung điểm là M(5; 1) thì:

$\dfrac{18k\left(1-5k\right)}{4-9k^2} = 10 \Rightarrow 9k = 20 \Rightarrow k = \dfrac{20}{9}$

với $k = \dfrac{20}{9}$ thì phương trình (d) là:

$y = \dfrac{20}{9}(x - 5) + 1 \Leftrightarrow 20x - 9y - 91 = 0$. Vậy chọn (b).

280. Từ phương trình của (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ có $a^2 = 4, b^2 = 5, c^2 = 9$

$\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$. Gọi $M(x; y) \in (H)$ thì $F_1M = \frac{3}{2}x + 2$; $F_2M = \frac{3}{2}x - 2$. (Do giả thiết, điểm M phải thuộc nhánh bên phải của (H)).

Từ $F_1M = 2F_2M \Leftrightarrow \frac{3}{2}x + 2 = 2\left(\frac{3}{2}x - 2\right) \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow y = \pm\sqrt{15}$

$\Rightarrow M\left(4; \sqrt{15}\right)$ hay $M\left(4; -\sqrt{15}\right)$.

Vậy chọn (b).

281. Khoảng cách $FM = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$. Khoảng cách từ M đến đường thẳng (d) là $\left|x - \frac{9}{4}\right|$. Điều kiện của đề là:

$$FM = \frac{4}{3}HM \Leftrightarrow \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = \frac{4}{3}\left|x - \frac{9}{4}\right|$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 = \frac{16}{9}\left(x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{81}{16}\right)$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 - 72x + 144 + 9y^2 = 16x^2 - 72x + 81$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 9y^2 = 63 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$$

Vậy chọn (c).

282. $\begin{cases} x = \dfrac{5}{\cos t} \\ y = 6\tan t \end{cases} \left(t \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{5} = \dfrac{1}{\cos t} \\ \dfrac{y}{6} = \tan t \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2}{25} = \dfrac{1}{\cos^2 t} \\ \dfrac{y^2}{36} = \tan^2 t \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = \frac{1}{\cos^2 t} - \tan^2 t = 1$. Vậy chọn (b).

283. M(x; y) thì $\begin{cases} x = \dfrac{4}{\cos t} \\ y = 3\tan t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{4} = \dfrac{1}{\cos t} \\ \dfrac{y}{3} = \tan t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2}{16} = \dfrac{1}{\cos^2 t} \\ \dfrac{y^2}{9} = \tan^2 t \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ (H) có $a^2 = 16, b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = 26$

Đường chuẩn là $x = \pm\dfrac{a^2}{c} = \pm\dfrac{16}{5}$. Vậy chọn (a).

284. Viết lại phương trình (H): $x^2 - \dfrac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 1; b^2 = 4.$

Đường thẳng song song với (Δ) có dạng $4x - \sqrt{3}\,y + C = 0$ tiếp xúc với (H) khi:

$$4^2.1 - \left(\sqrt{3}\right)^2.4 = C^2 \Leftrightarrow C^2 = 4 \Leftrightarrow C = \pm 2$$

Hai đường thẳng là tiếp tuyến của (H): $4x - \sqrt{3}\,y \pm 2 = 0$.

Vậy chọn (c).

285. Xét đường thẳng vuông góc với (d), dạng $5x + 2y + C = 0$. Đường thẳng này trở thành tiếp tuyến của (H) thì:

$$5^2.4 - 2^2\ .\ 9 = C^2 \Leftrightarrow C = \pm 8$$

Hai tiếp tuyến đó là $5x + 2y \pm 8 = 0$.

Vậy chọn (c).

286. Dạng của đường tiếp tuyến cần tìm: $5x - 4y + C = 0$. Là tiếp tuyến của (H) khi và chỉ khi $5^2.16 - (-4)^2\ .\ 9 = C^2 \Leftrightarrow C^2 = 16 \Leftrightarrow C = \pm 16$

Trả lời (c) đúng. Vì thế chọn (c).

287. Thế $y = \dfrac{1-2x}{3}$ vào phương trình $x^2 - 3y^2 - 1 = 0$ được:

$$x^2 - 3\left(\frac{1-2x}{3}\right)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{4x^2-4x+1}{3} - 1 = 0$$

$\Leftrightarrow -(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow M(2; -1).$

Vậy chọn (b).

288. Xét đường thẳng (Δ) có hệ số góc $k = \dfrac{2}{\sqrt{3}} : 2x - \sqrt{3}y + c = 0$

(Δ) tiếp xúc (H) khi và chỉ khi $2^2.12 - \left(-\sqrt{3}\right)^2.4 = c^2 \Leftrightarrow c^2 = 36 \Leftrightarrow c = \pm 6$

$\Rightarrow$ Một trong hai tiếp tuyến thỏa yêu cầu là $2x - \sqrt{3}\,y - 6 = 0$.

Vậy chọn (c).

289. Xét đường thẳng: $3x - 4y + c = 0$. Đường thẳng này tiếp xúc hyperbol (H) khi $3^2.20 - (-4)^2.5 = c^2 \Leftrightarrow c^2 = 100 \Leftrightarrow c = \pm 10$

Vì thế chọn (c).

290. Viết lại phương trình (H): $\dfrac{x^2}{\frac{4}{5}} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ để biết $a^2 = \dfrac{4}{5}$, $b^2 = 4$.

Đường thẳng (d) có hệ số góc 2,5 có dạng: $5x - 2y + c = 0$.

(d) là tiếp tuyến của (H) khi và chỉ khi:

$$5^2.\frac{4}{5} - (-2)^2 . 4 = c^2 \Leftrightarrow c^2 = 4 \Leftrightarrow c = \pm 2.$$

Phương trình hai tiếp tuyến của (H) có hệ số góc bằng 2,5 là:

$$5x - 2y \pm 2 = 0.$$

Vậy chọn (b).

291. Hãy xem đường thẳng (Δ): $3x + 5y + c = 0$. (Δ) tiếp xúc với (H) khi và chỉ khi: $3^2.4 - 25.5 = c^2 \Leftrightarrow c^2 = -89$. vô lý $\Rightarrow$ a, b, c đều sai.

Vì thế ta chọn (d).

292. Các đường thẳng vuông góc với đường thẳng $2x + 3y - 4 = 0$ có dạng $3x - 2y + c = 0$. Đường thẳng này chỉ trở thành tiếp tuyến khi:

$$3^2.16 - (-2)^2 . 20 = c^2 \Leftrightarrow c^2 = 64 \Leftrightarrow c = \pm 8$$

Vậy hai đường thẳng thỏa yêu cầu là $3x - 2y \pm 8 = 0$.

Vì thế ta chọn (c).

293. Áp dụng công thức phân đôi:

$$\frac{2\sqrt{3}x}{9} + \frac{4y}{\sqrt{3}.16} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3\sqrt{3}} + \frac{y}{4\sqrt{3}} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x + 3y - 12\sqrt{3} = 0$$

Vì thế ta chọn (c).

294. Áp dụng công thức tọa độ phân đôi:

$$\frac{-5x}{20} - \frac{2y}{16} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 8x + 4y + 32 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 8 = 0.$$

Vì thế chọn (d).

295. Áp dụng công thức phân đôi tọa độ:

$$\frac{\sqrt{5}x}{4}-\left(\frac{-1}{2}\right)y-1=0\Leftrightarrow\sqrt{5}x+2y-4=0$$

Vậy chọn (a).

296. Áp dụng công thức phân đôi:

$$4.(-2)x-2\sqrt{3}y-4=0\Leftrightarrow 4x+\sqrt{3}y+2=0.$$

Vậy chọn (d).

297. Xét đường thẳng có dạng $x + y + c = 0$. Để đường thẳng này là tiếp tuyến của (H) thì $1^2.16 - 1^2.12 = c^2 \Leftrightarrow c^2 = 4 \Leftrightarrow c = \pm 2$

Hai tiếp tuyến cần tìm là $x + y \pm 2 = 0$.

Vì thế chọn (a).

298. (H): $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$ có một đỉnh là $A(2; 0) \Rightarrow$ đường thẳng $x = 2$ là tiếp tuyến tại đỉnh A và tất nhiên đường thẳng này đi qua điểm $M(2; 3)$.

Xét đường thẳng $y = k(x - 2) + 3 \Leftrightarrow kx - y + 3 - 2k = 0$ (*)

Đường thẳng này tiếp xúc (H) khi và chỉ khi:

$$k^2.4-(-1)^2.2=(3-2k)^2$$

$$\Leftrightarrow\ 4k^2-2=4k^2-12k+9=0\Leftrightarrow k=\frac{11}{12}$$

Thế vào (*) được:

$$\frac{11}{12}x-y+3-2.\frac{11}{12}=0\Leftrightarrow 11x-12y+14=0$$

Vậy chọn (b).

299. (H): $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$. Xem đường thẳng (d):

$$y=k(x-3)-2\ \Leftrightarrow kx-y-(3k+2)=0$$

(d) là tiếp tuyến của (H) $\Leftrightarrow 5k^2 - (-1)^2.4 = (3k + 2)^2$

$\Leftrightarrow 5k^2 - 4 = 9k^2 + 12k + 4$

$\Leftrightarrow 4k^2 + 12k + 8 = 0 \Leftrightarrow k^2 + 3k + 2 = 0$

$\Leftrightarrow k = -1$ hay $k = -2$

- $k = -1$ có tiếp tuyến $-x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow x + y - 1 = 0$ (II)

- $k = -2$ có tiếp tuyến $-2x - y + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ (III)

$\Rightarrow$ (c) là câu trả lời đúng. Vì thế chọn (c).

300. (H) có một đỉnh bên phải là $A_1(1; 0)$. Tiếp tuyến của (H) tại đỉnh A_1 là đường thẳng $x = 1$. Hiển nhiên đường thẳng này qua $A(1; 4)$.

Bây giờ ta xem đường thẳng (d):

$$y = k(x - 1) + 4 \Leftrightarrow kx - y + 4 - k = 0 \quad (*)$$

(d) tiếp xúc (H) $\Leftrightarrow k^2 - (-1)^2.4 = (4 - k)^2$

$$\Leftrightarrow k^2 - 4 = 16 - 8k + k^2 \Leftrightarrow k = \frac{5}{2}$$

Thế vào (*) được tiếp tuyến:

$$\frac{5}{2}x - y + 4 - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y + 3 = 0$$

Vì thế ta chọn (a).

301. Gọi $M(x_0; y_0) \in (H)$. Tiếp tuyến tại M của (H) có phương trình:

$$\frac{x_0x}{4} - \frac{y_0y}{2} - 1 = 0$$

Tiếp tuyến này có hệ số góc $k = \dfrac{\frac{x_0}{4}}{\frac{y_0}{2}} = \dfrac{x_0}{2y_0}$. Để tiếp tuyến tạo với trục hoành góc 45^0 thì $\dfrac{x_0}{2y_0} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = \pm 2y_0$

Do $M \in (H)$ nên $2x_0^2 - 4y_0^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\pm 2y_0\right)^2 - 4y_0^2 = 8 \Leftrightarrow 4y_0^2 = 8$

$\Leftrightarrow y_0^2 = 2 \Leftrightarrow y_0 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x_0 = \pm 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ Một trong các điểm cần tìm là $M\left(2\sqrt{2}; \sqrt{2}\right)$. Vì thế ta chọn (d).

302. Gọi $M(x_0; y_0) \in (H)$. Phương trình tiếp tuyến tại M của (H) là:

$$\frac{x_0x}{4} - \frac{y_0y}{3} - 1 = 0$$

Tiếp tuyến này có hệ số góc $k = \dfrac{\frac{x_0}{4}}{\frac{y_0}{3}} = \dfrac{3x_0}{4y_0}$

Để tiếp tuyến tạo với trục hoành góc 60^0 thì $\frac{3x_0}{4y_0} = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x_0 = \pm\frac{4y_0}{\sqrt{3}}$.

Điểm M ∈ (H) nên: $3x_0^2 - 4y_0^2 = 12 \Leftrightarrow 3\left(\pm\frac{4y_0}{\sqrt{3}}\right)^2 - 4y_0^2 = 12$

$$\Leftrightarrow 12y_0^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow y_0^2 = 1 \Leftrightarrow y_0 = \pm 1$$

$\Rightarrow x = \pm\frac{4}{\sqrt{3}}$. Một trong 4 điểm cần tìm là $M(\frac{-4}{\sqrt{3}}; +1)$.

Vậy chọn (a).

303. (H): $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$. Xét đường thẳng (d):

$y = k(x + 1) + 1 \Leftrightarrow kx - y + k + 1 = 0$

Để (d) là tiếp tuyến của (H) thì $2k^2 - 4 = (k + 1)^2$

$\Leftrightarrow k^2 - 2k - 5 = 0$. Phương trình này chứng tỏ từ A có hai tiếp tuyến kẻ đến (H) và nếu các hệ số góc của hai tiếp tuyến đó là k_1, k_2 thì $k_1.k_2 = -5$

⇒ (a), (b), (c) đều sai ⇒ (d) đúng.

Vì thế chọn (d).

304. Xét điểm M(m; 0) và đường thẳng (d): $y = k(x - m) \Leftrightarrow kx - y - mk = 0$

(d) tiếp xúc (H) khi và chỉ khi $4k^2 - 2 = m^2k^2 \Leftrightarrow (4 - m)^2k^2 = 2$

$\Rightarrow k^2 = \frac{2}{4 - m^2} \Rightarrow k_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4 - m^2}}, k_2 - \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{4 - m^2}}$ (trong các điều kiện của m để tồn tại k)

Để hai tiếp tuyến vuông góc nhau thì $k_1.k_2 = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4 - m^2}} \cdot \frac{\left(-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{4 - m^2}} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{4 - m^2} = 1 \Rightarrow 4 - m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm\sqrt{2}$$

⇒ Một trong hai điểm cần tìm là $M\left(\sqrt{2}; 0\right)$.

Vì thế chọn (c).

305. (H): $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$. Xét điểm M(0; m) và đường thẳng (Δ):

$y = kx + m \Leftrightarrow kx - y + m = 0$

(Δ) tiếp xúc (H) khi và chỉ khi $5k^2 - 4 = m^2$

$\Leftrightarrow k^2 = \dfrac{m^2+4}{5} \Leftrightarrow k_1 = \dfrac{\sqrt{m^2+4}}{\sqrt{5}}; k_2 = \dfrac{-\sqrt{m^2+4}}{\sqrt{5}}$

Để có hai tiếp tuyến vuông góc nhau thì

$$k_1.k_2 = -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{m^2+4}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{-\sqrt{m^2+4}}{\sqrt{5}} = -1$$

$\Leftrightarrow m^2 + 4 = 5 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$

$\Rightarrow$ Một trong hai điểm cần tìm là M(0; 1).

Vì thế chọn (a).

306. $x_0 = 6 \Rightarrow y_0 = \dfrac{3x_0 - 10}{4} = 2 \Rightarrow$ tiếp điểm là M(6; 2). Phương trình (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

$M(6; 2) \in (H) \Leftrightarrow \dfrac{36}{a^2} - \dfrac{4}{b^2} = 1 \quad (1)$

Ngoài ra đường thẳng $3x - 4y - 10 = 0$ tiếp xúc (H)

$\Leftrightarrow 9a^2 - 16b^2 = 100 \quad (2)$

Thế $b^2 = \dfrac{9a^2 - 100}{16}$ vào (1) được: $\dfrac{36}{a^2} - \dfrac{64}{9a^2 - 100} = 1$.

Giải phương trình này được $a^2 = 20 \Rightarrow b^2 = 5$.

Phương trình (H): $\dfrac{x^2}{20} - \dfrac{y^2}{5} = 1$.

Vậy chọn (d).

307. Phương trình (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Từ phương trình hai tiệm cận:

$$x \pm 2y = 0 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{a}{2}$$

$\Rightarrow$ Phương trình (H) viết lại $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{\frac{a^2}{4}} = 1$

(H) tiếp xúc với đường thẳng :

$$5x - 6y - 8 = 0 \Leftrightarrow 25a^2 - \left(-6\right)^2 \frac{a^2}{4} = 8^2$$

$$\Leftrightarrow 25a^2 - 36\frac{a^2}{4} = 64 \Leftrightarrow a^2 = 4 \text{ từ đó } b^2 = 1.$$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$.

Vì thế chọn (c).

308. Phương trình chính tắc của (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

(H) tiếp xúc với đường thẳng $5x - 6y - 16 = 0 \Leftrightarrow 25a^2 - 36b^2 = 256$ (1)

(H) tiếp xúc với đường thẳng $13x - 10y - 48 = 0 \Leftrightarrow 169a^2 - 100b^2 = 2304$ (2)

Giải hệ (1) và (2) được $a^2 = 16$, $b^2 = 4$.

Phương trình (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Vì thế chọn (d).

309. Phương trình chính tắc của (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Điểm $M\left(\sqrt{6};-3\right) \in (H) \Leftrightarrow \frac{6}{a^2} - \frac{9}{b^2} = 1$ (1)

(H) tiếp xúc với đường thẳng $9x + 2y - 15 = 0 \Leftrightarrow 81a^2 - 4b^2 = 225$

Thế $b^2 = \frac{81a^2 - 225}{4}$ vào (1) được $\frac{6}{a^2} - \frac{36}{81a^2 - 225} = 1$.

Giải phương trình này được $a^2 = 5$ hay $a^2 = \frac{10}{3}$

$$a^2 = 5 \Rightarrow b^2 = 45$$

$$a^2 = \frac{10}{3} \Rightarrow b^2 = \frac{45}{4}$$

có hai hyperbol thỏa yêu cầu: (H_1): $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{45} = 1$; $(H_2): \frac{3x^2}{10} - \frac{4y^2}{45} = 1$

I, IV là cặp số đúng. Vì thế chọn (c).

310. Gọi (d) là đường thẳng có phương trình:

$$y = k(x - 4) + 1 \Leftrightarrow kx - y + 1 - 4k = 0$$

(d) là tiếp tuyến của (H) khi và chỉ khi:

$$16k^2 - (-1)^2.25 = (1 - 4k)^2 \Leftrightarrow 16k^2 - 25 = 16k^2 - 8k + 1 \Leftrightarrow k = \frac{13}{4}$$

- Có một tiếp tuyến thấy ngay là đường thẳng $x = 4$ (qua đỉnh (4; 0) và qua A(4; 1)).

- Với $k = \dfrac{13}{4}$ có tiếp tuyến $\dfrac{13}{4}x - y + 1 - 13 = 0 \Leftrightarrow 13x - 4y - 48 = 0$

Đó là cặp đáp số I, IV. Vì thế chọn (d).

311. (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{a} = (2; 1)$. Xem đường thẳng (Δ): $ax - y + b = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{b} = (a; -1)$.

Để (Δ) hợp với (d) góc 45^0 thì $\left|\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right|$

$$\Leftrightarrow \frac{|2a-1|}{\sqrt{5}.\sqrt{a^2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 4a^2 - 4a + 1 = \frac{5}{2}\left(a^2+1\right)$$

$$\Leftrightarrow 8a^2 - 8a + 2 = 5a^2 + 5 \Leftrightarrow 3a^2 - 8a - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{3} \text{ hay } a = 3$$

- Với $a = -\dfrac{1}{3}$, có dạng $-\dfrac{1}{3}x - y + b = 0$ tiếp xúc H nên:

$$\frac{1}{9}.9 - \left(-1\right)^2.7 = c^2 \text{ vô nghiệm.}$$

- Với a = 3 (Δ) có dạng $3x - y + b = 0$ tiếp xúc (H) nên:

$$9.9 - (-1)^2.7 = c^2 \Leftrightarrow c^2 = 64 \Leftrightarrow c = \pm 8$$

Hai tiếp tuyến thỏa điều kiện là: $3x - y + 8 = 0$, $3x - y - 8 = 0$.

Vì thế chọn (d).

312. Giả sử phương trình của (H): $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

$$M\left(-4;3\right) \in (H) \Leftrightarrow \frac{16}{a^2} - \frac{9}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = \frac{9a^2}{16-a^2}.$$

Và phương trình (H) viết lại là $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{\dfrac{9a^2}{16-a^2}} = 1$

Đường thẳng 3x − 2y + 6 tiếp xúc (H)

$$\Leftrightarrow 3^2.a^2-\left(-2\right)^2\frac{9a^2}{16-a^2}=36\Leftrightarrow 9a^2-\frac{36a^2}{16-a^2}=36$$

$$\Leftrightarrow a^2-\frac{4a^2}{16-a^2}=4\Rightarrow 16a^2-a^4-4a^2=64-4a^2$$

$$\Leftrightarrow a^4-16a^2+64=0\Leftrightarrow\left(a^2-8\right)^2=0\Leftrightarrow a^2=8$$

Từ đó: $b^2 = 9$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{9}=1$. Vì thế chọn (b).

313. (d): $2x - y - 10 = 0$, (H): $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$

Thế $x=\frac{y+10}{2}$ vào phương trình của (H) : $\left(\frac{y+10}{2}\right)^2-4y^2-20=0$

$$\Leftrightarrow y^2+20y+100-16y^2-80=0\Leftrightarrow -15y^2+20y+20=0$$

$$\Leftrightarrow 3y^2-4y-4=0\Leftrightarrow y=2$$

hay $y=-\frac{2}{3}\Rightarrow x=6$ hay $x=\frac{14}{3}$

Hai giao điểm A(6; 2); B$\left(\frac{14}{3};-\frac{2}{3}\right)$ và

$$AB=\sqrt{\left(\frac{14}{3}-6\right)^2+\left(-\frac{2}{3}-2\right)^2}=\sqrt{\frac{16}{9}+\frac{64}{9}}=\sqrt{\frac{80}{9}}=\frac{4}{3}\sqrt{5}$$

Vì thế chọn (b).

314. Gọi (Δ) là một tiếp tuyến song song với (d) của (H). Tiếp điểm của (Δ) và (H) là điểm mà khoảng cách đến (d) là ngắn nhất.

(H): $y=\sqrt{x^2-9}$ với $x \geq 3$ là một nửa nhánh bên phải của hyperbol $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{9}=1$, phần nằm phía trên Ox (*)

Xét đường thẳng $5x - 4y + C = 0$. Đường thẳng này là tiếp tuyến của (H) khi $5^2.9-(-4)^2.9=C^2\Leftrightarrow C^2=81\Leftrightarrow C=\pm 9$.

Do (*), chỉ nhận $C = -9$

(Δ): $5x - 4y - 9 = 0 \Rightarrow y = \dfrac{5x-9}{4}$ thế vào phương trình $x^2 - y^2 = 9$

$$x^2 - \left(\frac{5x-9}{4}\right)^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{25x^2 - 90x + 81}{16} - 9 = 0$$

$\Leftrightarrow \ 9(x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow y = 4.$

Điểm cần tìm là M(5; 4). Vì thế chọn (a).

315. Từ phương trình $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ có a = 4, b = 3, c = 5

$$F_1M = \frac{5}{4}x_0 + 4 \left(\text{hoặc } F_1M = -\frac{5}{4}x_0 - 4\right)$$

$$F_2M = \frac{5}{4}x_0 - 4 \left(\text{hoặc } F_1M = -\frac{5}{4}x_0 + 4\right)$$

$$\Rightarrow F_1M.F_2M = \frac{25}{16}x_0^2 - 16$$

$$OM^2 = x_0^2 + y_0^2 = x_0^2 + \frac{9x_0^2}{16} - 9 = \frac{25x_0^2}{16} - 9$$

$$\Rightarrow OM^2 - F_1M.F_2M = -9 + 16 = 7$$

Vì thế chọn (c).

316. Phương trình (H): $\dfrac{x^2}{20} - \dfrac{y^2}{16} = 1$

$\Rightarrow a^2 = 20, b^2 = 16, c^2 = 36 \Rightarrow F_1(-6; 0), F_2(6; 0).$

Nếu $M(x_0; y_0) \in (H)$ thì:

$$\frac{y_0^2}{16} = \frac{x_0^2}{20} - 1 \Rightarrow \frac{y_0^2}{16^2} = \left(\frac{x_0^2}{20} - 1\right).\frac{1}{16} = \frac{x_0^2}{20.16} - \frac{1}{16}$$

Phương trình tiếp tuyến tại M: $\dfrac{x_0x}{20} - \dfrac{y_0y}{16} - 1 = 0$ (T)

Khoảng cách từ $F_1(-6; 0)$ đến (T): $|t_1| = \dfrac{\left|-\dfrac{6x_0}{20} - 1\right|}{\sqrt{\dfrac{x_0^2}{20^2} + \dfrac{y_0^2}{16^2}}}$

Khoảng cách từ $F_2(6;\,0)$ đến (T): $\left|t_2\right| = \dfrac{\left|\dfrac{6x_0}{20}-1\right|}{\sqrt{\dfrac{x_0^2}{20^2}+\dfrac{y_0^2}{16^2}}}$

$$\left|t_1\right|.\left|t_2\right| = \frac{\left|\dfrac{36x_0^2}{20^2}-1\right|}{\dfrac{x_0^2}{20^2}+\dfrac{y_0^2}{16^2}} = \frac{\dfrac{36x_0^2-20^2}{20^2}}{\dfrac{x_0^2}{20^2}+\dfrac{x_0^2}{20.16}-\dfrac{1}{6}} = \frac{\dfrac{36x_0^2-20^2}{20^2}}{\dfrac{36x_0^2-20^2}{20^2.16}} = 16$$

$\left(\text{vì } x_0^2 \geq 20 \text{ nên } 36x_0^2 > 20^2 \text{ và } \left|36x_0^2-20^2\right| = 36x_0^2-20^2\right)$

Vì thế chọn (b).

317. Giả sử (d_t) luôn tiếp xúc với hyperbol (H): $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$

Theo điều kiện tiếp xúc thì:

$$a^2\cos^2 t - b^2\sin^2 t = 4\cos^2 t - 1 = 3\cos^2 t - \sin^2 t,\ \forall t$$

$$\Leftrightarrow (a^2-3)\cos^2 t - (b^2-1)\sin^2 t = 0,\ \forall t$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(a^2-3\right)=0\\ \left(b^2-1\right)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2=3\\ b^2=1\end{cases}$$

$\Rightarrow (d_t)$ luôn tiếp xúc với hyperbol (H) $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$.

Vì thế chọn (c).

318. Giả sử (H) có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$. (H) tiếp xúc với $(\Delta\varphi)$ khi và chỉ khi:

$$a^2.\cos^2\varphi - b^2\sin^2\varphi = 4\cos 2\varphi + 1 = 4\cos^2\varphi - 4\sin^2\varphi + \cos^2\varphi + \sin^2\varphi$$

$$= 5\cos^2\varphi - 3\sin^2\varphi$$

$$\Leftrightarrow (a^2-5)\cos^2\varphi - (b^2-3)\sin^2\varphi = 0 \quad \forall\varphi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a^2-5=0\\ b^2-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2=5\\ b^2=3\end{cases}$$

$\Rightarrow \left(\Delta\varphi\right)$ luôn tiếp xúc với hyperbol (H): $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{3}=1$.

Vì thế chọn (c).

319. Điểm $M(x_0; y_0) \in (H) \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2x_0^2 - a^2y_0^2 = a^2b^2$

Hai tiệm cận (d_1): $bx - ay = 0$, (d_2): $bx + ay = 0$.

Khoảng cách từ M đến (d_1): $\left|t_1\right| = \dfrac{\left|b_0 - ay_0\right|}{\sqrt{b^2 + a^2}}$

Khoảng cách từ M đến (d_2): $\left|t_2\right| = \dfrac{\left|bx_0 + ay_0\right|}{\sqrt{b^2 + a^2}}$.

$$\left|t_1\right|.\left|t_2\right| = \frac{\left|b^2x_0^2 - a^2y_0^2\right|}{a^2 + b^2} = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}.$$

Vì thế chọn (d).

320. (H): $x^2 - \dfrac{y^2}{4} = -1$. $M\left(x_0; y_0\right) \in \left(H\right) \Leftrightarrow x_0^2 - \dfrac{y_0^2}{4} = -1$ (*)

Phương trình tiếp tuyến tại M của (H): $x_0x - \dfrac{y_0y}{4} + 1 = 0$

Tiếp tuyến này có hệ số góc $k = \dfrac{-x_0}{-\dfrac{y_0}{4}} = \dfrac{4x_0}{y_0}$

Do tiếp tuyến tạo với trục Ox góc 60^0 nên: $\dfrac{4x_0}{y_0} = \pm\sqrt{3} \Rightarrow y_0 = \pm\dfrac{4x_0}{\sqrt{3}}$

Thế vào (*) được: $x_0^2 - \dfrac{16x_0^2}{4.3} = -1 \Leftrightarrow x_0^2 = 3 \Leftrightarrow x_0 = \pm\sqrt{3}, y = \pm 4$

Chọn 1 điểm $M\left(\sqrt{3}; 4\right)$ dễ thấy (c) đúng.

Vì thế chọn (c).

321. Một tiệm cận của (H) có hệ số bằng góc 0,75 ⇒ không có tiếp tuyến nào của (H) mà hệ số góc bằng 0,75 được.
Vậy chọn (d).

322. Vì $M\left(x_0; y_0\right) \in (H)$ nên $\dfrac{x_0^2}{a^2} - \dfrac{y_0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow y_0^2 = \dfrac{b^2x_0^2}{a^2} - b^2$

$$OM^2 = x_0^2 + y_0^2 = x_0^2 + \frac{b^2x_0^2}{a^2} - b^2$$

$$\left.\begin{array}{l} F_1M = \dfrac{c}{a}x_0 + a \left(\text{hoặc} -\dfrac{c}{a}x_0 - a\right) \\ F_2M = \dfrac{c}{a}x_0 - a \left(\text{hoặc} -\dfrac{c}{a}x_0 + a\right) \end{array}\right\} F_1M.F_2M = \frac{c^2x_0^2}{a^2} - a^2$$

$$= \frac{\left(a^2+b^2\right)x_0^2}{a^2} - a^2$$

$\Rightarrow OM^2 - F_1M \,.\, F_2M = a^2 - b^2.$

Vì thế chọn (b).

323. M(x_0; y_0) ∈ (H) $\Leftrightarrow \dfrac{x_0^2}{a^2} - \dfrac{y_0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow y_0^2 = \dfrac{b^2x_0^2}{a^2} - b^2$

Vế trái $\left(F_1M + F_2M\right)^2 = \left(\pm\dfrac{2cx_0^2}{a}\right)^2 = \dfrac{4c^2x_0^2}{a^2} = 4\left(\dfrac{(a^2+b^2)x_0^2}{a^2}\right)$

$$= 4\left[x_0^2 + \frac{b^2x_0^2}{a^2}\right] = 4\left[x_0^2 + y_0^2 + b^2\right] = 4\left(OM^2 + b^2\right)$$

Vì thế chọn (d).

224. $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$; $P(x_0; 0)$.

$$MP^2 = y_0^2,\ \overline{A_1P} = x_0 + a,\ \overline{A_2P} = x_0 - a$$

$$\frac{MP^2}{\overline{A_1P}.\overline{A_2P}} = \frac{y_0^2}{\left(x_0+a\right)\left(x_0-a\right)} = \frac{y_0^2}{x_0^2 - a^2}.$$

Vì M(x_0; y_0) ∈ (H) nên $x_0^2 - a^2 = \dfrac{a^2y_0^2}{b^2}$

$$\Rightarrow \frac{MP^2}{\overline{A_1P}.\overline{A_2P}} = \frac{y_0^2}{\dfrac{a^2y_0^2}{b^2}} = \frac{b^2}{a^2}.$$

Vì thế chọn (b).

325. Phương trình (T): $\dfrac{2\sqrt{5}x}{16} - \dfrac{\sqrt{5}y}{20} - 1 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{5}}{8}x - \dfrac{\sqrt{5}}{20}y - 1 = 0$.

Phương trình đường thẳng (Δ) có dạng $\dfrac{\sqrt{5}x}{20} + \dfrac{\sqrt{5}y}{8} + c = 0$

(Δ) qua M $\Leftrightarrow c = -\frac{9}{8}$.

Phương trình (Δ): $\frac{\sqrt{5}x}{20} + \frac{\sqrt{5}y}{20} - \frac{9}{8} = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{5}x + 5\sqrt{5}y - 45 = 0$

$\Leftrightarrow 2x + 5y - 9\sqrt{5} = 0$

Vì thế chọn (c).

326. Phương trình (Δ): $\frac{x_0x}{a^2} - \frac{y_0y}{b^2} - 1 = 0$

Phương trình (d) có dạng $\frac{y_0}{b^2}x + \frac{x_0}{a^2} + c = 0$

Điểm $M(x_0; y_0) \in$ (d): $\frac{y_0x_0}{b^2} + \frac{x_0y_0}{a^2} + c = 0$

$$\Leftrightarrow c = -x_0y_0\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) = -x_0y_0.\frac{a^2+b^2}{a^2b^2} = -x_0y_0.\frac{c^2}{a^2b^2}$$

$\Rightarrow$ Phương trình (d): $\frac{y_0}{b^2}x + \frac{x_0}{a^2}y - x_0y_0.\frac{c^2}{a^2b^2} = 0$

$\Rightarrow$ (Δ) cắt trục Ox tại T $\left(\frac{a^2}{x_0};0\right)$

$\Rightarrow$ (d) cắt trục Ox tại P $\left(\frac{c^2x_0}{a^2};0\right)$

$$\Rightarrow \overline{OT} = \frac{a^2}{x_0}, \overline{OP} = \frac{c^2x_0}{a^2} \Rightarrow \overline{OT}.\overline{OP} = c^2.$$

Vì thế chọn (a).

327. Tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ của (H): $\frac{x_0x}{a^2} - \frac{y_0y}{b^2} = 1$ (T)

(T) cắt tiệm cận $y = \frac{b}{a}x$ tại $P\left(\frac{a^2b}{bx_0 - ay_0};\frac{b^2a}{bx_0 - ay_0}\right)$

(T) cắt tiệm cận $y = -\frac{b}{a}x$ tại $Q\left(\frac{a^2b}{bx_0 + ay_0};\frac{b^2a}{bx_0 + ay_0}\right)$

$$OP=\sqrt{x_P^2+y_P^2}=\sqrt{\frac{a^4b^2+b^4a^2}{\left(bx_0-ay_0\right)}}=\frac{ab\sqrt{a^2+b^2}}{\left|bx_0-ay_0\right|}$$

$$OQ=\sqrt{x_Q^2+y_Q^2}=\sqrt{\frac{a^4b^2+b^4a^2}{\left(bx_0+ay_0\right)}}=\frac{ab\sqrt{a^2+b^2}}{\left|bx_0+ay_0\right|}$$

$$\Rightarrow OP.OQ=\frac{a^2b^2\left(a^2+b^2\right)}{\left|b^2x_0^2-a^2y_0^2\right|}=\frac{a^2b^2\left(a^2+b^2\right)}{a^2b^2}=a^2+b^2$$

Vì thế chọn (d).

328. M(x₀; y₀) ∈ (H) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2x_0^2-a^2y_0^2=a^2b^2$

Tiệm cận bx − ay = 0 (t_1), tiệm cận bx + ay = 0 (t_2).

Gọi d_1 là đường thẳng song song với (t_1). Nó có dạng bx − ay + c = 0.

M(x_0; y_0) ∈ d_1 ⇔ c = −(bx_0 − ay_0).

Phương trình (d_1): bx − ay − (bx_0 − ay_0) = 0.

(d_2) song song với (t_2): phương trình (d_2) có dạng bx + ay + c = 0.

(d_2) qua M(x_0; y_0) ⇔ c = −(bx_0 + ay_0).

Phương trình (d_2): bx + ay − (bx_0 + ay_0) = 0

$$\Rightarrow (d_1) \text{ cắt } (t_2) \text{ tại } P\left(\frac{bx_0-ay_0}{2b};\frac{-\left(bx_0-ay_0\right)}{2a}\right)$$

$$(d_2) \text{ cắt } (t_1) \text{ tại } Q\left(\frac{bx_0+ay_0}{2b};\frac{\left(bx_0+ay_0\right)}{2a}\right)$$

$$OP=\sqrt{\left(bx_0-ay_0\right)^2.\left(\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{4b^2}\right)}$$

$$OQ=\sqrt{\left(bx_0+ay_0\right)^2.\left(\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{4b^2}\right)}$$

$$\Rightarrow OP=\left|bx_0-ay_0\right|\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2ab}$$

$$OQ=\left|bx_0+ay_0\right|\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2ab}$$

$$\Rightarrow OP.\,OQ = \left|b^2x_0^2 - a^2y_0^2\right|.\frac{\left(a^2+b^2\right)}{4a^2b^2} = a^2b^2.\frac{c^2}{4a^2b^2} = \frac{c^2}{4}$$

Vì thế chọn (c).

329. Tiếp tuyến tại M(x_0; y_0) ∈ (H) có phương trình $\frac{x_0x}{8} - \frac{y_0y}{9} - 1 = 0$.

Tiếp tuyến này có hệ số góc $k = \frac{\frac{x_0}{8}}{\frac{y_0}{9}} = \frac{9x_0}{8y_0}$.

Nếu tiếp tuyến tạo với trục Ox góc 45^0 thì $\frac{9x_0}{8y_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \frac{81x_0^2}{64y_0^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y_0^2 = \frac{81x_0^2}{32}$. Ngoài ra: $9x_0^2 - 8y_0^2 - 72 = 0$ (*)

Thế $y_0^2 = \frac{81x_0^2}{32}$ vào (*) được $9x_0^2 - \frac{81}{4}x_0^2 = 72$. Phương trình này vô nghiệm.

⇒ (a), (b), (c) đều sai. Vì thế chọn (d).

330. (H_1): $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$, $(H_2): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = -1$.

Giả sử ax – y + b = 0 (*) là một tiếp tuyến chung.

(*) là tiếp tuyến của (H_1) ⇔ $5a^2 - 4 = b^2$ (1)

(*) là tiếp tuyến của (H_2): $4a^2 - 5 = -b^2$ (2)

Hệ phương trình (1) và (2) cho $a^2 = 1$; $b^2 = 1$ và hai cặp tiếp tuyến chung của (H_1) và (H_2) là $x + y \pm 1 = 0$ và $x - y \pm 1 = 0$

Khoảng cách giữa các cặp tiếp tuyến song song nói trên đều bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì thế chọn (d).

*** Parabol**

331. Đường chuẩn của parabol $y^2 = 2px$ là $x + \frac{p}{2} = 0$.

Với parabol $y^2 = 4x$ thì đường chuẩn là x + 1 = 0. (b) là phát biểu sai.
Vậy chọn (b).

332. $y^2 = 8x \Rightarrow p = 4$. Đường chuẩn là $x + \frac{4}{2} = 0$ ⇒ (b) trả lời sai.

Vì thế chọn (b).

333. $y^2 = 16x \Rightarrow p = 4$, (a), (b), (c) đều đúng.

Đường chuẩn là $x = -\dfrac{p}{2} = -2 \Rightarrow$ (d) sai. Vì thế chọn (d).

334. (P): $y^2 = -32x$ thì tham số tiêu $p = 16 \Rightarrow$ (c) sai. Vì thế chọn (c).

335. Với parabol $x = y^2$ thì tham số tiêu $2p = 1 \Rightarrow p = \dfrac{1}{2}$.

Đường chuẩn $x = -\dfrac{p}{2} = -\dfrac{1}{4}$.

Tiêu điểm $F\left(\dfrac{p}{2};0\right) \Rightarrow F\left(\dfrac{1}{4};0\right) \Rightarrow$ (c) là trả lời sai. Vì thế chọn (c).

336. (P): $x^2 = y$ thì $2p = 1 \Rightarrow p = \dfrac{1}{2}$

Đường chuẩn song song với trục Ox, $y = -\dfrac{1}{4} \Rightarrow$ (d) sai.

Vì thế chọn (d).

337. Nếu viết lại thành dạng $x^2 = 12y$ thì $2p = 12 \Rightarrow p = 6$: Parabol này có trục đối xứng Oy là tiêu điểm nằm trên trục tung $\Rightarrow$ (c) sai.

Vậy chọn (c).

338. $x^2 = -8y \Rightarrow p = 4$

M(4; −2) có đoạn bán kính qua tiêu $FM = \dfrac{p}{2} - y_M = 2 - (-2) = 4$.

$\Rightarrow$ (d) sai. Vì thế chọn (d).

339. $y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$. Thực hiện phép đổi trục $\begin{cases} x = 1 + X \\ y = Y \end{cases}$.

Đưa phương trình parabol về dạng $X^2 = Y \Rightarrow 2p = 1 \Rightarrow p = \dfrac{1}{2}$

Trong hệ trục mới, tiêu điểm $F\left(0;\dfrac{1}{4}\right) \Rightarrow$ hệ Oxy thì $F\left(1;\dfrac{1}{4}\right)$.

Điểm M(−1; 4) thuộc parabol có đoạn bán kính qua tiêu điểm:

$$FM = \frac{p}{2} + y_M = \frac{1}{4} + 4$$

$FM = \dfrac{17}{4} \Rightarrow$ (c) sai. Vì thế chọn (c).

340. Đưa về $x^2 = -6y$ để biết $p = 3 \Rightarrow$ (c) sai

Để luyện tập cho nắm vững các yếu tố hình học của parabol, độc giả hãy tự kiểm tra rằng (a), (b), (d) đều là những kết quả đúng.

341. Viết lại $y = (x - 3)^2 + 1$ và đổi trục: $\begin{cases} x = 3 + X \\ y = 1 + Y \end{cases}$.

Trong hệ trục mới, (P) có phương trình $X^2 = Y \Rightarrow 2p = 1 \Rightarrow p = \dfrac{1}{2}$

Tọa độ F: Hệ mới $F\left(0; \dfrac{1}{4}\right)$. Hệ Oxy : $F\left(3; \dfrac{5}{4}\right)$

Đường chuẩn: Hệ mới $Y = -\dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow$ Hệ Oxy: $y - 1 = -\dfrac{1}{4} \Rightarrow y - \dfrac{3}{4} = 0$

$\Rightarrow$ (b) là kết quả sai. Vậy chọn (b).

Giải thêm câu (d):

Trên hệ trục mới, M(–2; 4), $FM = \dfrac{p}{2} + y = \dfrac{1}{4} + 4 = 4{,}25$ để biết (d) là kết quả đúng.

342. Viết lại $y = -(x + 1)^2 + 4 \Leftrightarrow y - 4 = -(x + 1)^2$ và đổi trục $\begin{cases} x = -1 + X \\ y = 4 + Y \end{cases}$.

Phương trình (P) trong hệ trục mới $X^2 = -Y$

$\Rightarrow$ (P) có tham số tiêu $p = \dfrac{1}{2}$

Tọa độ tiêu điểm trong hệ trục mới $F(0; -\dfrac{1}{4})$; trong hệ Oxy $F\left(-1; \dfrac{15}{4}\right)$

Điểm M(2; –4) trong hệ mới có $FM = \dfrac{p}{2} - Y_M = \dfrac{1}{4} + 4 = \dfrac{17}{4}$

$\Rightarrow$ (d) sai. Vì thế chọn (d).

343. F(–2; 1), đường chuẩn (Δ): $4x + 3y - 10 = 0$. Tham số tiêu của parabol là khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn:

$$\Rightarrow p = d\left(F; (\Delta)\right) = \frac{\left|4.(-2) + 3.1 - 10\right|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3$$

Vì thế chọn (b).

344. Xem parabol $x = -\frac{y^2}{4} \Leftrightarrow y^2 = -4x$ có $p = 2 \Rightarrow$ tiêu điểm $F(-1; 0)$

Nếu (c) là kết luận sai. Vì thế chọn (c).

345. Parabol $y^2 = -8x$ có $-2p = -8 \Rightarrow p = 4 \Rightarrow$ (c) sai.

Vì thế chọn (c).

346. Đề cho biết $p = 6$.

Hai parabol cùng thỏa điều kiện là $y^2 = 12x$ hay $y^2 = -12x$.

Vậy chọn (d).

347. Dùng phép dời trục tới gốc tọa độ mới là $I\left(\frac{5}{2};0\right): \begin{cases} x = \frac{5}{2} + X \\ y = Y \end{cases}$

Trong hệ trục mới, phương trình parabol là $Y^2 = 10X$

Đưa về hệ Oxy: $y^2 = 10\left(x - \frac{5}{2}\right) = 10x - 25 = 5(2x - 5)$

Vì thế chọn (b).

348. Từ giả thiết thì phương trình parabol (P) có dạng $y^2 = 2px$.

(P) qua $M(1; -4) \Leftrightarrow (-4)^2 = 2p.1 \Rightarrow p = 8$

$\Rightarrow$ Phương trình (P): $y^2 = 16x$.

Vậy chọn (c).

349. Giả thiết có $F(0; 2)$ và (P) có đỉnh $O(0; 0)$ cho biết $\frac{p}{2} = 2 \Rightarrow p = 4$.

Phương trình (P) có dạng $x^2 = 2py$, với $p = 4$ thì $x^2 = 8y$.

Vậy chọn (c).

350. a. Phương trình (P) có dạng:

$y^2 = 2px$, $A(9; 6) \in (P) \Leftrightarrow 6^2 = 2p.9 \Rightarrow p = 2$.

b. Phương trình (P) có dạng:

$y^2 = -2px$, $B(-1; 3) \in (P) \Leftrightarrow 3^2 = -2p(-1) \Rightarrow p = \frac{9}{2}$.

c. Phương trình (P) có dạng:

$x^2 = 2py$, $C(-1;4) \in (P) \Leftrightarrow (-1)^2 = 2p.4 \Rightarrow p = \frac{1}{8}$ và phương trình (P) là $x^2 = 2\left(\frac{1}{8}\right)y = \frac{y}{4} \Rightarrow$ (c) là câu sai. Vì thế chọn (c).

351. a. Dạng của (P): $x^2 = 2py$.

Qua $A(-1;\,1) \Leftrightarrow (-1)^2 = 2p.1 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = y$

b. Dạng của (P): $y^2 = 2px$

Qua $A\left(2;-2\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow \left(-2\sqrt{2}\right)^2 = 2p.2 \Rightarrow p = 2$

c. Dạng của (P) phải là:

$y^2 = -2px$ vì đường chuẩn ở bên phải trục Oy $\Rightarrow$ (c) sai.

Vì thế chọn (c).

352. Tâm sai của mọi parabol đều bằng $1 \Rightarrow$ (c) sai.

Vậy chọn (c).

353. Phương trình (P) viết lại:

$x^2 = -5y \Rightarrow y \le 0 \Rightarrow M(-5;\,5)$ không thuộc (P) $\Rightarrow$ (c) sai.

Vì thế chọn (c).

354. Tham số tiêu của parabol là khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn

$$\Rightarrow p = d\left(F;(d)\right) = \frac{\left|12.2 - 5\left(-\frac{6}{5}\right) + 9\right|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = \frac{39}{13} = 3$$

$\Rightarrow$ (b) đúng. Vậy chọn (b).

355. $y = x^2 - 4x + 5 \Leftrightarrow y - 1 = (x - 2)^2$.

Dùng phép đổi trục, đặt $\begin{cases} x - 2 = X \\ y - 1 = Y \end{cases}$ để có (P): $X^2 = Y \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow F\left(0;\frac{1}{4}\right)$ đưa về hệ Oxy : $F\left(2;\frac{5}{4}\right)$.

Đường chuẩn $Y = -\frac{1}{4}$ đưa về hệ Oxy: $y = \frac{3}{4} \Rightarrow$ (c) sai.

Vì thế chọn (c).

356. $x^2 - 2x - 2y = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 2\left(y + \frac{1}{2}\right)$.

Đổi trục $\begin{cases} x - 1 = X \\ y + \frac{1}{2} = Y \end{cases}$.

Phương trình parabol (P) trong hệ trục tọa độ mới $X^2 = 2Y$.

$\Rightarrow$ Tham số tiêu của (P) là $p = 1$

Trong hệ trục tọa độ mới $F\left(0; \frac{1}{2}\right)$, đưa về hệ Oxy: F(1; 0).

Từ $x^2 - 2x - 2y = 0 \Leftrightarrow y = \frac{x^2 - 2x}{2}$

$\Rightarrow y' = x - 1;\ y'_2 = 2 - 1 = 1$

$\Rightarrow$ (d) sai. Vì thế chọn (d).

357. $x^2 - 6x + 2y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = -2y + 9$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = -2\left(y - \frac{9}{2}\right)$

Đổi trục: $\begin{cases} x - 3 = X \\ y - \frac{9}{2} = Y \end{cases}$ có parabol $X^2 = -2Y \Rightarrow -2p = -2 \Rightarrow p = 1$.

Đường chuẩn $Y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow y - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow y = 5$

Vì thế chọn (b).

358. Đề toán cho biết A(4; 8) là hai điểm thuộc parabol $y^2 = 2px$.

$A \in (P) \Leftrightarrow 8^2 = 2p.4 \Rightarrow p = 8$

$\Rightarrow$ Phương trình của (P) là $y^2 = 16x$ (hoặc $y^2 = -16x$). Vì thế chọn (c).

359. Phương trình (P) có dạng $x^2 = 2py$ và A(−2; 8), B(2; 8) là hai điểm thuộc (P).

$A \in (P) \Leftrightarrow (-2)^2 = 2p.8 \Leftrightarrow p = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$ Phương trình (P) $x^2 = 2py = \frac{y}{2}\left(\text{hoặc } x^2 = -\frac{y}{2}\right)$.

Vậy chọn (b).

360. Đỉnh S và tiêu điểm F của parabol này đều nằm trên đường thẳng $y = 1$.

Xét phép đổi trục: $\begin{cases} x = -1 + X \\ y = 1 + Y \end{cases}$

Trong hệ trục tọa độ mới, $F(3; 0) \Rightarrow \frac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6$.

Phương trình (P) có dạng $Y^2 = 12X$.

Đưa về hệ Oxy: $(y-1)^2 = 12(x+1)$.

Vậy chọn (d).

361. Xét phép đổi trục bằng tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{OS}: \begin{cases} x = 2 + X \\ y = -3 + Y \end{cases}$

Từ tọa độ của S và của F, suy ra parabol (P) có $\frac{p}{2} = 4 \Rightarrow p = 8$ và trong hệ trục mới, phương trình của (P) là $X^2 = 2pY = 16Y$.

Đưa về hệ Oxy: $(x-2)^2 = 16(y+3)$.

Vì thế chọn (d).

362. Nếu $M(x; y) \in (P)$ thì:

$$FM = MH \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = |y-4|$$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+4)^2 = (y-4)^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 = -16y$.

Vì thế chọn (a).

363. Nếu $M(x; y) \in (P)$ thì $FM = MH$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2} = |x+2|$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 = (x+2)^2$

$\Leftrightarrow (y+2)^2 = 8x$.

Vì thế chọn (b).

364. Thực hiện phép dời trục: $\begin{cases} x = -1 + X \\ y = 2 + Y \end{cases}$ (Điểm S là gốc tọa độ mới).

Từ giả thiết có $\frac{p}{2} = 1 \Rightarrow p = 2$ và (P) có phương trình $Y^2 = -4X$.

Đưa về hệ Oxy: $(y-2)^2 = -4(x+1)$.

Vì thế chọn (c).

365. Thực hiện phép dời trục: $\begin{cases} x = 2 + X \\ y = -1 + Y \end{cases}$

Trong hệ trục mới này, gốc O của hệ Oxy có tọa độ $O(-2; 1) \Rightarrow$ trong hệ trục mới, phương trình của (P) có dạng $Y^2 = -2pX$.

Điểm $O(-2; 1) \in (P) \Leftrightarrow 1^2 = -2p.(-2)$

$\Leftrightarrow p = \frac{1}{4}$. Vì thế chọn (d).

366. Xét phép đổi trục $\begin{cases} x = 4 + X \\ y = -2 + Y \end{cases}$ trong hệ trục tọa độ mới, gốc O có tọa độ: O(–4; 2) và parabol (P) có phương trình dạng $X^2 = 2pY$

$O(-4; 2) \in (P) \Leftrightarrow (-4)^2 = 2p.2 \Leftrightarrow p = 4$

Vì thế chọn (b).

367. Nếu có điểm $M(x; y) \in (P)$

$\Leftrightarrow FM = HM \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} = |y|$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 - 8y + 16\ y^2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 8(y - 2).$

Vì thế chọn (c).

368. Xét phép đổi trục $\begin{cases} x = 2 + X \\ y = 3 + Y \end{cases}$.

Từ giả thiết của đề, có thể thấy $\dfrac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6$

$\Rightarrow$ Phương trình (P): $X^2 = 12Y$. Đưa về hệ Oxy: $(x - 2)^2 = 12(y - 3)$.

Vì thế chọn (d).

369. Từ giả thiết có đỉnh S(1; –1). Ta dời trục: $\begin{cases} x = 1 + X \\ y = -1 + Y \end{cases}$

Trong hệ trục mới, phương trình (P) có dạng $X^2 = 2pY$.

Đường thẳng $y = x - 2$ trong hệ trục mới có phương trình:

$-1 + Y = 1 + X - 2$

$\Leftrightarrow\ Y = X$ (d)

(P) cắt (d) tại S(0; 0) và M(2p; 2p)

Đoạn $SM = \sqrt{8p^2} = 2\sqrt{2}p$ (do $p > 0$)

Từ $SM = 4\sqrt{2} \Rightarrow p = 2$.

Vậy chọn (b).

370. Giả sử trục đối xứng là đường thẳng $y = m$ thì đỉnh S(1; m).

Xét phép dời trục $\begin{cases} x = 1 + X \\ y = m + Y \end{cases}$. Trong hệ trục tọa độ mới, phương trình (P):

$Y^2 = 2pX$, A(1; –3 – m); B(4; 3 – m)

$A \in (P) \Leftrightarrow (-3 - m)^2 = 2p$ (1)

$B \in (P) \Leftrightarrow (3 - m)^2 = 8p$ (2)

Giải hệ (1) và (2) được $m = -1 \Rightarrow p = 2$; $m = -9 \Rightarrow p = 18$

$p = 2$ hay $p = 18$.

Vì thế chọn (c).

371. Đường chuẩn của (P) là đường thẳng vuông góc với SF tại I sao cho S là trung điểm của IF. Gọi I(x; y) thì $\begin{cases} x+3=4 \\ y+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ và I(1; 0)

$\overrightarrow{SF} = (1; 1)$ là pháp vectơ của đường chuẩn.

Phương trình đường chuẩn có dạng $x + y + C = 0$ qua I nên:

$1 + 0 + C = 0 \Leftrightarrow C = -1$.

$\Rightarrow$ Đường chuẩn của (P) là $x + y - 1 = 0$. Vì thế chọn (d).

372. Trục đối xứng của parabol là đường thẳng đi qua đỉnh S và vuông góc với đường chuẩn.

Phương trình của trục đối xứng có dạng $2x + y + C = 0$.

Qua S $\Leftrightarrow 2.1 + 3 + C = 0$; $C = -5$. Trục đối xứng cắt đường chuẩn tại I.

Tọa độ của I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-2y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad I(2;1)$$

Nếu F(x; y) thì S là trung điểm của đoạn FI nên:

$$\begin{cases} x+2=2 \\ y+1=6 \end{cases} \Rightarrow F(0; 5)$$

Vì thế chọn (d).

373. Gọi M(x; y) là một điểm bất kỳ thuộc parabol (P).

Theo định nghĩa parabol thì FM = HM

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2} = \frac{|x-y-2|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2+y^2) = x^2 + y^2 + 4 - 2xy - 4x + 4y$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy + 4x - 4y - 4 = 0$$

Vì thế chọn (d).

374. $\forall M(x; y) \in (P)$ thì $FM = HM \Leftrightarrow FM^2 = HM^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{(3x+y-5)^2}{10}$$

$\Leftrightarrow 10x^2 + 10y^2 = 9x^2 + y^2 + 25 + 6xy - 30x - 10y$

$\Leftrightarrow x^2 + 9y^2 - 6xy + 30x + 10y - 25 = 0.$

Vì thế chọn (d).

375. Parabol có tham số tiêu bằng 16, $FM = x_M + \dfrac{p}{2} = 4 + 8 = 12.$

Vì thế chọn (d).

376. $y^2 = 12x$; $x = 3 \Rightarrow y^2 = 36 \Rightarrow y = \pm 6.$

Có thể chọn M(3; 6).

$OM = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$

Vì thế chọn (c).

377. Parabol $y^2 = 18x$, $x_M = 4 \Rightarrow y_M = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow MN = 12\sqrt{2}$.

Vì thế chọn (b).

378. $y^2 = 8x \Rightarrow p = 4$, $FM = x_M + \dfrac{p}{2} = x_M + 2$; $FM = 4 \Rightarrow x_M = 2$

$\Rightarrow y_M = 6$, M(2; 4). Vì thế chọn (b).

379. $y^2 = 12x$. Gọi $N\left(\dfrac{n^2}{12}; n\right) \in (P)$.

Để OMN là tam giác vuông tại O thì:

$$\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON} = 0$$

$$\Leftrightarrow (3;6).\left(\frac{n^2}{12}; n\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{n^2}{4} + 6n = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = -24 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow N(48; -24).$

Vì thế chọn (c).

380. (P): $y^2 = 4x$. Nếu OAB là tam giác đều thì OA tạo với chiều dương của trục Ox góc 30^0.

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng OA là $y = \dfrac{1}{\sqrt{3}}x \Rightarrow x = \sqrt{3}y$ thế vào phương trình (P): $y^2 = 4\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \quad (\text{loại}) \\ y = 4\sqrt{3} \Rightarrow x = 12 \end{array}\right. \Rightarrow A\left(12; 4\sqrt{3}\right).$$

Vì thế chọn (c).

381. (P): $x^2 = 4y$. Nếu OAB là tam giác vuông cân tại O thì OA (hoặc OB) tạo với chiều dương của trục Ox góc 45^0.

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng OA là $y = x$, thế vào phương trình (P):

$$x^2 = 4x$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \quad (\text{loại}) \\ x = 4 \Rightarrow y = 4 \end{array}\right. \Rightarrow A(4;\, 4).$$

Vì thế chọn (c).

382. (P): $y^2 = 16x$ có trục đối xứng Ox nên OAB phải là tam giác cân tại O (OF là một đường cao). A và B đối xứng nhau qua trục Ox.

Vì $F(4;\, 0)$ là trực tâm. Giả sử $A\left(\dfrac{a^2}{16};a\right), B\left(\dfrac{a^2}{16};-a\right)$ thì:

$$\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{OB} = 0,\ \overrightarrow{AF} = \left(4-\frac{a^2}{16};-a\right), \overrightarrow{OB} = \left(\frac{a^2}{16};-a\right).$$

$$\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{OB} = 0;\ \overrightarrow{AF} = \left(4-\frac{a^2}{16}\right).\frac{a^2}{16} + a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^4}{256} - \frac{5a^2}{4} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 = 0 \quad (\text{loại}) \\ a^2 = 320 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow A\left(20;8\sqrt{5}\right)$$

Vì thế chọn (b).

383. Thế $y = \dfrac{x^2}{6}$ vào phương trình : $x - 6.\dfrac{x^2}{6} + 2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 2$

$\Rightarrow y = \dfrac{1}{6}$ hay $y = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow A\left(-1;\dfrac{1}{6}\right), B\left(2;\dfrac{2}{3}\right).$

Vì thế chọn (c).

384. (P): $x^2 = 4y$, (d): $2x - y + 5 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 5$.

Thế vào phương trình (P):

$X^2 = 4(2x + 5) \Leftrightarrow x^2 - 8x - 20 = 0$

$\Leftrightarrow x = -2$ hay $x = 10 \Rightarrow y = 1$ hay $y = 25$.

$\Rightarrow A(-2;\ 1),\ B(10;\ 25) \Rightarrow I(4;\ 13)$.

Vì thế chọn (d).

385. Vì A, B là hai điểm cố định thuộc (P), nên diện tích tam giác MAB lớn nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ M đến AB (đường cao kẻ từ M xuống AB của tam giác MAB) có độ dài lớn nhất. Gọi khoảng cách này là MH, thì:

$$M\left(m, \frac{m^2}{8}\right),\ MH = \frac{\left|m - 4.\frac{m^2}{8} + 8\right|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2}} = \frac{-m^2 + 2m + 16}{\sqrt{17}}$$

$$-m^2 + 2m + 16 = 17 - (m - 1)^2 \leq 17$$

$\Rightarrow MH \leq \sqrt{17}$: MH đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{17}$ khi $m = 1$.

Từ đó có: $M\left(1; \frac{1}{8}\right)$.

Vì thế chọn (a).

386. Thế $2x = y + 2$ vào phương trình parabol:

$$y^2 = 2x \Leftrightarrow y^2 = y + 2$$

$$\Leftrightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -1 \text{ hay } y = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ hay } x = 2$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{1}{2}; -1\right), B(2;2).\ \overrightarrow{OA} = \left(\frac{1}{2}; -1\right), \overrightarrow{OB} = (2;2)$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}\left|\frac{1}{2}.2 - (-1).2\right| = \frac{3}{2}.$$

Vì thế chọn (b).

387. Từ phương trình (P):

$$y^2 = 8x \Leftrightarrow 4x = \frac{y^2}{2}$$

Thế vào phương trình $4x - 3y + 4 = 0$ được:

$$\frac{y^2}{2} - 3y + 4 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 6y + 8 = 0$$

$\Leftrightarrow y = 2$ hay $y = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ hay $x = 2$

$\Rightarrow A\left(\frac{1}{2};2\right), B(2;4).$

Vì thế chọn (a).

388. Thế $x = -\frac{y^2}{4}$ vào phương trình đường tròn (C):

$$\frac{y^4}{16} + y^2 + 5\left(-\frac{y^2}{4}\right) + 2y - 4 = 0$$

$\Leftrightarrow y^4 + 16y^2 - 20y^2 + 32y - 64 = 0$

$\Leftrightarrow y^4 - 4y^2 + 32y - 64 = 0 \Leftrightarrow y^2(y^2 - 4) + 32(y - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (y - 2)(y^3 + 2y^2 + 32) = 0$

$\Leftrightarrow (y - 2)(y + 4)(y^2 - 2y + 8) = 0$

$\Leftrightarrow y = 2$hay $y = -4 \Rightarrow x = -1$ hay $x = -4$.

$\Rightarrow A(-1; 2), B(-4; -4)$.

Vì thế chọn (d).

389. (a), (b), (d) đều đúng: (c) là câu sai vì dây cung này bằng 16 đơn vị.

Vì thế chọn (c).

390. (d_m): $4x - 2my + m^2 = 0$.

Giả sử (d_m) tiếp xúc với parabol (P) $y^2 = 2px$ thì:

$(-2m)^2 . p = 2.4m^2$ (Điều kiện tiếp xúc $B^2p = 2AC$).

$\Leftrightarrow p = 2(d_m)$ luôn tiếp xúc với parabol $y^2 = 4x$.

Vì thế chọn (a).

391. (d_m): $2x + 4my - m^2 = 0$.

Nếu (d_m) tiếp xúc với parabol $y^2 = 2px$ thì tham số m phải thỏa:

$(4m)^2.p = 2.2(-m)^2 \Leftrightarrow p = -\frac{1}{4}$ (nếu $m \neq 0$).

$\Rightarrow (d_m)$ luôn tiếp xúc với parabol $y^2 = 2(-\frac{1}{4})x = -\frac{x}{2}$.

Vì thế chọn (d).

(Đặc biệt khi $m = 0$, đường thẳng $2x = 0$ cũng tiếp xúc parabol $y^2 = -\frac{x}{2}$).

392. (P): $y^2 = 8x \Rightarrow p = 4 \Rightarrow F(2; 0)$

Phương trình đường thẳng (d): $y = k(x - 2)$. (Với $k \neq 0$)

Thế $x = \dfrac{y^2}{8}$ vào phương trình (d):

$$y = k.\frac{y^2}{8} - 2k \Leftrightarrow \frac{k}{8}y^2 - y - 2k = 0$$

Phương trình này luôn có 2 nghiệm $y_1 \neq y_2$ và $y_1.y_2 = \dfrac{-2k}{\dfrac{k}{8}} = -16$.

Khoảng cách từ M_1 đến trục Ox bằng $|y_1|$.

Khoảng cách từ M_2 đến trục Ox bằng $|y_2|$.

$$|y_1|.|y_2| = |y_1.y_2| = |-16| = 16.$$

Vì thế chọn (c).

393. Từ phương trình (P): $x^2 = 12y$ có $p = 6 \Rightarrow F(0; 3)$.

Đường thẳng (d) có phương trình $y = kx + 3$.

Thế $y = \dfrac{x^2}{12}$ vào phương trình (d) được:

$$\frac{x^2}{12} = kx + 3 \Leftrightarrow \frac{x^2}{12} - kx - 3 = 0$$

Phương trình này luôn có 2 nghiệm $x_1 \neq x_2$ và $x_1.x_2 = \dfrac{-3}{\dfrac{1}{12}} = -36$

Khoảng cách từ M_1 đến trục Oy bằng $|x_1|$

Khoảng cách từ M_2 đến trục Oy bằng $|x_2|$

$$|x_1|.|x_2| = |x_1.x_2| = |-36| = 36.$$

Vì thế chọn (d).

394. Viết lại phương trình (d): $kx - y - 3k = 0$.

Thế $x = \dfrac{y^2}{12}$ vào phương trình này được phương trình cho tung độ giao điểm của (d) và (P):

$$\frac{k}{12}y^2 - y - 3k = 0 \Leftrightarrow ky^2 - 12y - 36k = 0$$

Nếu $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2) \in (P)$ thì $x_1 = \frac{y_1^2}{12}, x_2 = \frac{y_2^2}{12}$, còn y_1 và y_2 là hai nghiệm của phương trình:

$$ky^2 - 12y - 36\,k = 0$$

nên: $y_1 + y_2 = \frac{12}{k}, y_1.y_2 = -36, y_2 - y_1 = \frac{12\sqrt{1+k^2}}{k}\left(y_2 > y_1\right)$

$$M_1M_2 = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{y_2^2 - y_1^2}{12} = \frac{\left(y_2 + y_1\right)\left(y_2 - y_1\right)}{12}$$

$$= \frac{12}{k}.\frac{12\sqrt{1+k^2}}{12k} = \frac{12\sqrt{k^2+1}}{k^2}$$

$$\Rightarrow M_1M_2 = \sqrt{\frac{12^2\left(k^2+1\right)}{k^4} + \frac{12^2\left(k^2+1\right)}{k^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{12^2\left(1+k^2\right)}{k^2} + \left(\frac{1+k^2}{k^2}\right)} = \frac{12\left(1+k^2\right)}{k^2}$$

Vì thế chọn (d).

395. $M\left(2; 2\sqrt{2}\right) \Rightarrow$ đường thẳng OM có phương trình $y = \sqrt{2}\,x$

$\Rightarrow$ đường thẳng ON có phương trình $y = \frac{-1}{\sqrt{2}}x$.

Thế $x = \frac{y^2}{4}$ vào phương trình $y = \frac{-1}{\sqrt{2}}x$ được

$$y = \frac{-1}{\sqrt{2}}.\frac{y^2}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = -4\sqrt{2} \end{array}\right.$$

$y = -4\sqrt{2}$ thì $x = \frac{\left(-4\sqrt{2}\right)^2}{4} = 8 \Rightarrow N\left(8; -4\sqrt{2}\right)$

$$MN = \sqrt{\left(8-2\right)^2 + \left(-4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 2.36} = 6\sqrt{3}$$

Vì thế chọn (b).

396. M(8; 4) $\Rightarrow$ đường thẳng OM có phương trình $y = \dfrac{x}{2}$

$\Rightarrow$ Đường thẳng ON có phương trình $y = -2x$

$\Rightarrow$ Tọa độ của N là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = -2x \\ y^2 = 2x \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{1}{2};-1\right).$$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng MN là:

$$\frac{x-8}{\frac{1}{2}-8} = \frac{y-4}{-1-4} \Leftrightarrow \frac{2(x-8)}{-15} = \frac{y-4}{-5}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2(x-8)}{3} = y-4 \Leftrightarrow 2x - 3y - 4 = 0.$$

Vì thế chọn (d).

397. Áp dụng công thức tiếp tuyến phân đôi:

$-4y = 2(x + 4) \Leftrightarrow -2y = x + 4 \Leftrightarrow x + 2y + 4 = 0$

Vì thế chọn (a).

398. Áp dụng công thức phân đôi:

$-6y = 6(x + 3) \Leftrightarrow -y = x + 3 \Leftrightarrow x + y + 3 = 0$

Vậy chọn (d).

399. Áp dụng công thức phân đôi:

$-6x = 3(y + 6) \Leftrightarrow -2x = y + 6 \Leftrightarrow 2x + y + 6 = 0$

Vì thế chọn (d).

400. Áp dụng công thức phân đôi:

$-4 = 4(y + 2) \Leftrightarrow -x = y + 2 \Leftrightarrow x + y + 2 = 0$

Vì thế chọn (b).

401. Đường thẳng song song với $x + 3y + 1 = 0$ có dạng $x + 3y + C = 0$

Áp dụng điều kiện tiếp xúc $B^2p = 2AC$ được:

$3^2 . 4 = 2 . 1 . C \Leftrightarrow C = 18.$

Có 1 tiếp tuyến của (P) song song với đường thẳng cho trước, đó là:

$x + 3y + 18 = 0$

Vì thế chọn (d).

402. Gọi (Δ) là đường thẳng có dạng $3x - 2y + C = 0$.

(Δ) tiếp xúc với (P) nên: $(-2)^2 . 3 = 2 . 3 . C \Leftrightarrow C = 2$

Tiếp tuyến của (P) song song với (d) là đường thẳng $3x - 2y + 2 = 0$.

Vì thế chọn (a).

403. (P): $y^2 = 12x$.

Đường thẳng (Δ) vuông góc với (d) có dạng $3x - 5y + C = 0$.

(Δ) tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow (-5)^2 . 6 = 2 . 3 . C \Leftrightarrow C = 25$.

Tiếp tuyến cần tìm $3x - 5y + 25 = 0$.

Vì thế chọn (c).

404. (P): $y^2 = -8x$, $p = 4$. Dùng điều kiện tiếp xúc $B^2p = -2AC$.

Vì vuông góc với (d) nên tiếp tuyến phải tìm có dạng: $4x + 3y + C = 0$

$$3^2 . 4 = -2 . 4 . C \Leftrightarrow C = -\frac{9}{2}.$$

Tiếp tuyến phải tìm $4x + 3y - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow 8x + 6y - 9 = 0$.

Vì thế chọn (b).

405. $x^2 = 6y$ có $p = 3$.

Tiếp tuyến phải tìm có dạng $2x + 3y + C = 0$.

Áp dụng điều kiện tiếp xúc $A^2p = 2BC \Leftrightarrow 4 . 3 = 2 . 3 . C \Leftrightarrow C = 2$

Phương trình tiếp tuyến của (P) song song với đường thẳng $2x + 3y + 5 = 0$ là: $2x + 3y + 2 = 0$

Vậy chọn (c).

406. (P): $x^2 = 10y$ có $p = 5$.

Đường thẳng (Δ) vuông góc với (d) có dạng $2x - 5y + C = 0$

(Δ) tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow 2^2. 5 = 2 . (-5) .C \Leftrightarrow C = -2$

Tiếp tuyến phải tìm $2x - 5y - 2 = 0$.

Vậy chọn (d).

407. (P): $2x^2 + 5y = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{5}{2}y \Rightarrow p = \frac{5}{4}$.

Đường thẳng (Δ) vuông góc với (d)

Phương trình có dạng $x - 5y + C = 0$. (Δ) tiếp xúc (P) nên: $A^2 . p = -2BC$

$\Leftrightarrow 1^2.\dfrac{5}{4} = -2\left(-5\right).C \Leftrightarrow C = \dfrac{1}{8}$.

Phương trình (Δ): $x - 5y + \dfrac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow 8x - 40y + 1 = 0$

Vì thế chọn (a).

408. Phương trình chính tắc tiếp tuyến tại $M \in (P)$:

$-6y = 2(x - 9) \Leftrightarrow -3y = x - 9$

$\Leftrightarrow x + 3y - 9 = 0.$

Tiếp tuyến cắt trục Ox tại A(9; 0), trục Oy tại (0; 3)

Diện tích tam giác OAB $= \dfrac{1}{2}.9.3 = \dfrac{27}{2} = 13{,}5$.

Vì thế chọn (d).

409. Phương trình tiếp tuyến tại $M \in (P)$:

$-8x = 16(y + 2) \Leftrightarrow -x = 2y + 4 \Leftrightarrow x + 2y + 4 = 0.$

Tiếp tuyến này cắt Ox tại A(–4; 0), cắt Oy tại B(0; –2).

$S_{OAB} = \dfrac{1}{2}.4.2 = 4$ đơn vị diện tích.

Vì thế chọn (d).

410. Từ $x^2 = 16y \Rightarrow p = 8$

Tiếp tuyến phải tìm có dạng $3x - 2y + C = 0$

Dùng điều kiện tiếp xúc $A^2p = 2BC$: $3^2 . 8 = 2 . (-2) . C \Leftrightarrow C = -18$

Tiếp tuyến phải tìm: $3x - 2y - 18 = 0$.

Vì thế chọn (b).

411. (P): $(x + 2)^2 = -6y$. Đổi trục bằng công thức: $\begin{cases} x + 2 = X \\ y = Y \end{cases}$

Trong hệ trục tọa độ mới (P) có phương trình $X^2 = -6Y$ (p = 3)

Cũng trong hệ trục mới, đường thẳng phải tìm có dạng: $2X - 3Y + C = 0$

Tiếp xúc (P) nên $2^2 . 3 = -2 . (-3). C \Leftrightarrow C = 2$

Vậy được $2X - 3Y + 2 = 0$

Đưa về hệ Oxy: $2(x + 2) - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 6 = 0$

Vì thế chọn (b).

412. Những đường thẳng có hệ số góc bằng 2 có dạng $2x - y + C = 0$

Muốn là tiếp tuyến của parabol:

$x^2 + 4y = 0$ ($p = 2$) thì $2^2 . 2 = -2.(-1).C \Leftrightarrow C = 4$.

$\Rightarrow$ tiếp tuyến cần tìm là $2x - y + 4 = 0$.

Vì thế chọn (b).

413. (P): $y^2 = 32x$ có $p = 16$.

Xét đường thẳng (d): $kx - y + 3k + 2 = 0$.

(d) là tiếp tuyến của (P) khi và chỉ khi:

$(-1)^2 . 16 = 2k(3k + 2) \Leftrightarrow 3k^2 + 2k - 8 = 0$

$\Leftrightarrow k = -2$ hay $k = \dfrac{4}{3}$.

$k = -2$ thì có tiếp tuyến $-2x - y - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 4 = 0$

$k = \dfrac{4}{3}$ thì có tiếp tuyến $\dfrac{4}{3}x - y + 6 = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 18 = 0$

Vì thế chọn (d).

414. Parabol $x^2 = 36y$ có $p = 18$.

Đường thẳng xuất phát từ A(9;2) có phương trình $kx - y + 2 - 9k = 0$.

Để trở thành tiếp tuyến của (P) thì:

$k^2 .18 = 2(-1).(2 - 9k) \Leftrightarrow 9k^2 - 9k + 2 = 0$

$\Leftrightarrow k = \dfrac{1}{3}$ hay $k = \dfrac{2}{3}$.

Với $k = \dfrac{1}{3}$ có tiếp tuyến $\dfrac{x}{3} - y + 2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 3 = 0$

Với $k = \dfrac{2}{3}$ có tiếp tuyến $\dfrac{2x}{3} - y + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 12 = 0$

Vì thế chọn (c).

415. Phương trình (P) được viết lại: $(y + 1)^2 = 2(x - 3)$

Dùng phép đổi trục: $\begin{cases} x - 3 = X \\ y + 1 = Y \end{cases}$ để có phương trình (P) trong hệ trục mới:

$Y^2 = 2X$. Cũng trong hệ trục mới, điểm M có tọa độ M(6; –4).

Gọi (d) là đường thẳng đi qua M có hệ số góc k:

$Y = k(X - 6) - 4 \Leftrightarrow kX - Y - 6k - 4 = 0$.

Để (d) tiếp xúc (P) thì $(-1)^2.1 = 2k(-6k - 4)$ (Điều kiện $B^2p = 2AC$)

$$\Leftrightarrow 12k^2 + 8k + 1 = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{1}{6} \text{ hay } k = -\frac{1}{2}.$$

Với $k = -\frac{1}{6}$ có tiếp tuyến:

$$-\frac{1}{6}X - Y - (-1 + 4) = 0 \Leftrightarrow X + 6Y + 18 = 0$$

Đưa về hệ Oxy: $x - 3 + 6(y + 1) + 18 = 0 \Leftrightarrow x + 6y + 21 = 0$.

Với $k = -\frac{1}{2}$ có tiếp tuyến:

$$-\frac{1}{2}X - Y + 3 - 4 = 0 \Leftrightarrow X + 2Y + 2 = 0$$

Đưa về hệ Oxy: $x - 3 + 2(y + 1) + 2 = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 1 = 0$

Vì thế chọn (b).

416. Gọi (d) là đường thẳng $y = k(x - 1) + 2$

Giao điểm $M \neq I$ của (d) và (P) có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y^2 = 4x & (1) \\ y = kx - k + 2 & (2) \end{cases}$$

Thế $x = \frac{y^2}{4}$ từ (1) vào (2) được:

$$ky^2 - 4y + 8 - 4k = 0 \ (k \neq 0)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{\left(\frac{4}{k} - 2\right)^2}{4}; \frac{4}{k} - 2\right)$$

Thế k bởi $-\frac{1}{k}$ được $N\left(\frac{(-4k-2)^2}{4}; -4k - 2\right)$

Viết lại $M\left(\frac{4}{k^2} - \frac{4}{k} + 1; \frac{4}{k} - 2\right)$, $N\left(4k^2 + 4k + 1; -4k - 2\right)$

Phương trình đường thẳng MN: $\dfrac{x - \frac{4}{k^2} + \frac{4}{k} - 1}{4\left(k^2 - \frac{1}{k^2}\right) + 4\left(k + \frac{1}{k}\right)} = \dfrac{y - \frac{4}{k} + 2}{-4\left(k + \frac{1}{k}\right)}$

$$\Leftrightarrow \frac{x-\frac{4}{k^2}+\frac{4}{k}-1}{k-\frac{1}{k}+1}=\frac{y+2-\frac{4}{k}}{-1}$$

$$\Leftrightarrow (y+2)\left(k-\frac{1}{k}+1\right)+x-5=0$$

⇒ Điểm A(5; −2) là điểm cố định mà ∀k ≠ 0, MN đều đi qua.

Vì thế chọn (b).

417. Gọi (d) là đường thẳng y = k(x − 3) + 6.

Giao điểm M ≠ A của (d) và (P) có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y^2 = 12x & (1) \\ y = kx + 6 - 3k & (2) \end{cases}$$

Thế $x = \frac{y^2}{12}$ từ (1) vào (2) được:

$$\frac{k}{12}y^2 - y - 3k + 6 = 0$$

Phương trình này có $\Delta = (k-1)^2$ và hai nghiệm là y = 6 hay $y = \frac{12}{k} - 6$ (k ≠ 0)

$$\Rightarrow \text{Tọa độ điểm } M\left(\frac{\left(\frac{12}{k}-6\right)^2}{12}; \frac{12}{k}-6\right)$$

Thay k bởi $-\frac{1}{k}$, được tọa độ của $N\left(\frac{(-12k-6)^2}{12}; -12k-6\right)$

Tọa độ M, N viết lại:

$$M\left(3\left(\frac{2}{k}-1\right)^2; 6\left(\frac{2}{k}-1\right)\right) \quad (k \neq 0)$$

$$N\left(3(2k+1)^2; 6(-2k-1)\right)$$

Phương trình đường thẳng MN:

$$\frac{x-3\left(\frac{2}{k}-1\right)^2}{3\left[\left(2k+1\right)^2-\left(\frac{2}{k}-1\right)^2\right]}=\frac{y-6\left(\frac{2}{k}-1\right)}{6\left[-2k-1-\frac{2}{k}+1\right]}$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{x-3\left(\frac{2}{k}-1\right)^2}{k-\frac{1}{k}+1}=\frac{y-6\left(\frac{2}{k}-1\right)}{-1}$$

$$\Leftrightarrow\ (-x+15)=(y+6)\left(k-\frac{1}{k}+1\right).$$

$\Rightarrow$ MN luôn đi qua điểm I(15; –6) $\forall\, k \neq 0$.

Vì thế chọn (c).

418. (P): $y^2 = 12x$, (d): $6x - 3y + 4 = 0$.

Thế $x = \dfrac{y^2}{12}$ vào phương trình (d) được $6.\dfrac{y^2}{12} - 3y + 4 = 0$

$\Leftrightarrow y^2 - 6y + 8 = 0 \Leftrightarrow y = 2$ hay $y = 4$.

Phương trình (d) viết lại $x = \dfrac{y}{2} - \dfrac{2}{3}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) và (P):

$$S=\int_2^4\left(\frac{y}{2}-\frac{2}{3}-\frac{y^2}{12}\right)dy=\left.\frac{y^2}{4}\right|_2^4-\frac{2}{3}\cdot(4-2)-\left.\frac{y^3}{36}\right|_2^4$$

$$=\frac{16-4}{4}-\frac{4}{3}-\frac{64-8}{36}$$

$$=\frac{5}{3}-\frac{14}{9}=\frac{1}{9}\ \text{đơn vị diện tích.}$$

Vậy chọn (a).

419. (P): $x^2 = 4y$, (d): $x - 2y + 3 = 0$.

Thế $y = \dfrac{x^2}{4}$ từ (P) vào (d): $x - 2\dfrac{x^2}{4} + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 3$.

$$\Rightarrow S=\int_{-1}^{3}\left(\frac{x}{2}+\frac{3}{2}-\frac{x^2}{4}\right)dx=\left.\frac{x^2}{4}\right|_{-1}^{3}+\frac{3}{2}.4-\left.\frac{x^3}{12}\right|_{-1}^{3}$$

$$=\frac{9-1}{4}+6-\frac{27+1}{12}$$

$$=8-\frac{7}{3}=\frac{17}{3}\text{ đơn vị diện tích.}$$

Vì thế chọn (b).

420. (P): $x^2 = 8y$ thì F(0; 2). phương trình (d): $y = kx + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $\frac{x^2}{8}-kx-2=0$.

Gọi x_M; y_M là các hoành độ giao điểm thì $x_M + x_N = 8k$, $x_M.x_N = -16$

$y_M = kx_M + 2$, $y_M = kx_N + 2$

$\Rightarrow y_M + y_N = k(x_M + x_N) + 4 = 8k^2 + 4$

$y_M.y_N = k^2.x_M.x_N + 2k(x_M + x_N) + 4$

$= -16k^2 + 16k^2 + 4 = 4$

$FM = 2 + y_M$, $FN = 2 + y_N$

$$\frac{1}{FM}+\frac{1}{FN}=\frac{1}{2+y_M}+\frac{1}{2+y_N}=\frac{y_M+y_N+4}{y_M.y_N+2(y_M+y_N)+4}$$

$$=\frac{8k^2+4+4}{4+16k^2+8+4}=\frac{1}{2}$$

Vậy chọn (c).

PHÉP BIẾN HÌNH VÀ PHÉP TỊNH TIẾN

421. Từ $T_{\vec{v}}(A)=A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}=\vec{v}=(9;-5)$.

Biểu thức tọa độ cần tìm là: $\begin{cases}x'=x+9\\y'=y-5\end{cases}$

Vì thế chọn (b).

422. A(2; −3), B(−1; −1), C(6; 4). $\overrightarrow{AC}=(4;7)$

Nếu B'(x';y') thì $\begin{cases}x'=-1+4\\y'=-1+7\end{cases} \Leftrightarrow$ B'(3; 6)

Vậy chọn (c).

423. A(−2; 5), B(3; −1). $\overrightarrow{AB} = (5; -6)$

Gọi D(x; y) thì $T_{\overrightarrow{AB}}(D) = A$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 = x + 5 \\ 5 = y - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 11 \end{cases}$. Vậy D(−7; 11)

Vậy chọn (b).

424. A(1; 3), B(−2; −3), C(5; −1)

$\Leftrightarrow G\left(\dfrac{4}{3}; -\dfrac{1}{3}\right), \overrightarrow{AB} = (-3; -6)$

Nếu G'(x'; y') thì $\Leftrightarrow \begin{cases} x' = \dfrac{4}{3} - 3 \\ y' = -\dfrac{1}{3} - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -\dfrac{5}{3} \\ y' = -\dfrac{19}{3} \end{cases}$

$G'\left(-\dfrac{5}{3}; -\dfrac{19}{3}\right)$

Vì thế chọn (c).

425. Biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' + 4 \end{cases}$

$x + 3y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x' - 2) + 3(y' + 4) - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x' + 3y' + 8 = 0$. Ảnh của (d) là (d'): $x + 3y + 8 = 0$

Vì thế chọn (d).

426. A(−4; 5), B(2; −1), C(3; 4)

Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (6; -6) \Rightarrow$ chọn vectơ $\vec{n} = (1; 1)$ làm một vectơ pháp tuyến cho đường thẳng AB. Phương trình đường thẳng AB có dạng $x + y + c = 0$ qua A nên $-4 + 5 + c = 0 \Leftrightarrow c = -1$.

Phương trình đường thẳng AB: $x + y - 1 = 0$

$\overrightarrow{BC} = (1; 5)$

Biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - 1 \\ y = y' - 5 \end{cases}$

$x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow (x' - 1) + (y' - 5) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x' = y' - 7 = 0$

$\Leftrightarrow T_{\overrightarrow{BC}}(d) = d'$: Phương trình (d'): $x + y - 7 = 0$. Vì thế chọn (b).

427. Từ biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến: $\begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 2 \end{cases}$

$4x - 5y + 7 \Rightarrow 4(x - 3) - 5(y + 2) + 7 = 0$

$\Leftrightarrow 4x - 5y - 15 = 0$: Nay đường thẳng có ảnh là (Δ).

Vì thế chọn (c).

428. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AM} = (1; 6)$.

$$\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 6 \end{cases}$$

Gọi H(x; y) là chân đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC thì:

- $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0$

$\overrightarrow{AH} = (x - 2; y + 3)$, $\overrightarrow{BC} = (8; 4)$ cùng phương với vectơ $\vec{a} = (2; 1)$.

$\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 2(x - 2) + y + 3 \Leftrightarrow 2x + y = 1$ (1)

- $\overrightarrow{BH}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{BH} = (x + 1; y - 1)$. $\overrightarrow{BH}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2(y - 1) = x + 1$

$\Leftrightarrow x - 2y = -3$ (2)

Giải hệ (1) và (2) được $x = -\frac{1}{5}; y = -\frac{7}{5} : H\left(-\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$

Nếu H'(x'; y') là ảnh của H qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{v} = (1; 6)$ thì:

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{5} + 1 \\ y' = -\frac{7}{5} + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \frac{4}{5} \\ y' = \frac{23}{5} \end{cases} : H'\left(\frac{4}{5}; \frac{23}{5}\right)$$

Vì thế chọn (a).

429. A(−1; 3), B(2; −4). Từ giả thiết 3MA = MB, suy ra M ở bên trong đoạn AB và $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}.\vec{v} = (4; -5)$

Gọi M(x; y): $\overrightarrow{MA} = (-1 - x; 3 - y)$

$$\overrightarrow{MB} = (2 - x; -4 - y) \Rightarrow \frac{1}{3}\overrightarrow{MB} = \left(-\frac{2}{3} + \frac{x}{3}; \frac{4}{3} + \frac{y}{3}\right)$$

$$\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-x = -\frac{2}{3}+\frac{x}{3} \\ 3-y = \frac{4}{3}+\frac{y}{3}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x}{3} = -\frac{1}{3} \\ \frac{4y}{3} = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$\Rightarrow M\left(-\frac{1}{4};\frac{5}{4}\right)$

Từ biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x'_{M'} = x_M + 4 \\ y'_{M'} = y_M - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -\frac{1}{4} + 4 \\ y' = \frac{5}{4} - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \frac{15}{4} \\ y' = -\frac{15}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow M'\left(\frac{15}{4};-\frac{15}{4}\right)$. Vì thế chọn (b).

430. M(5; –2), N(1; 4). Gọi P(x; y) thì $\overrightarrow{PM} = (5-x;2-y)$,

$\overrightarrow{PN} = (1-x;4-y) \Rightarrow 2\overrightarrow{PN} = (2-2x;8-2y)$

$PM = 2PN \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x = 2-2x \\ -2-y = 8-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 10 \end{cases}$ P(–3;10)

$\vec{v} = (-2; 1)$

Từ biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = -3-2 \\ y' = 10+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -5 \\ y' = 11 \end{cases}$

⇒ P'(–5; 11) : Vậy chọn (b).

431. M(–3; 3), N(2; 1 – 3). Do P ở ngoài đường thẳng MN nên từ giả thiết

$4PM = 3PN \Rightarrow \overrightarrow{PM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{PN}$ (*)

Gọi P(x; y): $\overrightarrow{PM} = (-3-x;3-y)$

$\overrightarrow{PN} = (2-x;-3-y) \Rightarrow \frac{3}{4}\overrightarrow{PN} = \left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}x;\frac{-9}{4}-\frac{3}{4}y\right)$

$\overrightarrow{PM} = \frac{3}{4}PN \Leftrightarrow \begin{cases} -3-x = \frac{3}{2}-\frac{3}{4}x \\ 3-y = \frac{-9}{4}-\frac{3}{4}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}x = \frac{-9}{2} \\ \frac{1}{4}y = \frac{21}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -18 \\ y = 21 \end{cases}$: P(–18; 21)

Từ $\vec{v} = \left(12;-14\right)$ có biểu thức tọa độ:

$$\begin{cases} x' = -18+12 \\ y' = 21-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -6 \\ y' = 7 \end{cases} : P'(-6;7)$$

Vì thế chọn (b).

432. A(2; −1), B(−4; 2). M nằm trên đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ là hai vectơ trái chiều, vì thế 4MA = 5MB $\Rightarrow \dfrac{\overline{MA}}{\overline{MB}} = -\dfrac{5}{4}$.

Gọi M(x; y) thì $x = \dfrac{2+\frac{5}{4}.(-4)}{1+\frac{5}{4}} = \dfrac{-12}{9} = -\dfrac{4}{3}$

$$y = \dfrac{-1+\frac{5}{4}.2}{1+\frac{5}{4}} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3} : M\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right)$$

$\vec{v} = (1; -2)$ nên biểu thức tọa độ của phép tịnh tuyến theo vectơ $\vec{v}$ là:

$$\begin{cases} -\dfrac{4}{3} = x+1 \\ \dfrac{2}{3} = y-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{7}{3} \\ y = \dfrac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow P\left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{8}{3}\right)$$ là điểm mà ảnh của nó là M:

$T_{\vec{v}} = M$.

Vì thế chọn (a).

433. (C): $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$; $\vec{v} = (-3; 6)$ nên biểu thức tọa độ là:

$$\begin{cases} x' = x-3 \\ y' = y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x'+3 \\ y = y'-6 \end{cases} \quad (*)$$

Từ phương trình của (C) thay x, y theo (*):

$(x' + 3)^2 + (y' - 6)^2 - 2(x' + 3) + 2(y' - 6) - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x'^2 + t'^2 + 6x' - 2x' - 12y' + 2y' + 9 + 36 - 6 - 12 - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x'^2 + y'^2 + 4x' - 10y' + 25 = 0$:

$\Rightarrow$ ảnh của (C) là đường tròn (C') có phương trình:

$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 25 = 0$

Vì thế chọn (b).

434. $\vec{v} = (-1; 1)$ Biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 1 \end{cases}$

Thay vào phương trình (C’): $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 - (x - 1) + (y + 1) - \dfrac{1}{2} = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 3x + 3y + \dfrac{3}{2} = 0$ là phương trình của đường tròn có ảnh là đường tròn (C’).

Vì thế chọn (c).

435. (P): $y = 2x^2 - 3x + 2$ có đỉnh $S\left(\dfrac{3}{4}; \dfrac{7}{8}\right)$.

$\vec{v} = (4; -2)$. Biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 2 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Nếu $S' = T_{\vec{v}}(S)$ thì $\begin{cases} x' = \dfrac{3}{4} + 4 \\ y' = \dfrac{7}{8} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \dfrac{19}{4} \\ y' = -\dfrac{9}{8} \end{cases}$

$\Rightarrow S'\left(\dfrac{19}{4}; -\dfrac{9}{8}\right)$ Vì thế chọn (b).

436. (P’): $y = -x^2 + 4x - 2$ có trục đối xứng $x = 2$.

Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{4}\right)$ có biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = x - \dfrac{1}{2} \\ y' = y + \dfrac{1}{4} \end{cases}$

Từ $x' = x - \dfrac{1}{2} = 2 \Rightarrow x = 2 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{2}$.

$x = \dfrac{5}{2}$ hay $x - \dfrac{5}{2} = 0$ là trục đối xứng của parabol (P).

Vậy thế chọn (b).

437. (P): $y = x^2 - 2x + 6$, $\vec{v} = (-2; 1)$

Từ biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 2 \\ y = y' - 1 \end{cases}$

Thay vào phương trình của (P):

$y' - 1 = (x' + 2)^2 - 2(x' + 2) + 6$

$\Leftrightarrow y' - 1 = x'^2 + 2x' + 6 \Leftrightarrow y' = x'^2 + 2x' + 7$.

(P) có ảnh là (P'): $y = x^2 + 2x + 7$.

Vì thế chọn (c).

438. Gọi (P'): $y = 2x^2 + x - 5$.

Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -2)$: $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y - 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ thay vào phương trình (P'): $y - 2 = 2(x + 1)^2 + (x + 1) - 5$

$\Leftrightarrow y - 2 = 2x^2 + 5x - 2$

$\Leftrightarrow y = 2x^2 + 5x$ là phương trình của parabol (P) có ảnh là parabol qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -2)$.

Vì thế chọn (d).

439. (E): $16x^2 + 32y^2 - 512 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{32} + \dfrac{y^2}{16} = 1$

$C^2 = 32 - 16 = 16 \Rightarrow C = 4$

$\Rightarrow F_1(-4; 0)$

$\vec{v} = (8; -4)$ biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = 8 + x \\ y' = -4 + y \end{cases}$

$\Rightarrow$ Nếu $F'_1(x'; y')$ thì $\begin{cases} x' = -4 + 0 \\ y' = -4 + 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 \\ y' = -4 \end{cases}$

$F'_1(4; -4)$. Vì thế chọn (a).

440. (E): $5x^2 + 9y^2 - 45 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1 \Rightarrow A_2(3; 0)$

Biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = x + \dfrac{3}{2} \\ y' = y - \dfrac{5}{2} \end{cases}$

Nếu $A'_2(x'; y')$ thì $\begin{cases} x' = 3 + \dfrac{3}{2} \\ y' = 0 - \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \dfrac{9}{2} \\ y' = -\dfrac{5}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow A'_2\left(\dfrac{9}{2}; -\dfrac{5}{2}\right)$: Vì thế chọn (b).

PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC

441. (d) là phát biểu sai. Hình thang cân chỉ có một trục đối xứng: đó là đường thẳng đi qua trung điểm của 2 cạnh đáy. Vậy chọn (d).

442. Các hình vẽ trên chứng tỏ (b) là phát biểu sai: tam giác cân chỉ có một trục đối xứng. Vậy chọn (b).

443. (d): $x - 2y + 4 = 0$

Từ biểu thức tọa độ của phép đối xứng trục Ox: $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$.

Thay x, y trong (d) theo x', y':

$x' - 2(-y') + 4 = 0 \Leftrightarrow x' + 2y' + 4 = 0$

$\Rightarrow$ (d') có phương trình: $x + 2y + 4 = 0$.

Vì thế chọn (d).

444. (Δ): $4x - 3y + 5 = 0$.

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng trục Oy: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$.

Thay x, y trong phương trình của (Δ): $4(-x') - 3y' + 5 = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (Δ'): $4x + 3y - 5 = 0$

Vậy chọn (c).

445. (d): $2x + 5y - 7 = 0$. Xem biểu thức $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$, thay x, y theo x' và y'

được: $2x' + 5(-y') - 7 = 0 \Leftrightarrow 2x' - 5y' - 7 = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (d'): $2x - 5y - 7 = 0$

Vectơ pháp tuyến của (d): $\vec{n} = (2; 5)$

Vectơ pháp tuyến của (d): $\overrightarrow{n'} = (2; -5)$

$$\mathrm{Cos}(d, d') = \left|\cos\left(\vec{n}, \overrightarrow{n'}\right)\right| = \frac{|4 - 25|}{\sqrt{2^2 + 5^2}.\sqrt{2^2 + (-5)^2}} = \frac{21}{29}.$$

Vì thế chọn (b).

446. (d'): $5x - 4y - 6 = 0$. Từ biểu thức tọa độ của phép đối xứng trục Oy: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$, thay $x = -x'$, $y = y'$ trong phương trình của (d'):

$5(-x') - 4y' - 6 = 0$

$\Leftrightarrow -5x' - 4y' - 6 = 0 \Leftrightarrow 5x + 4y + 6 = 0$: đây là đường thẳng có ảnh là đường thẳng $5x - 4y - 6 = 0$ qua phép đối xứng trục Oy.

Vì thế chọn (d).

447. Từ phép thay $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$ trong phương trình của (d): $3x' - 7(-y') + 5 = 0$

$\Leftrightarrow 3x' + 7y' + 5 = 0$

Ta có phương trình (d') là: $3x + 7y + 5 = 0$. (d') cắt trục Ox tại $A\left(-\frac{5}{3};0\right)$ cắt trục Oy tại $B\left(0;-\frac{5}{7}\right)$

$\Rightarrow OA = \frac{5}{3}; OB = \frac{5}{7}$; $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.\frac{5}{3}.\frac{5}{7} = \frac{25}{42}$.

Vì thế chọn (d).

448. (d): $x - 2y + 3 = 0$. Từ phép đối xứng qua Oy: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$, thay $x = -x'$, $y = y'$ trong phương trình của (d): $-x' - 2y' + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0$ là phương trình (d').

(d) cắt Ox tại $M(-3; 0)$, (d') cắt Ox tại $N(3; 0)$

(d) và (d') cắt Oy tại $P\left(0;\frac{3}{2}\right)$

Tam giác cân PMN có $MN = 6$; $PM = PN = \sqrt{ON^2 + OP^2} = \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

Chu vi tam giác $PMN = MN + PN + PM = 6 + 3\sqrt{5} = 3\left(2 + \sqrt{5}\right)$

Vì thế chọn (a).

449. (d): $2\sqrt{3}x + 2y - 3\sqrt{3} = 0$. Qua phép đối xứng qua Oy: $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$, thay x, y trong (d) thành x', y':

$2\sqrt{3}x' + 2y - 3\sqrt{3} = 0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}x' - 2y' - 3\sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow$ (d') $2\sqrt{3}x - 2y - 3\sqrt{3} = 0$

(d) cắt Ox tại A$\left(\frac{3}{2};0\right)$, cắt Oy tại B$\left(0;\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

(d') cắt Ox tại A$\left(\frac{3}{2};0\right)$, cắt Oy tại C$\left(0;-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}.BC.OA = \frac{1}{2}.3\sqrt{3}.\frac{3}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ đơn vị diện tích.

Vì thế chọn (c).

450. (d): $2x + y - 4 = 0$. Gọi (d') là đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (d). Phương trình (d') có dạng $x - 2y + C = 0$.

$M \in (d') \Leftrightarrow -2 - 2\,.\,3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 8 \Rightarrow (d'): x - 2y + 8 = 0$.

I là giao điểm của (d) và (d'): tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow I(0;\,4)$$

M' đối xứng với M qua (d) ⇔ M; ∈ (d') và I là trung điểm của MM'

$$\begin{cases} x_{M'} + x_M = 2c_I \\ y_{M'} + y_M = 2y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} - 2 = 0 \\ y_{M'} + 3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow M'\,(2;\,5)$$

Vì thế chọn (b).

451. (Δ): $4x + 5y - 9 = 0$. Gọi (Δ') là đường thẳng qua A và vuông góc với (Δ). Phương trình (Δ') có dạng $5x - 4y + C = 0$

$A \in (\Delta') \Leftrightarrow 5(-3) - 4(-4) + C = 0$

$C = -1$. Phương trình (Δ'): $5x - 4y - 1 = 0$

I là giao điểm của (Δ) và (Δ'): tọa độ của I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5x - 4y = 1 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1;\,1)$$

A' đối xứng với A qua (Δ) ⇔ A' ∈ (Δ') và AA' nhận I làm trung điểm.

$$\begin{cases} x_{A'} + x_A = 2x_I \\ y_{A'} + y_A = 2y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + (-3) = 2 \\ y + (-4) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow A'(5;\,6)$$

(a) là kết luận đúng.

452. (p): $3x - 2y + 6 = 0$. Gọi (p') là đường thẳng đi qua C và vuông góc với (p). Phương trình (p') có dạng $2x + 3y + c = 0$.

$$C \in (p') \Leftrightarrow 2\frac{1}{2} + 3(-6) + c \Leftrightarrow c = 17:$$

Phương trình (p'): 2x + 3y – 1 = 0

Gọi H là giao điểm của (p) và (p').

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 2y = -6 \\ 2x + 3y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}$$

H(–4; –3)

C' đối xứng với C qua trục (P) ⇔ CC' nhận H làm trung điểm:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} + x_C = 2x_H \\ y_{C'} + y_C = 2y_H \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} + \dfrac{1}{2} = -8 \\ y_{C'} - 6 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} = -\dfrac{17}{2} = -8{,}5 \\ y_{C'} = 0 \end{cases}$$

C'(–8,5; 0)

Vì thế chọn (b).

453. (d_1): x – 3y + 2 = 0, (d_2): 2x – y – 1 = 0

Trước hết tìm giao điểm của (d_1) và (d_2) từ hệ $\begin{cases} x - 3y = -2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

(d_1) ∩ (d_2) = {M}, M(1; 1)

Chọn điểm A (4; 2) ∈ (d_1). Gọi (Δ) là đường thẳng qua A và vuông góc với (d_2):

Phương trình (Δ) có dạng: x + 2y + C = 0. A ∈ (Δ) ⇔ 4 + 2.2 +C = 0

⇔ C = –8 ⇒ phương trình (Δ): x + 2y – 8 = 0

(Δ) cắt (d_2) tại H. Tọa độ H là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} : H(2;\ 3).$$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (d_2): AA' nhận H làm trung điểm:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} + 4 = 4 \\ y_{A'} + 2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 0 \\ y_{A'} = 4 \end{cases} \qquad A'(0;\ 4).$$

Gọi (d_3) là đường thẳng đối xứng với (d_1) qua (d_2): (d_3) chính là đường thẳng đi qua M và A'.

$\overline{MA'} = (-1; 3) \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của (d_3) là $\vec{n} = (3; 1)$. Phương trình (d_3) có dạng $3x + y + C = 0$ qua M $\Leftrightarrow 3.1 + 1 + C = 0 \Leftrightarrow C = -4$

Phương trình (d_3): $3x + y - 4 = 0$.

Vậy chọn (d).

454. (Δ_1): $2x + 3y + 5 = 0$, (Δ_2): $2x + y + 3 = 0$ cắt nhau tại A(x; y): tọa độ của A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ 2x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$ $A(-1; -1)$.

Chọn điểm $M(2; -3) \in (\Delta_1)$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (Δ_2).

Phương trình (d) có dạng: $x - 2y + C = 0$

$M \in d \Leftrightarrow 2 - 2(-3) + C = 0 \Leftrightarrow C = -8$

Gọi I là giao điểm của (Δ_2) và (d): tọa độ I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2}{5} \\ y = -\dfrac{19}{5} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{2}{5}; -\frac{19}{5}\right)$$

Gọi M' là điểm đối xứng của M qua I : MM' nhận I làm trung điểm

$$\begin{cases} x_{M'} + 2 = \dfrac{4}{5} \\ y_{M'} - 3 = -\dfrac{38}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = -\dfrac{6}{5} \\ y_{M'} = -\dfrac{23}{5} \end{cases} : M'\left(-\frac{6}{5}; -\frac{23}{5}\right)$$

Nếu (Δ_3) là đường thẳng đối xứng của (Δ_1) qua (Δ_2) đi qua hai điểm A và M'.

$$\overrightarrow{AM'} = \left(-\frac{6}{5} + 1; -\frac{23}{5} + 1\right) = \left(-\frac{1}{5}; -\frac{18}{5}\right)$$

$\Rightarrow$ Chọn $\vec{n} = (18; -1)$ làm vectơ pháp tuyến của (Δ_3).

Phương trình (Δ_3) có dạng $18x - y + C = 0$. Điểm $A \in (\Delta_3)$

$\Leftrightarrow 18.(-1) - (-1) + C = 0 \Leftrightarrow C = 17$.

$\Rightarrow$ Phương trình (Δ_3) : $18x - y + 17 = 0$

Vì thế chọn (b).

455. (P): $y = 2x^2 - 3x + 2$. Từ biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$ thay x, y bởi x', y' trong phương trình (P):

$-y' = 2x'^2 - 3x' + 2$

$\Leftrightarrow y' = -2x^2 + 3x' - 2$

$\Rightarrow$ (P') đối xứng của (P) qua trục Ox: $y = -2x^2 + 3x - 2$.

Vì thế chọn (d).

456. (P): $y = 2x^2 - 3x + 2$. Từ biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$, thay x', y' theo x', y theo x, y từ phương trình (P):

$-y' = -x^2 + 4x + 5$

Được $y = x^2 - 4x - 5$ là phương trình của parabol có ảnh là (P).

Vì thế chọn (b).

457. (P): $y = 3x^2 - 5x - 2$. Phép đối xứng qua Oy: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$ thay x, y trong (P) theo x', y': $y' = 3(-x')^2 - 5(-x') - 2$

$\Leftrightarrow y' = 3x^2 + 5x' - 2$

$\Rightarrow$ Ảnh của (P) qua phép đối xứng trục Oy là parabol có phương trình $y = 3x^2 + 5x - 2$.

Vì thế chọn (c).

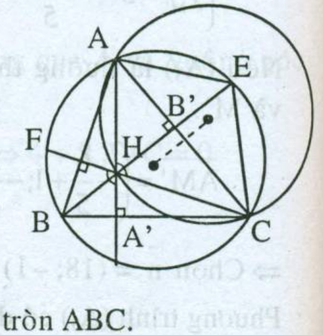
458. (P): $y = 3 + 2x - x^2$. Thay x', y' theo x, y từ phương trình (P):

$y' = 3 + 2x' - x^2 \Leftrightarrow y = 3 + 2(-x) - (-x)^2 = 3 - 2x - x^2$

$\Rightarrow$ Parabol có ảnh qua phép đối xứng trục Oy là $y = 3 - 2x - x^2$.

Vì thế chọn (a).

459. Vẽ hình theo đề toán.



Vì $E = Đ_{AC}(H)$

$\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{AHC} = \widehat{A'HC'} = 180^0 - \hat{B}$

(Do $\widehat{A'HC'B}$ là tứ giác nội tiếp)

- $F = Đ_{(AB)}(H) \Rightarrow \widehat{BFA} = 180^0 - \hat{C}$

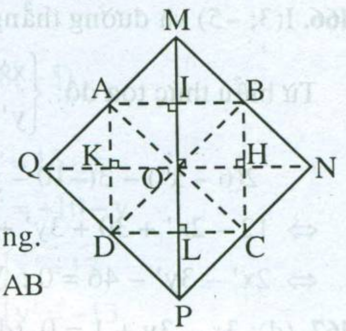
$\Rightarrow$ AFBC là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow$ F nằm trên đường tròn ABC.

- Do tam giác AHC là ảnh của tam giác AEC qua phép đối xứng trục AC $\Rightarrow$ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC là ảnh của tâm O của tam giác AEC qua phép đối xứng trục AC: đó là điểm O' đối xứng của O qua AC.

(c) là phát biểu sai.

(d) cũng là phát biểu đúng. (Xem hình vẽ: cung nhỏ AHC thuộc đường tròn tâm O', đối xứng của đường tròn O qua trục AC).

460. Vẽ hình theo đề toán:



- $M = Đ_{(AB)}(O) \Rightarrow MAB = \Delta OAB$

$\Rightarrow \widehat{MBA} = 45^0$

Tương tự: $\widehat{NBC} = 45^0$

$\widehat{MBA} + \widehat{ABC} + \widehat{NBC} = 180^0 \Rightarrow$ M, B, N thẳng hàng.

- Tam giác vuông cân OMN cân tại O có OM = AB

$\Rightarrow MB = \frac{1}{2}MN = \frac{AB}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow MN = \sqrt{2}AB = \frac{AB}{MN} = \frac{1}{\sqrt{2}}$: (c) sai

- Từ $\frac{AB}{MN} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{AB^2}{MN^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN^2 = 2AB^2 \Rightarrow S_{MNPQ} = 2S_{ABCD}$

Chỉ có (c) là phát biểu sai.

PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

461. Câu (a) sai: hình chữ nhật chỉ có một tâm đối xứng.

462. Câu (c) sai: parabol chỉ có một trục đối xứng, không có tâm đối xứng.

463. (b) là kết luận sai: phép đối xứng tâm O(0; 0), B(4; 1) sẽ có ảnh hưởng là B'(–4; –1).

464. I(2; –1). Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I:

$$\begin{cases} x' = 4 - x \\ y' = -2 - y \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Nếu M(4; –3) thì M'(x'; y') có $\begin{cases} x' = 4 - 4 \\ y' = -2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ M'(0; 1). Vì thế chọn (c).

465. I(–2; 3). Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = -4 - x \\ y' = 6 - y \end{cases}$

N(5; –4): $\begin{cases} 5 = -4 - x \\ -4 = 6 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 10 \end{cases}$

Điểm có ảnh N là điểm A(–9; 10) : Vì thế chọn (a).

466. I(3; –5) và đường thẳng $2x - 3y + 4 = 0$ (*)

Từ biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = 6 - x \\ y' = -10 - y \end{cases}$ thay x, y trong (*) bởi x', y':

$$2(6 - x') - 3(-10 - y') + 4 = 0$$

$\Leftrightarrow 12 - 2x' + 30 + 3y' + 4 = 0 \Leftrightarrow -2x' + 3y' + 46 = 0$

$\Leftrightarrow 2x' - 3y' - 46 = 0$: Vì thế chọn (c).

467. (d): $3x - 3y + 1 = 0$. (d'): $3x - 2y - 7 = 0$. Trước hết tìm tập hợp các tâm đối xứng của (d) và (d'): đó là tập hợp điểm M(x; y) thỏa

$$\frac{3x - 2y + 1}{\sqrt{13}} = -\frac{(3x - 2y - 7)}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow 6x - 4y - 6 = 0$$

$\Leftrightarrow 3x - 2y - 3 = 0\ (\Delta)$

A(1; 0) $\in (\Delta)$: (a) đúng.

B(–1; –3): $3(-1) - 2(-3) - 2 = 0$: B $\in (\Delta)$: (b) đúng.

C(3; 3): $3.3 - 2.3 = 0$: C(3; 3) $\in (\Delta)$: (c) đúng.

D(–3; –3): $3(-3) - 2(-3) - 3 = -9 + 6 - 3 \neq 0$: D $\notin (\Delta)$: (d) sai.

Vì thế chọn (d).

468. (Δ): $4x + 5y + 2 = 0$, (Δ'): $4x - 5y - 6 = 0$. Lấy một điểm I(x; y) cách đều (Δ) và (Δ'): Tọa độ của I thỏa $\dfrac{4x + 5y + 2}{\sqrt{41}} = \dfrac{-(4x + 5y - 6)}{\sqrt{41}}$

$\Leftrightarrow 8x + 10y - 4 = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 2 = 0$: đây là đường thẳng (d).

Với $I_1(2; -2) : 4.2 + 5(-2) \neq 0$. $\quad I_1 \notin (d)$

$I_2(-2; 2) : 4(-2) + 5.2 - 2 = 0$. $\quad I_2 \in (d)$

$I_3(2; 2) : 4.2 + 5.2 - 2 \neq 0$. $\quad I_3 \notin (d)$

$I_4(-2; -2) : 4(-2) + 5(-2) \neq 0$. $\quad I_4 \notin (d)$.

$\Rightarrow$ (b) là kết luận đúng.

469. A(2; –1), B(–3; 2), C(–5; 5) $\Rightarrow$ G(–2; 2)

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm G: $\begin{cases} x' = -4 - x \\ y' = 4 - y \end{cases}$

C(–5; 5), C'(x'; y') thì $\begin{cases} x' = -4 - (5) \\ y' = 4 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 \\ y' = -1 \end{cases}$

C'(1; –1). Vì thế chọn (a).

470. A(−1; 3), B(2; −4), G(3; −2)

Gọi C(x; y) thì $\begin{cases} x-1+2=9 \\ y+3-4=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=8 \\ y'=-5 \end{cases}$: C(8; −5)

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm C: $\begin{cases} x'=16-x \\ y'=-10-y \end{cases}$

A(−1; 3). Nếu A'(x'; y') thì $\begin{cases} x'=16-1(-1) \\ y'=-10-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=17 \\ y'=-13 \end{cases}$

⇒ A'(17; −13).

Vì thế chọn (c).

471. A(1; 2), B(2; −2), C(−4; −6)

Trung điểm BC là M(−2; −4).

$\overrightarrow{AB}=(1;-4)\perp\vec{n}=(4;1)$. Chọn $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến cho đường thẳng AB. Phương trình đường thẳng AB có dạng 4x + y + C = 0. Điểm A thuộc AB ⇔ 4.1 + 2.C = 0 ⇔ C = −6.

Phương trình cạnh AB: 4x + y − 6 = 0

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm M(−2; −4).

$$\begin{cases} x'=-4-x \\ y'=-8-y \end{cases}$$

Thay x, y trong (*) thành x', y': 4(−4 − x') + (−8 − y') − 6 = 0

⇔ −16 − 4x' − 8 − y' − 6 = 0 ⇔ 4x' + y' + 30 = 0 hay 4x + y + 30 = 0.

Vì thế chọn (d).

472. A(3; 4), B(2; 1), C(3; −1)

$\overrightarrow{BC}=(1;-2)\perp\vec{n}=(2;1)$: đây là vectơ pháp tuyến của đường thẳng BC.

Phương trình BC có dạng 2x + y + c = 0 qua B nên 2.2 + 1 + c = 0 ⇔ c = −5. Cạnh BC: 2x + y − 5 = 0

Đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{BC}$ = (1; −2) nên phương trình có dạng x − 2y + c = 0 qua A nên 3 − 2.4 + c = 0 ⇔ c = 5. Đường cao kẻ từ A: x − 2y + 5 = 0

Tọa độ H là nghiệm của phương trình: $\begin{cases} x-2y=-5 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

$\overrightarrow{AB}=(-1;-3)\perp\vec{p}=(3;-1)$

Chọn $\vec{p}$ làm vectơ pháp tuyến cho cạnh AB. Phương trình cạnh CB có dạng $3x - y + c = 0$ qua b $\Leftrightarrow 3.2 - 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -5$.

Cạnh AB: $3x - y - 5 = 0$.

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm H(1; 3): $\begin{cases} x' = 2 - x \\ y' = 6 - y \end{cases}$

Trong phương trình $3x - y - 5 = 0$ thay x, y bởi x', y':

$$3(2 - x') - (6 - y') - 5 = 0 \Leftrightarrow 6 - 3x' - 6 + y' - 5 = 0$$

$\Leftrightarrow 3x' - y' + 5 = 0$ hay $3x - y + 5 = 0$

Vì thế chọn (a).

473. (d): $3x + 4y - 1 = 0$. I(2; –1)

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = 4 - x \\ y' = -2 - y \end{cases}$

Thay x, y trong (d) bởi x', y': $2(4 - x') + 4(-2 - y') - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 12 - 3x' - 8 - 4y' - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x' + 4y' - 3 = 0$

$\Rightarrow$ (d'): $3x + 4y - 3 = 0$

Chọn M(–1; 1) $\in$(d). $d(M; d') = \dfrac{|+3(-1) + 4.1 - 3|}{5} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$

Vì thế chọn (c).

474. (Δ): $2x + 5y - 10 = 0$, I(–3; 5)

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = -6 - x \\ y' = 10 - y \end{cases}$ thay x, y trong (Δ) bởi x', y':

$$2(-6 - x') + 5(10 - y') - 10 = 0 \Leftrightarrow -2x' - 5y' + 28 = 0$$

$\Leftrightarrow 2x' + 5y' - 28 = 0$

(Δ') cắt Ox tại A(14; 0), cắt Oy tại B$\left(0; \dfrac{28}{5}\right)$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.14.\frac{28}{5} = \frac{196}{5} = 39{,}2 \text{ đơn vị diện tích.}$$

Vì thế chọn (b).

475. (C): $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$. $I\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = -1 - x \\ y' = 3 - y \end{cases}$. Thay x, y trong (C) bởi x', y':

$$(-1 - x')^2 + (3 - y')^2 - 4(-1 - x') + 2(3 - y') - 4 = 0$$

$\Leftrightarrow x'^2 + y'^2 + 6x' - 8y' + 16 = 0$ hay $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$

Vì thế chọn (c).

476. (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 32 = 0$. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = 3 - x \\ y' = 1 - y \end{cases}$. Thay x, y trong (C) bởi x', y':

$$(3 - x')^2 + (1 - y')^2 + 2(3 - x') - 4(1 - y') - 32 = 0$$

$\Leftrightarrow x'^2 + y'^2 - 8x' + 2y' - 20 = 0$. Hay $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 20 = 0$ (C').

Cho y = 0 được $x^2 - 8x - 20 = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hay $x = -2$

$\Rightarrow$ Một giao điểm của (C') với trục Ox là C(−2; 0)

Vì thế chọn (c).

477. (C): $x^2 + y^2 + x - 3y - 6 = 0$. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = 3 - x \\ y' = 1 - y \end{cases}$. Thay x, y trong (C) bởi x', y' sẽ được phương trình của (C')

$$(1 - x')^2 + (1 - y')^2 + (1 - x') - 3(1 - y') - 6 = 0$$

$\Leftrightarrow x'^2 + y'^2 - 3x' + y' - 6 = 0$ hay $x^2 + y^2 - 3x + y - 6 = 0$.

Cho x = 0 được $y^2 + y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = -3$ hay $y = 2$.

$\Rightarrow$ Một giao điểm của (C') với trục Oy là B(0; −3)

Vì thế chọn (b).

478. (C): $x^2 + y^2 - x + 3y - 4 = 0$. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = -1 - x \\ y' = -1 - y \end{cases}$. Thay x, y trong (C) bởi x', y':

$$(-1 - x')^2 + (-1 - y')^2 - (-1 - x') + 3(-1 - y') - 4 = 0$$

$\Leftrightarrow x'^2 + y'^2 + 3x' + y' - 4 = 0$ hay $x^2 + y^2 + 3x - y - 4 = 0$. Đây là phương trình của (C')

Cho $y = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hay $x = -4$.

$\Rightarrow$ (C') cắt Ox tại A(–4; 0), B(1; 0) $\Rightarrow$ AB = 5.

Vì thế chọn (d).

479. (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 24 = 0$. $\quad I\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = 1 - x \\ y' = -1 - y \end{cases}$. Thay x, y trong (C) bằng x', y':

$$(-1 - x')^2 + (-1 - y')^2 + 2(1 - x') - 4(-1 - y') - 24 = 0$$

$\Rightarrow$ (C') có phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 16 = 0$

Cho $x = 0 \Rightarrow y^2 + 6y - 16 = 0 \Leftrightarrow y = -8$ hay $x = 2$.

$\Rightarrow$ (C') cắt Oy tại M(0; –8), N(0; 2) $\Rightarrow$ MN = 10.

Vì thế chọn (c).

480. (P): $y = x^2 + 2x$. $\quad I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I: $\begin{cases} x' = 1 - x \\ y' = 3 - y \end{cases}$. Thay x, y trong (P) bằng x', y': $3 - y' = (1 - x')^2 + 2(1 - x')$

$\Leftrightarrow 3 - y' = x'^2 - 2x' + 1 + 2 - 2x'$

$\Leftrightarrow 3 - y' = x'^2 - 4x' + 3$

$\Leftrightarrow y' = -x'^2 + 4x'$ (P').

(P') cắt trục Ox tại O(0; 0), A(4; 0)

$\Rightarrow$ OA = 4 đơn vị chiều dài.

Vì thế chọn (d).

PHÉP QUAY

481. B(2; 1). Gọi B'(x; y) thì do $B' = Q_{(0;90^0)}(B)$ nên:

$$OB'^2 = OB^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 5 \qquad (1)$$

Tam giác OBB' vuông cân tại O nên $BB'^2 = OB'^2 + OB^2 = 10$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 10 \qquad (2)$

(2) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 = 10$. thay $x^2 + y^2 = 5$ được $-4x - 2y = 0$

$\Leftrightarrow y = -2x$. Thay vào (1): $x^2 + (-2x)^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

$\Rightarrow$ B'(–1; 2) (Do B (2; 1) thuộc cung phần tư I $\Rightarrow$ B' thuộc cung phần tư II). Vì thế chọn (c).

482. Vì $Q_{(0;-90^0)}(A) = A'$ nên AOA' là tam giác vuông cân tại O:

Gọi A'(x; y) thì: $OA'^2 = x^2 + y^2 = OA = 4 + 9 = 13$

Ngoài ra $AA'^2 = 2OA^2 = 26 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 26$

$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 26 \Leftrightarrow -4x - 6y = 0$ (do $x^2 + y^2 = 13$)

$\Leftrightarrow y = \dfrac{-2x}{3}$.

$$x^2 + y^2 = x^2 + \left(-\frac{2x}{3}\right)^2 = 13 \Leftrightarrow \frac{13x^2}{9} = 13 \Leftrightarrow x^2 = 9x = \pm 3.$$

Chọn x = 3 (do A' thuộc cung phần tư thứ IV).

$\Rightarrow$ y = –2. A'(3; –2).

Vì thế chọn (a).

483. M(4; 3) $\Rightarrow$ OM = 5. Gọi M'(x; y) thì:

$OM'^2 = x^2 + y^2 = OM^2 = 25$

$$\cos\left(\overrightarrow{OM'};\overrightarrow{OM}\right) = \cos 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{4x + 3y}{\sqrt{x^2 + y^2}.\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x + 3y}{25} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow y = \frac{25 - 4\sqrt{2}x}{3\sqrt{2}}$$

Thế vào $x^2 + y^2 = 25$ được phương trình $x^2 + \left(\dfrac{25 - 4\sqrt{2}x}{3\sqrt{2}}\right)^2 = 25$

$\Leftrightarrow 18x^2 + 32x^2 - 200\sqrt{2}\,x + 625 = 450$

$\Leftrightarrow 50x^2 - 200\sqrt{2}\,x + 175 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 8\sqrt{2}\,x + 7 = 0$

$\Delta' = 32 - 14 = 18 \qquad x_1 = \dfrac{4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

$x_2 = \dfrac{4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{2} = \dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ (loại do theo góc quay, x < 4)

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{25-4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{21}{3\sqrt{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow M'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$$

Vì thế chọn (c).

484. $A(-1; 2) \Rightarrow OA^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$

Gọi A'(x; y) thì $OA^2 = x^2 + y^2\} \Rightarrow OA = OA' \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 5$

$$\overrightarrow{OA'} = \left(x;y\right), \overrightarrow{OA} = \left(-1;2\right)$$

Gọi A'(x; y) thì $\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{OA'};\overrightarrow{OA}\right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{-x+2y}{\sqrt{x^2+y^2}.\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -x+2y = \frac{5}{2} \Leftrightarrow y = \frac{2x+5}{4}$$

Thay vào $x^2 + y^2 = 5 : x^2 + \left(\frac{2x+5}{4}\right)^2 = 5 \Leftrightarrow 16x^2 + 4x^2 + 20x + 25 = 80$

$\Leftrightarrow 20x^2 + 20x - 55 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 11 = 0 \qquad \Delta' = 4 + 44 = 48$

$\Rightarrow x_1 = \frac{-2-4\sqrt{3}}{4} = -\sqrt{3} - \frac{1}{2}; x_2 = \frac{-2+4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} - \frac{1}{2}$: loại nghiệm này vì với vị trí điểm A và góc quay 60^0, $x_{A'} < 0$.

$$x = -\sqrt{3} - \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{-2\sqrt{3}+5}{4} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow A'\left(-\sqrt{3} - \frac{1}{2}; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

Vì thế chọn (b).

485. $A(5; 2)$, $\cos\alpha = \frac{20}{29}$.

Gọi A'(x; y) thì : $OA'^2 = OA^2 = x^2 + y^2 = 25 + 4 = 29$

$$\overrightarrow{OA'} = \left(x;y\right), \overrightarrow{OA} = \left(5;2\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{OA'};\overrightarrow{OA}\right) = \frac{5x+2y}{\sqrt{x^2+y^2}.\sqrt{5^2+2^2}} = \frac{20}{29} \Leftrightarrow \frac{5x+2y}{29} = \frac{20}{29}$$

$\Leftrightarrow 5x + 2y = 20 \Leftrightarrow y = \dfrac{20-5x}{2}$

Thay vào $x^2 + y^2 = 29$: $x^2 = \left(\dfrac{20-5x}{2}\right)^2 = 29$

$\Leftrightarrow 4x^2 + 25x^2 - 200x + 400 = 116$

$\Leftrightarrow 29x^2 - 200x + 284 = 0 \quad \Delta' = 1764 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 42$

$x_1 = 2;\ x_2 = \dfrac{142}{29}(\text{loại}) \qquad x = 2$ thì $y = \dfrac{20-5.2}{2} = 5$

$\Rightarrow A'(2; 5)$.

Vì thế chọn (a).

486. $I(0; 4)$. $M(5; -1)$, $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$.

Gọi $M'(x; y)$ thì: $\overrightarrow{IM'} = (x; y-4)$

$\overrightarrow{IM} = (5; -5)$

$IM'^2 = IM^2 = x^2 + (y-4)^2 = 25 + 25 = 50.$

$$\cos(\alpha) = \cos\left(\overrightarrow{IM'}\overrightarrow{IM'}\right) = \frac{5x - 5(y-4)}{\sqrt{25+25}.\sqrt{x^2+(y-4)^2}} = \frac{5(x-y+4)}{50} = -\frac{4}{5}$$

$\Leftrightarrow x - y + 4 = -8 \Leftrightarrow x^2 + (x + 12 - 4)^2 = 50$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 16x + 64 - 50 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 7 = 0$

$\Rightarrow x = -1$ hay $x = -7$. Thay $x = -7$ được $y = 5$.

$\Rightarrow M'(-7; 5)$ (Phép quay cho duy nhất một ảnh)

Vì thế chọn (b).

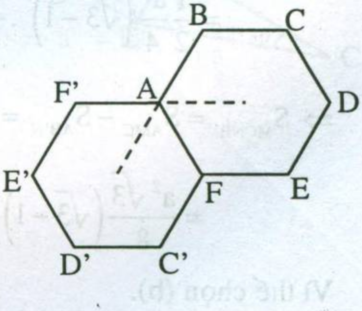
487. Hãy ghi lại ảnh của từng đỉnh lục giác đều ABCDEF qua phép quay tâm A, góc quay -120^0:

$Q_{(A;-120^0)}(A) = A'$

$Q_{(A;-120^0)}(B) = B'$

$Q_{(A;-120^0)}(C) = C'$

$Q_{(A;-120^0)}(D) = D'$



$$Q_{\left(A;-120^0\right)}(E) = E'$$

$$Q_{\left(A;-120^0\right)}(F) = F'$$

Theo thứ tự ghi ở trên thì $Q_{\left(A;-120^0\right)}$ (CEF) = C'E'F'

(d) là kết luận sai.

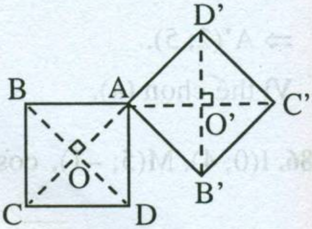
488. Hãy xem cách quay từng điểm:

$$Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)} = \left(A\right) = A';Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}(O) = O'$$

$$Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)} = (B) = B';Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}(C) = C'$$

$$Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}\left(D\right) = D'$$

$$Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}\left(OB\right) = O'B':$$



(b) là kết luận sai.

489. Trong hình vẽ bên: $Q_{\left(M;-90^0\right)}$(ABC) = A'B'C'

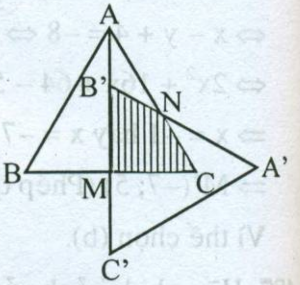
Phần chung của hai tam giác ABC và A'B'C' là tứ giác MCNB'

Dễ thấy AB' = A'C = B'N = NC

$$\widehat{AB'N} = \widehat{A'CN} = 120^0$$

AB' = B'N = AM – B'M

$$= \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$$



$$\Rightarrow S_{AB'N} = \frac{1}{2}AB'.B'N.\sin AB'N$$

$$= \frac{1}{2}\frac{a^2}{4}\left(\sqrt{3}-1\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}2.\left(2-\sqrt{3}\right)\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2}{8}\left(2\sqrt{3}-3\right)$$

$$\Rightarrow S_{MCNB'} = S_{AMC} - S_{AB'N} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} - \frac{a^2}{8}\left(2\sqrt{3}-3\right) = \frac{a^2}{8}\left(\sqrt{3}-2\sqrt{3}+3\right)$$

$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{8}\left(\sqrt{3}-1\right)$$

Vì thế chọn (b).

490. Xem hình vẽ bên:

$Q_{\left(A;\frac{\pi}{2}\right)}(N) = C;\ Q_{\left(A;\frac{\pi}{2}\right)}(M) = M'$

$Q_{\left(A;\frac{\pi}{2}\right)}(C) = C'$

$\Rightarrow Q_{\left(A;\frac{\pi}{2}\right)}(ANMC) = ACM'C'$

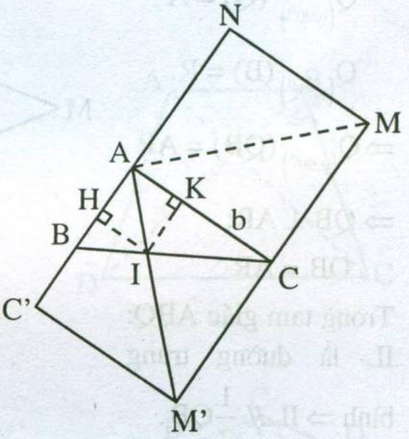
AM' cắt BC tại I thì AI là đoạn phân giác tam giác vuông ABC.

Đặt AI = *l* thì IH = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$S_{ABC} = S_{ABI} + S_{ACI}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2}c\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}b\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow bc = \frac{1}{2}(b+c)l = \frac{\sqrt{2}bc}{b+c}$



$AM' = b\sqrt{2} \Rightarrow M'I = AM' - AI$

$= b\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}b.c}{b+c} = b\sqrt{2}\left(1 - \frac{c}{b+c}\right)$

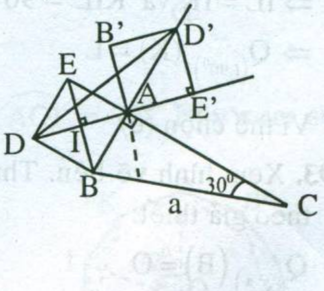
$= b\sqrt{2}.\frac{b+c-c}{b+c} = \frac{\sqrt{2}b^2}{b+c}$

Vì thế chọn (c).

491. Kéo dài các tia BA, DA, tia phân giác góc A: các cung tròn tâm A, góc quay $-\frac{3\pi}{4}$, bán kính AB, AD, AE.

Cắt các tia nói trên tại B', D', E':

$Q_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}(ABDE) = AB'D'E'$.



Xét tam giác vuông DD'E' có:

$D'E' = AB = \frac{a}{2}; DE'$

$= DA + AE' = AB\sqrt{2} + AB$

$= AB\left(\sqrt{2}+1\right) = \frac{a}{2}\left(\sqrt{2}+1\right)$.

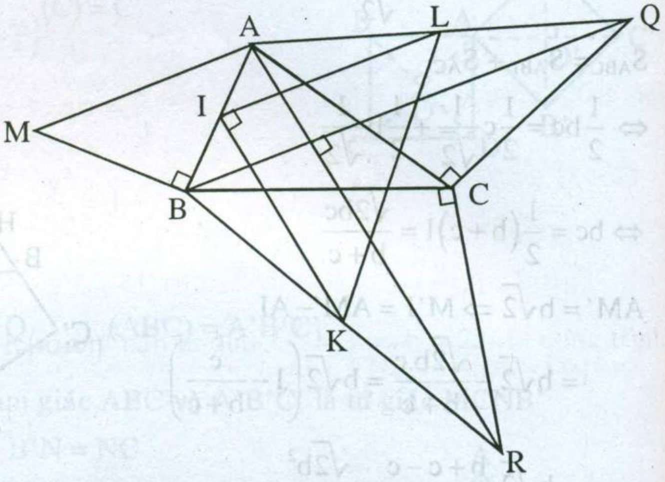
$$\Rightarrow DD'^2 = DE'^2 + D'E'^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left[\frac{a}{2}\left(\sqrt{2}+1\right)\right]^2 = \frac{a^2}{4}\left[1+3+2\sqrt{2}\right]$$

$$= \frac{a^2}{4}\left(4+2\sqrt{2}\right) = \frac{a^2}{2}\left(2+\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow DD' = \frac{a}{\sqrt{2}}\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

Vì thế chọn (a).

492. Vẽ hình theo giả thiết:



$Q_{(c:90^0)}(Q) = A$

$Q_{(c:90^0)}(B) = R.$

$\Rightarrow Q_{(c:90^0)}(QB) = AR$

$\Rightarrow QB \perp AR;$

$QB = AR$

Trong tam giác ABQ:

IL là đường trung bình $\Rightarrow IL // \frac{1}{2}QB$.

Trong tam giác BAR:

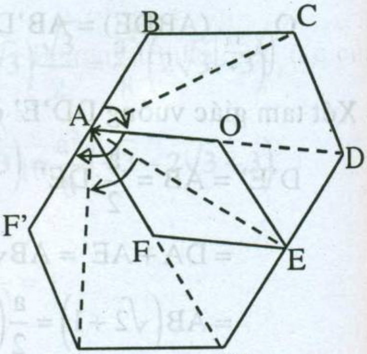
IK là đường trung bình $\Rightarrow IK // \frac{1}{2}AR$.

$\Rightarrow IL = IK$ và $\widehat{KIL} = 90^0$

$\Rightarrow Q_{(I:90^0)}(K) = L$

Vì thế chọn (c).

493. Xem hình vẽ bên. Thực hiện phép quay theo giả thiết:



$Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}\left(B\right) = O$

$Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}\left(C\right) = E$

$Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}\left(D\right) = D'$

$Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(E) = E'$

$Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(F) = F' \Rightarrow Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(ABC) = AOE$

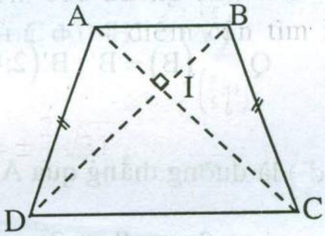
$Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(BCD) = OED'$

$Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(CDE) = ED'E'$

$Q_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(CEF) = EE'F'$

Chỉ có (b) sai.

494. Xem hình vẽ bên:



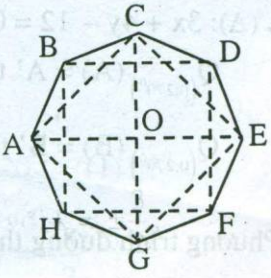
$Q_{(I;90^0)}(D) = C$

$Q_{(I;90^0)}(B) = A$

$\Rightarrow Q_{(I;90^0)}(BD) = AC$

Chỉ có (c) là phát biểu sai.

495. $Q_{\left(O;-\frac{\pi}{2}\right)}(AB) = CD$: đúng

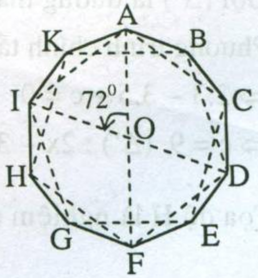


$Q_{\left(O;\frac{\pi}{2}\right)}(DE) = BC$: đúng

$Q_{\left(O;\frac{\pi}{4}\right)}(CD) = BC$: đúng

$Q_{\left(O;\frac{3\pi}{4}\right)}(BCD) = GHA$: chỉ có (d) sai.

496. Xem hình vẽ: Vì là hình thập giác đều nên $\widehat{AOI} = 72^0$. Hãy xem sự tương ứng giữa các điểm qua phép quay:



$A \to I$ $D \to B$ $G \to E$

$B \to K$ $E \to C$ $H \to F$

$C \to A$ $F \to D$ $I \to G$ $K \to H$

Qua tương ứng kê ở trên:

$Q_{(O;72^0)}(GHI) = EFG \Rightarrow$ (c) là kết luận sai.

497. I(–1; 3), A(0; –4), A'(–6; –2)

$$\overrightarrow{IA} = \left(1;-7\right); \overrightarrow{IA'} = \left(-5;-5\right)$$

$$\cos\left(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IA'}\right) = \frac{-5+35}{\sqrt{1^2+\left(-7\right)^2}.\sqrt{\left(-5\right)^2+\left(-5\right)^2}} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2 a} = \sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

Vì thế chọn (d).

498. (d): x + 2y + 4 = 0, cắt trục Ox tại A(–4; 0), cắt Oy tại B(0; –2)

$$Q_{\left(O;\frac{\pi}{2}\right)}\left(A\right) = A' : A'\left(0;-4\right)$$

$$Q_{\left(O;\frac{\pi}{2}\right)}\left(B\right) = B' : B'\left(2;0\right)$$

(d') là đường thẳng qua A' và B': Phương trình chính tắc (d'): $\frac{x}{2} + \frac{y}{-4} = 1$

$\Leftrightarrow -4x + 2y = -8 \Leftrightarrow 2x - y - 4 = 0$

Vì thế chọn (b).

499. (Δ): 3x + 4y – 12 = 0, cắt Ox tại A(4; 0) và cắt Oy tại B(0; 3)

$Q_{\left(0;270^0\right)}$(A) = A' thì A'(0; –4)

$Q_{\left(0;270^0\right)}$(B) = B' thì B'(3; 0)

Phương trình đường thẳng A'B': $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y - 12 = 0$

Vì thế chọn (d).

500. Trươc tiên, tìm hình chiếu H của (3; 5) lên đường thẳng 3x + 2y – 6 = 0.

Gọi (Δ') là đường thẳng qua I và vuông góc với (Δ): 3x + 2y – 6 = 0

Phương trình chính tắc (Δ') có dạng: 2x – 3y + c = 0. I ∈ (Δ')

$\Leftrightarrow 2.3 - 3.5 + c = 0$

$\Leftrightarrow c = 9.$ (Δ') : 2x – 3y + 9 = 0

Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$ $H(0; 3)$

Gọi H' = $Q_{(1;90^0)}$ (H)H'(x;y) thỏa: $IH' = IH = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$

$\Leftrightarrow IH'^2 = 13 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 13$ (1)

$HH'^2 = 2IH^2 \Leftrightarrow (x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 2.13 = 26$ (2)

$(1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y - 17 = 0$

Từ từng vế (1) và (2) được $-6x - 4y + 38 = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 19 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{19 - 2y}{3}$ thế vào (2) được $13y^2 - 130y + 208 = 0$

$\Leftrightarrow y^2 - 10y + 16 = 0 \Leftrightarrow y = 2$ hay $y = 8 \Rightarrow x = 5$ hay $x = 1$

$\Rightarrow$ H'(5; 2). Phương trình (Δ') có dạng $2x - 3y + C = 0$ $H' \in (\Delta')$

$\Leftrightarrow 2,5 - 3,2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -4$.

(Δ'): $2x - 3y - 4 = 0$.

Vì thế chọn (b).

KHÁI NIỆM VỀ PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

501. A(−2; 1), $\vec{v} = (4; 3)$

$\Rightarrow A' = T_{\vec{v}}(A), A'(x'; y')$ thì $\begin{cases} x' = -2 + 4 \\ y' = 1 + 3 \end{cases} \Rightarrow A'(2;4)$

Gọi A"(x; y) thì $OA''^2 = x^2 + y^2 = OA'^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ (1)

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{OA''} &= (x;y) \\ \overrightarrow{OA'} &= (2;4) \end{aligned}\right\} \overrightarrow{OA''}.\overrightarrow{OA'} = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{x}{2}$$

Thay vào (1): $x^2 + y^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 + \left(-\dfrac{x}{2}\right)^2 = 20 \Leftrightarrow \dfrac{5x^2}{4} = 20$

$\Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$. Chọn $x = 4 \Rightarrow y = -2$

Vậy A''(4; −2). Vì thế chọn (b).

502. Gọi M'(x; y) thì:

$\overrightarrow{IM'} = (x; y - 2) \Rightarrow IM'^2 = x^2 + (y - 2)^2$

$\overrightarrow{IM} = (2; -4) \Rightarrow IM^2 = 2^2 + (-4)^2 = 20$

$\overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{IM'} \Rightarrow 2x - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow x = 2(y-2)$

Từ $IM'^2 = IM^2 \Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 = 20$

$\Leftrightarrow [2(y-2)]^2 + (y-2)^2 = 20 \Leftrightarrow (y-2)^2 = 4$

$\Leftrightarrow y - 2 = \pm 2 \Leftrightarrow y = 4$ hay $y = 0$

Chọn $y = 4 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow M'(4; 4)$

$\vec{v} = (3; 5)$

Gọi M'(x'; y') thì $\begin{cases} x' = 4 + 3 \\ y' = 4 + (-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 7 \\ y' = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow$M"(7; –1). Vì thế chọn (c).

503. (d): $x + y - 2 = 0$; $\vec{v} = (-1; 3) \Rightarrow \begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 3 \end{cases}$

Thay x, y trong (d) bởi x'; y': $x' + 1 + y' - 3 - 2 = 0 \Leftrightarrow x' + y' - 4 = 0$

Đây là phương trình (d') ảnh của (d) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-1; 3)$

(d'). Phép quay tâm A(4; 0) góc 270^0 biến (d') thành một đường thẳng (Δ) qua A và vuông góc với (d').

Phương trình (Δ) có dạng: $x - y + C = 0$ $A \in (\Delta)$ $4 - 0 + C = 0$

$\Leftrightarrow C = -4$. Vậy (Δ): $x - y - 4 = 0$.

Vì thế chọn (c).

504. (d): $3x - 4y + 6 = 0$; $\vec{v} = (2; 3)$

Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo $\vec{v}$: $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 3 \end{cases}$

Thay x, y trong (d) bởi x', y':

$3(x' - 2) - 4(y' - 3) + 6 \Leftrightarrow 3x' - 4y' + 2 = 0$

$\Rightarrow 3x - 4y + 12 = 0$ là ảnh (d') của (d) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

(d') cắt Ox tại A(–4; 0), cắt Oy tại B(0; 3)

Điểm đối xứng của A(–4; 0), qua Oy là A'(4; 0)

Đường thẳng BA' là đường thẳng cần tìm: $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

$\Leftrightarrow 3x + 4y - 12 = 0$. Vì thế chọn (d).

505. (d): $2x + 3y - 6 = 0$; $A(2; 5)$

Đường thẳng (Δ) qua A vuông góc với (d) có dạng: $3x - 2y + C = 0$

$A \in (\Delta) \Leftrightarrow 3.2 - 2.5 = 0 \quad C = 4.$

(Δ): $3x - 2y + 4 = 0$

Tọa độ giao điểm I của (d) và (Δ) là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$ I(0; 2). Gọi A'(x; y)

A'A nhận I làm trung điểm: $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ y + 5 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$: A'(−2; −1)

Qua phép tịnh tiến A' theo vectơ $\vec{v} = (5; -3)$

$\begin{cases} x_B = -2 + 5 \\ y_B = -1 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow B(3; -4)$

Vì thế chọn (b).

506. M(7; −1) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-4; 5)$ biến thành điểm A(x; y) thì:

$\begin{cases} x = 7 - 4 \\ y = -2 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$: A(3; 3)

Đường thẳng qua A, vuông góc với (d): $2x + y - 4 = 0$ có dạng $x - 2y + C = 0$

Điểm A thuộc đường thẳng này $\Leftrightarrow 3 - 2.3 + C = 0$

C = 3. Đây là (Δ) : $x - 2y + 3 = 0$.

Gọi H là giao điểm của (d) và (Δ):

$H: \begin{cases} x - 2y = -3 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$: H(1; 2)

B đối xứng với A qua (d): $2x + y - 4 = 0 \Leftrightarrow$ H là trung điểm AB.

Gọi B (x; y) thì $\begin{cases} x + 2 = 2 \\ y + 3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$: B(−1; 1)

Vì thế chọn (c).

507. Gọi (d) là đường thẳng qua M và vuông góc với (Δ).

Phương trình (d) có dạng $2x - y + C = 0$. $M \in (d) \Leftrightarrow 2.3 - 2 + C = 0$

$\Leftrightarrow C = -4$.

(d): $2x - y - 4 = 0$

Gọi I là giao điểm của (Δ) và (d): Tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} : \quad I(2; 0)$$

M và M' đối xứng nhau qua trục (d) $\Leftrightarrow$ I là trung điểm MM'.

Gọi M'(x; y) thì $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} : \quad M'(1; -2)$

Gọi N(x'; y') là ảnh của M' qua phép quay tâm O, góc quay 90^0 thì:

$$ON^2 = x'^2 + y'^2 = OM'^2 = 1^2 + (-2)^2 = 5$$

$$\overrightarrow{ON} = (x';y') \perp \overrightarrow{OM'} = (1;-2) \Leftrightarrow x' - 2y' = 0 \Leftrightarrow x' = 2y'$$

Thay vào $x'^2 + y'^2 = 5$ được $(2y')^2 + y'^2 = 5 \Leftrightarrow y'^2 = 1 \Leftrightarrow y' = \pm 1$

Chọn $y' = 1 \Rightarrow x' = 2$

$\Rightarrow$ N(2; 1). Vì thế chọn (a).

508. A(−1; 2). Gọi M(x; y) thì

$$OM^2 = x^2 + y^2 = OA^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5 \qquad (1)$$

$$\overrightarrow{OM} = (x;y;);\overrightarrow{OA} = (-1;+2).\overrightarrow{OM} \perp OA \Leftrightarrow -x + 2y = 0 \Leftrightarrow x = +2y.$$

Thay vào (1): $(-2y)^2 + y^2 = 5 \Leftrightarrow y = \pm 1$. Chọn $y = -1 \Rightarrow x = -2$

$\Rightarrow$ M(−2; −1).

(d): $2x + 3y - 6 = 0$. Gọi (Δ) là đường thẳng qua M và vuông góc với (d).

Phương trình (Δ) có dạng: $3x - 2y + C = 0$.

$M \in (\Delta) \Leftrightarrow 3(-2) - 2(-1) + C = 0$

$\Leftrightarrow C = 4$. Vậy (Δ): $3x - 2y + 4 = 0$

Gọi I là giao điểm của (d) và (Δ). Tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{Vậy: } I(0; 2)$$

MM' nhận I làm trung điểm.

Gọi M'(x'; y') thì $\begin{cases} x' - 2 = 0 \\ y' - 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 5 \end{cases}$

M'(2; 5). Vì thế chọn (b).

509. (d): $x - y + 1 = 0$ và (Δ): $2x - y + 4 = 0$ cắt nhau tại M. Tọa độ M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases} : \quad M(-3; -2)$$

Chọn điểm H(−2; 0) ∈ (Δ). Đường thẳng (Δ) qua A và vuông góc với (Δ) có dạng:

$$x + 2y + C = 0. \qquad H \in (\Delta) \Leftrightarrow -2 + C = 0 \Leftrightarrow C = 2$$

(Δ): $x + 2y + 2 = 0$.

Gọi A là giao điểm của (Δ) và (d). Tọa độ A là nghiệm của phương trình

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ x + 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{4}{3} \\ y = -\dfrac{1}{3} \end{cases} : \quad A\left(-\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right).$$

Gọi A’ là điểm đối xứng của A qua (Δ):

A’(x; y) thì $\begin{cases} x - \dfrac{4}{3} = -4 \\ y - \dfrac{1}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{8}{3} \\ y = \dfrac{1}{3} \end{cases} : \quad A'\left(-\dfrac{8}{3}; \dfrac{1}{3}\right).$

(d’) chính là đường thẳng qua M và A’:

$$\frac{x+3}{-\frac{8}{3}+3} = \frac{y+2}{\frac{1}{3}+2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{7} \Leftrightarrow 7x + 21 = y + 2$$

$$\Leftrightarrow 7x - y + 19 = 0 \text{ (d')}$$

Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}: \begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 1 \end{cases}$

Thay x, y trong (d’) bởi x’; y’

$$7(x' - 2) - (y' + 1) + 19 = 0 \Leftrightarrow 7x' - y' + 4 = 0 \text{ hay } 7x - y + 4 = 0$$

Vì thế chọn (d).

510. (d): $2x + 5y - 10 = 0$. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}: \begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y - 2 \end{cases}$

Thay x, y trong (d) bởi x’, y’:

$$2(x' - 3) + 5(y' + 2) - 10 = 0 \Leftrightarrow 2x' + 5y' - 6 = 0 \text{ hay } 2x + 5y - 6 = 0$$

(d’) cắt Oy tại $A\left(0; \dfrac{6}{5}\right)$, cắt Ox tại B(3; 0). Điểm đối xứng của A qua trục Ox là $A'\left(0; -\dfrac{6}{5}\right)$.

Đường thẳng phải tìm đi qua B và A': $\frac{x}{3}+\frac{y}{-\frac{6}{5}}=1$

$\Leftrightarrow \frac{x}{3}-\frac{5y}{6}=1 \Leftrightarrow 2x-5y=6 \Leftrightarrow 2x-5y-6=0$

Vì thế chọn (b).

511. (Δ): $3x-4y-28=0$. $\vec{v}=(-5;4)$. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$: $\begin{cases} x'=x-5 \\ y'=y+4 \end{cases}$

Thay x, y trong (Δ) bởi x', y':

$3(x'+5)-4(y'-4)-28=0 \Leftrightarrow 3x'-4y'+3=0$ hay $3x-4y+3=0$

Đây là (Δ'). (Δ') cắt Ox tại A(−1; 0), Oy tại B $\left(0;\frac{3}{4}\right)$. Điểm đối xứng của A qua trục Oy là A'(1; 0).

Đường thẳng A'B là đường thẳng cần tìm: $\frac{x}{1}+\frac{y}{\frac{3}{4}}=1$

$\Leftrightarrow x+\frac{4y}{3}=1 \Leftrightarrow 3x+4y-3=0$

Vậy chọn (a).

512. (d): $3x+2y-12=0$. Gọi H(x;y) là hình chiếu vuông góc của O lên (d):

Đường thẳng OH có phương trình $2x-3y=0$

Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3y=0 \\ 3x+2y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

Gọi H'(x'; y') là ảnh của H qua phép quay tâm O, góc 90^0.

$OH'^2=x'^2+y'^2=OH^2=3^2+2^2=13$

$\overrightarrow{OH'}=(x';y')$ vuông góc với $\overrightarrow{OH}=(3;2) \Leftrightarrow 3x'+2y'=0$

$\Leftrightarrow y'=-\frac{3x'}{2}$

Thế vào $x'^2+y'^2=13 \Leftrightarrow x'^2+\left(-\frac{3x'}{2}\right)^2=13 \Leftrightarrow 13x'^2=4.13$

$\Leftrightarrow x'^2=4 \Leftrightarrow x'=\pm 2$. Chọn $x=-2 \Rightarrow y'=3$. H'(−2; 3) (d’) là đường thẳng qua H’ và vuông góc với OH’:

Phương trình (d’) có dạng: $2x - 3y + C = 0$ qua H’

$\Leftrightarrow 2(-2) - 3.3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 13$.

(d’): $2x - 2y + 13 = 0$

(d’) cắt Ox tại A$\left(-\frac{13}{2};0\right)$, cắt Oy tại B$\left(0;\frac{13}{3}\right)$. Điểm đối xứng của B qua Ox là B’$\left(0;-\frac{13}{3}\right)$.

(Δ) là đường thẳng AB’: $\frac{x}{-\frac{13}{2}}+\frac{y}{-\frac{13}{3}}=1 \Leftrightarrow 2x + 3y = -13$

$\Leftrightarrow 2x + 3y + 13 = 0$

Vì thế chọn (b).

513. (d): $3x - y - 1 = 0$ tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2; -3)$. Công thức của phép tịnh tiến: $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 3 \end{cases}$

Thay x, y trong (d) bởi x’, y’: $3(x' - 2) - (y' + 3) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 3x' - y' - 10 = 0$ hay $3x - y - 10$ là phương trình của (d’).

Gọi H(x; y) là hình chiếu vuông góc của O lên (d’):

Đường thẳng qua O và vuông góc với (d’): $x + 3y = 0$

Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \quad H(3;-1)$$

Gọi H’(x’; y’) là ảnh của H(3; –1) qua phép tâm O, góc quay -90^0 thì:

$$OH'^2 = x'^2 + y'^2 = OH^2 = 3^2 + (-1)^2 = 10$$

$\overrightarrow{OH'} = (x';y')$, vuông góc với $\overrightarrow{OH} = (3; -1)$ nên:

$$3x' - y' = 0 \Leftrightarrow y' = 3x'.$$

Thế vào $x'^2 + y'^2 = 10$ được $x'^2 + (3x')^2 = 10 \Leftrightarrow x'^2 = 1 \Leftrightarrow x' = \pm 1$.

Chọn $x' = -1 \Rightarrow y' = -3$: H’(–1; –3)

(Δ) là đường thẳng qua H’ và vuông góc với $\overrightarrow{OH'}$. Phương trình (Δ) có dạng $x + 3y + C = 0$

qua H' $\Leftrightarrow -1 - 9 + C = 0 \Leftrightarrow C = 10$

(Δ): $x + 3y + 10 = 0$. Vì thế chọn (d).

514. A(2; 1), (d) $x - y + 1 = 0$. Đường thẳng (Δ) qua A vuông góc với đường thẳng (d) có dạng $x + y + C = 0$ qua A nên $2 + 1 + C \Leftrightarrow C = -3$

(Δ): $x + y - 3 = 0$

Gọi I là giao điểm của (d) với (Δ) : tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \quad I(1;\ 2)$$

I là trung điểm của AB. Gọi B(x; y) thì $\begin{cases} x + 2 = 2 \\ y + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$ B(0; 3)

Gọi (Δ') là đường thẳng qua B vuông góc với (d'). Phương trình (Δ') có dạng $x - 2y + C = 0$

$B \in (d') \Leftrightarrow 0 - 2.3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 6$.

(Δ'): $x - 2y + 6 = 0$

Gọi K là giao điểm của (d') và (Δ'). Tọa độ k là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y = -6 \\ 2x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \quad K(-2;\ 2)$$

BC có K là trung điểm. Gọi C(x; y) thì $\begin{cases} x + 0 = -4 \\ y + 3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$ C(–4; 1)

Vì thế chọn (b).

515. (d): $3x - y + 10 = 0$. Gọi H(x; y) là hình chiếu vuông góc của O lên (d). H thuộc đường thẳng đi qua O và vuông góc với (d): $x + 3y = 0$.

Tọa độ H là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - y = -10 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$ H(–3; 1)

Gọi H'(x'; y') là ảnh của H qua phép quay tâm O, góc -90^0:

$OH'^2 = x'^2 + y'^2 = OH^2 = (-3)^2 + 1^2 = 10$

$\overrightarrow{OH'} = (x';y')$, vuông góc với $\overrightarrow{OH} = (-3;\ 1)$ nên $-3x' + y' = 0$

$\Leftrightarrow y' = 3x'$.

$x'^2 + y'^2 = 10 \Leftrightarrow x'^2 + (3x')^2 = 10 \Leftrightarrow x'^2 = 1 \Leftrightarrow x' = \pm 1$.

Chọn $x' = 1 \Rightarrow y' = 3$. H'(1; 3)

(d') là đường thẳng qua H' và nhận $\overrightarrow{OH'} = (1;\ 3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình (d') có dạng $x + 3y + C = 0$ qua H' nên $1 + 3.3 + C = 0$ $\Leftrightarrow C = -10$

(d'): $x + 3y - 10 = 0$

Theo phép tịnh tiến vectơ $\vec{v} = (2; -5)$ thì $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 5 \end{cases}$

Thay x, y trong (d') bởi x', y':

$$(x' - 2) + 3(y' + 5) - 10 = 0 \Leftrightarrow x' + 3y' + 3 = 0 \text{ hay } x + 3y + 3 = 0$$

Vì thế chọn (b).

516. (d): $3x + 2y + 13 = 0$. Đường thẳng qua O và vuông góc với (d): $2x - 3y = 0$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (d): tọa độ H là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 3x + 2y = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases} \quad H(-3;-2)$$

Quay điểm H(−3; −2) theo phép quay tâm O, góc quay $\frac{3\pi}{2}$ được điểm H.

Gọi H'(x';y') thì:

$$OH'^2 = x'^2 + y'^2 = OH^2 = (-3)^2 + (-2)^2 = 13$$

$\overrightarrow{OH'} = (x';y')$, vuông góc với $\overrightarrow{OH} = (-3; -2)$ nên $-3x' - 2y' = 0$

$\Leftrightarrow \; y' = \frac{-3x}{2}.$

Thế vào $x'^2 + y'^2 = 13$: $x'^2 + \left(\frac{-3x}{2}\right)^2 = 13 \Leftrightarrow x'^2 = 4 \Leftrightarrow x' = \pm 2.$

Chọn $x' = -2 \Rightarrow y' = 3 \Rightarrow H'(-2; 3)$

(d') là đường thẳng qua H' và nhận $\overrightarrow{OH'} = (-2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình (d') có dạng $2x - 3y + C = 0$ qua H' nên $2(-2) - 3.3 + C = 0$ $\Leftrightarrow C = 13.$

(d'): $2x - 3y + 13 = 0$

Biểu thức của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-1; -2)$: $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y - 2 \end{cases}$

Thay x, y trong (d') bởi x', y':

$$2(x' + 1) - 3(y' + 2) + 13 = 0 \Leftrightarrow 2x' - 3y' + 9 = 0 \text{ hay } 2x - 3y + 9 = 0$$

Phương trình (Δ): $2x - 3y + 9 = 0$. Khoảng cách từ O đến (Δ):

$$|t| = \frac{|2.0 - 3.0 + 9|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

Vì thế chọn (c).

517. (d): 4x – y – 15. Công thức tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$: $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$

Thay x, y trong (d') bởi x', y':

4(x' – 1) – (y' – 2) – 15 = 0 ⇔ 4x' – y' – 17 = 0 hay 4x – y – 17 = 0 là phương trình (d').

Gọi H(x; y) là hình chiếu vuông góc của O lên (d'): đường thẳng qua O và vuông góc với (d'): x + 4y = 0

Tọa độ của H là nghiệm của phương trình

$$\begin{cases} 4x - y = 17 \\ x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases} \quad H(4; -1)$$

Gọi H'(x'; y') là ảnh của H qua phép quay tâm O, góc 90^0 thì:

$OH'^2 = x'^2 + y'^2 = OH^2 = 4^2 + (-1)^2 = 17$

$\overrightarrow{OH'} = (x'; y')$, vuông góc với $\overrightarrow{OH} = (4; -1) \Leftrightarrow 4x' - y' = 0$

⇔ y' = 4x'.

$x'^2 + y'^2 = x'^2 + (4x')^2 = 17x'^2 = 17 \Leftrightarrow x'^2 = 1 \Leftrightarrow x' = \pm 1.$

Chọn x' = 1 ⇒ y' = 4 : H'(1; 4)

(Δ) là đường thẳng qua H' và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{OH'} = (1; 4)$:

Phương trình (Δ) có dạng: x + 4y + C = 0 H' ∈ (Δ) ⇔ 1 + 4.4 + C = 0

⇔ C = –17.

(Δ): x + 4y – 17 = 0

(Δ) cắt Ox tại A(17; 0), cắt Oy tại $B\left(0; \frac{17}{4}\right)$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.17.\frac{17}{4} = \frac{289}{8} = 36\frac{1}{8} \text{ đơn vị diện tích.}$$

Vì thế chọn (c).

518. (d): x – 2y + 4 = 0, cắt Ox tại A(–4; 0), cắt Oy tại B(0; 2). Điểm đối xứng của A qua trục Oy là A'(4; 0).

(d') là đường thẳng qua A'B': $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow x + 2y - 4 = 0$

Gọi H(x; y) là hình chiếu vuông góc của O lên (d'). H thuộc đường thẳng

$2x - y = 0$. Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4}{5} \\ y = \dfrac{8}{5} \end{cases} : \quad H\left(\frac{4}{5}; \frac{8}{5}\right)$$

Gọi H'(x'; y') là ảnh của H qua phép quay tâm O, góc 90^0 thì:

$$OH'^2 = x'^2 + y'^2 = OH^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{80}{25} = \frac{16}{5}$$

$$\overrightarrow{OH'} = (x'; y'), \text{vuông góc với } \overrightarrow{OH} = \left(\frac{4}{5}; \frac{8}{5}\right) \Leftrightarrow \frac{4}{5}x' + \frac{8}{5}y' = 0$$

$$\Leftrightarrow x'^2 + y'^2 = (-2y')^2 + y'^2 = 5y'^2 = \frac{16}{5} \Leftrightarrow y'^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow y' = \pm\frac{4}{5}.$$

Chọn $y' = \dfrac{4}{5} \Rightarrow x' = -\dfrac{8}{5}$: $H\left(-\dfrac{8}{5}; \dfrac{4}{5}\right)$

$\overrightarrow{OH'} = \left(-\dfrac{8}{5}; \dfrac{4}{5}\right)$ cùng phương với $\vec{n} = (2; -1)$.

Chọn $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến.

Cho (Δ): phương trình (Δ) có dạng:

$$2x - y + C = 0; H' \in (\Delta) \Leftrightarrow 2.\left(-\frac{8}{5}\right) - \frac{4}{5} + C = 0 \Leftrightarrow C = 4.$$

(Δ): $2x - y + 4 = 0$

Vì thế chọn (b).

519. (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$: (C) có tâm I(−1; 3) R = 2. Bán kính của (C) được bảo toàn qua mọi phép dời hình.

Gọi I'(x'; y') là ảnh của I qua phép quay tâm O, góc -90^0 thì:

$OI'^2 = x'^2 + y'^2 = OI^2 = (-1)^2 + 3^2 = 10$

$\overrightarrow{OI'} = (x'; y')$, vuông góc với $\overrightarrow{OI} = (-1; 3)$ nên $-x' + 3y' = 0$

$\Leftrightarrow y' = \pm 1$.

Chọn $y' = 1 \Rightarrow x' = 3$: I'(3; 1)

Phương trình (C): $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$

Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 1)$: $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 1 \end{cases}$

Thay x, y trong phương trình (C') bởi x', y':

$(x' - 1 - 3)^2 + (y' - 1 - 1)^2 = 4$

$\Leftrightarrow (x' - 4)^2 + (y' - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow x'^2 + y'^2 - 8x' - 4y' + 16 = 0$

hay $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$

Vì thế chọn (c).

520. (C): $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$. (C) có tâm I(1; –1); r = 2.

Tìm ảnh của I qua phép đối xứng trục $x - 2y + 2 = 0$:

Gọi (Δ) là đường thẳng qua I và vuông góc với trục $x - 2y + 2 = 0$.

Phương trình (Δ) có dạng $2x + y + C = 0$ $\quad I \in (\Delta) \Leftrightarrow 2.1 + (-1) + C = 0$

$\Leftrightarrow C = -1$

(Δ): $2x + y - 1 = 0$. Gọi M là giao điểm (Δ) và trục đối xứng : tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$: M(0; 1)

Nếu I'(x'; y') là điểm đối xứng của I qua trục $x - 2y + 2 = 0$ thì M là trung điểm của II':

$$\begin{cases} x' + 1 = 0 \\ y' - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -1 \\ y' = 3 \end{cases} \quad : \quad I'(-1; 3)$$

Gọi K(x; y) là ảnh của I' qua phép quay tâm O, góc 90^0 thì:

$OK^2 = x^2 + y^2 = OI'^2 = (-1)^2 + 3^2 = 10$

$\overrightarrow{OK} = (x; y)$ vuông góc với $\overrightarrow{OI'} = (-1; 3) \Leftrightarrow -x + 3y = 0$

$\Leftrightarrow x = 3y$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 10 \Leftrightarrow (3y)^2 + y^2 = 10 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm 1$. Chọn $y = -1$

$\Rightarrow x = -3$: K(–3; –1)

$\Rightarrow$ Ảnh của (C') qua phép quay tâm O, góc 90^0 là đường tròn tâm K, bán kính r = 1 :

$$(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x + 2y + 9 = 0.$$

Vì thế chọn (a).

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

521. $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NM}$: (c) sai. Các hệ thức (a), (b), (d) đều đúng.

Vì thế chọn (c).

522. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AQ}$ (1) (hệ thức trung điểm)

$\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{CQ}$ (2)

Cộng từng vế:

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}=2\left(\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{CQ}\right)=2\left(-2\overrightarrow{QP}\right)=4\overrightarrow{PQ}$$

Vì thế chọn (d).

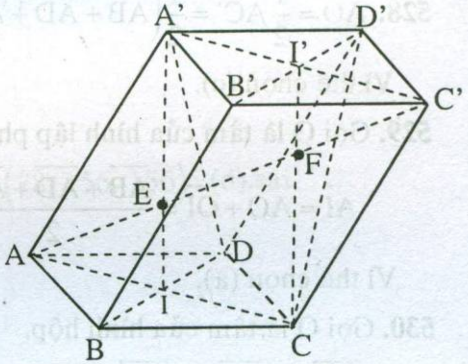
523. $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{MC}$

$$=3\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right)+\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$$

Vì thế chọn (b).

524. I, I' là giao điểm của các đường chéo AC, BD, A'C', B'D' trong hai đáy ANCD, A'B'C'D'.

Trung tuyến A'I của tam giác A'BD và trung tuyến CI' của tam giác CB'D' cắt AC' tại E và F.



$$\frac{EI}{A'E}=\frac{I'F}{FC}=\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ E, F là các trọng tâm của hai tam giác A'BD và CB'D' $\Rightarrow$ (a), (b) đều đúng.

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$$

$=\overrightarrow{AC'}$: (c) sai.

(d) đúng vì AE = EF = F'C = $\frac{1}{3}$AC'.

Vậy thế chọn (c).

525. $\overrightarrow{AA'}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AG}$ (c) là hệ thức sai.

$$\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{A'C}+\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{A'D}$$

$$=3\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'C}+\overrightarrow{A'D}$$

$$=3\overrightarrow{GA'}+\vec{0}=3\overrightarrow{GA'}$$

$$3\overrightarrow{GA'}=-\overrightarrow{GA}\Rightarrow\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GD}$$

$$=4\overrightarrow{MG}+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=4\overrightarrow{MG}+\vec{0}=4\overrightarrow{MG}$$

(c) là hệ thức sai. Vì thế chọn (c).

526. $\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AM}=-\vec{c}+\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}}{2}$

Vì thế chọn (c).

527. G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{DG}=\vec{0}$

$$\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}=\vec{b}+\overrightarrow{BG}$$

$$\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}=\vec{c}+\overrightarrow{CG}$$

$$\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DG}=\vec{d}+\overrightarrow{DG}$$

Cộng từng vế được $3\overrightarrow{AG}=\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{0}=\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AG}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{3}$$

Vì thế chọn (b).

528. $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC'}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$

Vì thế chọn (c).

529. Gọi O là tâm của hình lập phương:

$$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OI}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}}{2}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}}{2}+\overrightarrow{AD}$$

Vì thế chọn (a).

530. Gọi O là tâm của hình hộp.

$$\overrightarrow{AC'}=2\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OC'}$$

$$\overrightarrow{CA'}=2\overrightarrow{CO}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{CA'}=2\left(\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OC'}\right)=2\overrightarrow{CC'} \Rightarrow$ (a) đúng.

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AC'}=2\overrightarrow{AO}\\ \overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{OC}\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=2\left(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}\right)=2\overrightarrow{AC} \Rightarrow$ (b) đúng.

$\Rightarrow$ (c) sai.

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{CC'}$: (d) đúng.

Vì thế chọn (c).

531. $\left(\vec{a}.\vec{b}\right)=-3-4-1=8,\left(\vec{a}.\vec{b}\right).\vec{c}=(-8;\,8;\,-24)$: (a) đúng.

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{n}=\left(0;2;-4\right)$$

$\vec{n}.\vec{c} = 0.1 + (-1).2 + 3.(-4) = -14$: (b) đúng.

$\left[\vec{b}, \vec{c}\right] = \left(-7;-10;-1\right)$

$\vec{a}.\left[\vec{b}.\vec{c}\right] = \left(-1\right).\left(-7\right) + 2.\left(-10\right) + 1.\left(-1\right) = -14$: (c) sai.

$\left(\vec{b}.\vec{c}\right) = 3 + 2 - 3 = 2, \vec{a}.\left(\vec{b}.\vec{c}\right) = \left(-2;4;2\right)$: (d) đúng.

Vì thế chọn (c).

532. $\vec{a}^2 = 4 + 4 + 1 = 9, \vec{b}.\vec{c} = -2 + 3 - 8 = -7$

$\vec{a}^2.\left(\vec{b}.\vec{c}\right) = 9(-7) = -63$: (a) đúng.

$\vec{a}.\vec{b} = 4 - 2 - 2 = 0 \Rightarrow \left(\vec{a}.\vec{b}\right).\vec{c}^2 = 0$: (b) đúng.

$\vec{a}^2 = 4 + 4 + 1 = 9, \left[\vec{b}.\vec{c}\right] = \vec{n} = \left(10;-6;7\right)$

$\Rightarrow \vec{a}^2.\left[\vec{b}.\vec{c}\right] = \left(90;-54;63\right)$: (c) đúng.

$$\text{(d)}: \left.\begin{array}{l} \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \vec{m} = \left(3;6;6\right) \\ \vec{c}^2 = 1^2 + 3^2 + 4^2 = 26 \end{array}\right\} \left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c}^2 = \left(78;\ 156;\ 156\right) : \text{(d) sai.}$$

Vì thế chọn (d).

533. $\vec{a}^2 = 1 + 4 + 1 = 6$; $\vec{a}^2.\vec{b} = \left(12;6;12\right)$

$\vec{b}^2 = 4 + 1 + 4 = 9$; $\vec{b}^2.\vec{c} = \left(27;18;-9\right)$

$\vec{c}^2 = 3^2 + 2^2 + (-1)^2$; $\vec{c}^2.\vec{a} = \left(14;28;14\right)$

$\Rightarrow \vec{a}^2.\vec{b} + \vec{b}^2.\vec{c} + \vec{c}^2.\vec{a} = \left(53;52;17\right)$

Vì thế chọn (c).

534. $\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \left(-3;-2;1\right)$

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = -3.4 + (-2).2 + 1.3 \neq 0$: (a) đúng.

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \left(10;0;-10\right)$

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = 10.1 + 0.2 + (-10).1 = 0$: (b) đúng.

$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(1;3;-2)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=1.4+3.0+(-2).2=0$: (c) đúng.

$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;1;-4)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=3.1+1.(-2)+(-4).1\neq 0$: (d) sai.

Vì thế chọn (d).

535. $\vec{a}=(1;2;3),\vec{b}=(3;-1;2)\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(7;7;-7)$.

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=7.2+7.3+(-7).(-1)\neq 0$: (a) đúng.

$\vec{a}=(4;-1;2),\vec{b}=(2;-1;4)\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-2;-12;-2)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=(-2).3+(-1).(-12)+(-2).3=0$: (b) đúng.

$\vec{a}=(3;-2;-1),\vec{b}=(1;-3;-2)\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(1;5;-7)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=1.2+5+(-7).4\neq 0$: (c) sai.

$\vec{a}=(-2;3;2),\vec{b}=(1;1;1)\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(1;4;-5)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=1.1+4.2+(-5).(-1)\neq 0$: (d) đúng.

Vậy chọn (c).

536. $\vec{a}=(-1;2;-1)\Rightarrow\vec{a}=(-2;4;-2)$

$\vec{b}=(2;-1;1)\Rightarrow -3\vec{b}=(-6;3;-3)$

$\vec{c}=(-3;4;5)\Rightarrow 5\vec{c}=(-15;20;25)$

$\Rightarrow \vec{d}=(-23;27;20)$

Vì thế chọn (d).

537. Giả sử $\vec{d}=m.\vec{a}+n.\vec{b}+p.\vec{c}$

$m\vec{a}=(m;\,-m;\,2m)$

$n\vec{b}=(3n;\,2n;\,-n)$

$p\vec{c}=(-2p;\,3p;\,p)$

$\Rightarrow \vec{d} = (m + 3n - 2p; -m + 2n + 3p; 2m - n + p)$

$= (-19; 4; 15)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 3n - 2p = -19 & (1) \\ -m + 2n + 3p = 4 & (2) \\ 2m - n + p = 15 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (2), tính m, n theo p được $m = \dfrac{13p - 50}{5}, n = \dfrac{-p - 15}{5}$

Thế vào (3) được p = 5, từ đó m = 3; n = −4.

$\Rightarrow \vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b} + 5\vec{c}$.

Vì thế chọn (d).

538. $\overrightarrow{AB} = (-1; b + 3; -5), \overrightarrow{AC} = (c - 2; 7; -1)$. Để A, B, C thẳng hàng thì điều kiện cần và đủ là $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \dfrac{-1}{c-2} = \dfrac{b+3}{7} = 5$

Từ đây có b = 32, c = $\dfrac{9}{5}$.

Vì thế chọn (b).

539. $\overrightarrow{AB} = (-6; -1; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 6; 4)$

Từ các tọa độ của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ thấy ngay $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} \neq 0$

$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right|$: Tam giác ABC cân tại A.

Vì thế chọn (d).

540. $\overrightarrow{AB} = (-5; 0; -10), \overrightarrow{AC} = (3; 0; -6), \overrightarrow{BC} = (8; 0; 4)$

Thấy ngay $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 24 + 0 - 24 = 0$: Tam giác ABC vuông tại C.

Vậy chọn (d).

541. Dễ thấy (b) là trả lời đúng.

Vì thế chọn (b).

542. $\overrightarrow{AB} = (4; 1; 3), \overrightarrow{AC} = (7; -5; 1). \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right] = (16; 17; -27)$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right]\right\| = \frac{1}{2}\sqrt{16^2 + 17^2 + (-27)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{1274} = \frac{7}{2}\sqrt{26}$$

Vì thế chọn (c).

543. Để ABCD theo thứ tự đó lập thành một hình bình hành thì $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$

Gọi D(x; y; z) thì $\overrightarrow{CD}=\left(x-3;y+1;z+4\right),\overrightarrow{BA}=\left(-4;6;-3\right)$

$$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3=-4\\y+1=6\\z+4=-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\y=5\\z=-7\end{cases}:D\left(-1;5;-7\right)$$

Vì thế chọn (c).

544. $\overrightarrow{AB}=\left(-6;4;2\right),\overrightarrow{AC}=\left(3;5;-2\right),\overrightarrow{BC}=\left(9;1;-4\right)$

$$\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=\left(-18;-6;-42\right)$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{\left(-18\right)^2+\left(-6\right)^2+\left(-42\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{6^2\left(3^3+1^2+7^2\right)}=3\sqrt{59}$$

$$h_A=\frac{2S_{ABC}}{BC}=\frac{6\sqrt{59}}{\sqrt{98}}=\frac{3\sqrt{118}}{7}.$$

Vì thế chọn (c).

545. $\overrightarrow{AB}=\left(-5;0;-10\right),\overrightarrow{AC}=\left(3;0;-6\right),\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=\left(0;-60;0\right)$

$\overrightarrow{BC}=(8;\ 0;\ 4)$

$\Rightarrow AB=5\sqrt{5},AC=3\sqrt{5},BC=4\sqrt{5}$

$$r=\frac{S}{p}=\frac{\frac{1}{2}\sqrt{\left(-60\right)^2}}{\frac{12\sqrt{5}}{2}}=\frac{60}{12\sqrt{5}}=\sqrt{5}.$$

Vì thế chọn (d).

546. Điểm D chia trong đoạn AC theo tỉ số:

$$k=\frac{-AB}{BC}=\frac{-\sqrt{1+9+16}}{\sqrt{36+64+4}}=-\frac{1}{2}$$

$$x_D=\frac{x_A-kx_C}{1-k}=\frac{1+\frac{1}{2}\left(-4\right)}{1+\frac{1}{2}}=-\frac{2}{3}$$

$$y_D=\frac{y_A-ky_C}{1-k}=\frac{1+\frac{1}{2}.7}{1+\frac{1}{2}}=\frac{11}{3}$$

$$z_D = \frac{z_A - kz_C}{1-k} = \frac{-1+\frac{1}{2}.5}{1+\frac{1}{2}} = 1$$

$D\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$. Vì thế chọn (d).

547. Điểm D, chân của phân giác trong góc A trên cạnh BC, chia cạnh này theo tỉ số:

$$k = -\frac{AB}{AC} = -\frac{-\sqrt{4+1+4}}{\sqrt{196+25+4}} = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}$$

$$x_D = \frac{2+\frac{1}{5}.(-10)}{1+\frac{1}{5}} = 0\,;\ y_D = \frac{-1+\frac{1}{5}.5}{1+\frac{1}{5}} = 0\,;\ z_D = \frac{3+\frac{1}{5}.3}{1+\frac{1}{5}} = 3$$

D(0; 0; 3)

$AD = \sqrt{16+0+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Vì thế chọn (a).

548. $\overrightarrow{AB} = (4;2;4), \overrightarrow{AC} = (3;-5;3), \overrightarrow{AD} = (2;2-2)$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (26;0;-26)$$

$$V_{ABC} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right| = \frac{1}{6}|52+0+52| = \frac{52}{3}$$

Vậy chọn (b).

549. $\overrightarrow{AB} = (0;1;0), \overrightarrow{AC} = (0;0;1), \overrightarrow{AD} = (1;1;0)$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right| = \frac{1}{6}$$

$$\overrightarrow{BC} = (0;-1;1), \overrightarrow{BD} = (1;0;0)$$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right] = (0;1;1)$$

$$\Rightarrow S_{BCD} = \frac{1}{2}\sqrt{0^2+1^2+1^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow h_A = \frac{3V}{S_{BCD}} = \frac{3.\frac{1}{6}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vì thế chọn (d).

550. $\overrightarrow{DA}=\left(2;-2;-3\right),\overrightarrow{DB}=\left(4;0;6\right)$

$$\left.\begin{array}{l}\left[\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right]=\left(-12;-24;8\right)\\ \overrightarrow{DC}=\left(-7;-7;7\right)\end{array}\right\}V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right].\overrightarrow{DC}\right|=\frac{154}{3}$$

$$\overrightarrow{AB}=\left(2;2;9\right),\overrightarrow{AC}=\left(-9;-5;10\right)$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(65;-101;8)$$

$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{65^2+\left(-101\right)^2+8^2}=\frac{1}{2}\sqrt{14390}$$

$$\Rightarrow h_D=\frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}}=\frac{154}{\frac{1}{2}\sqrt{14390}}=\frac{308}{\sqrt{14390}}.$$

Vì thế chọn (c).

551. $\overrightarrow{BC}=\left(4;-4;4\right),\overrightarrow{BD}=\left(5;-3;2\right)$

$$\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=\left(4;12;8\right)$$

$$\overrightarrow{BA}=\left(3;1;7\right)$$

$$\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right].\overrightarrow{BA}=\frac{40}{3}\right|$$

$$\overrightarrow{AC}=\left(1;-5;-3\right),\overrightarrow{AD}=\left(2;-4;-5\right)$$

$$\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]=\left(13;-1;6\right)$$

$$\Rightarrow S_{ACD}=\frac{1}{2}\sqrt{13^2+\left(-1\right)^2+6^2}=\frac{1}{2}\sqrt{206}$$

$$\Rightarrow h_B=\frac{3V_{ABCD}}{S_{ACD}}=\frac{3.\frac{40}{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{206}}=\frac{80}{\sqrt{206}}$$

Vì thế chọn (c).

552. $\overrightarrow{CA}=\left(1;0;-1\right),\overrightarrow{CB}=\left(0;1;-1\right)$

$$\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right]=\left(1;1;1\right)$$

$$\overrightarrow{CD} = (-2;1;-2)$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right].\overrightarrow{CD}\right| = \frac{1}{2}$$

$$\overrightarrow{AB} = (-1;1;0), \overrightarrow{AD} = (-3;1;-1)$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right] = (-1;-1;2)$$

$$\Rightarrow S_{ABD} = \frac{1}{2}\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow h_C = \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABD}} = \frac{3.\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$. Vì thế chọn (d).

553. Gọi C(x; y; z) ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB} = (1;1;1), \overrightarrow{DC} = (x-1;y+1;z-1)$$

$$\begin{cases} x-1=1 \\ y+1=1 \Rightarrow C(2;0;2) \\ z-1=1 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{CD} = (-1;-1;-1), \overrightarrow{CB} = (0;1;0)$$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}\right] = (1;0;-1)$$

$$\overrightarrow{CC'} = (2;5;-7)$$

$$\Rightarrow V_{hộp} = \left|\left[\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}\right].\overrightarrow{CC'}\right| = 9$$. Vì thế chọn (c).

554. Gọi I(x; y; z) là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thì:

$$\begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \\ AI = DI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \\ AI^2 = DI^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 \\ (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 \\ (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2 + \left(z-\sqrt{2}+1\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3\\ y+z=1\\ x+y+\sqrt{2}\left(z+1\right)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=2\\ z=-1\end{cases}$$

$\Rightarrow$ I(1; 2; −1). Vì thế chọn (d).

555. Gọi I (x; y; z) là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD thì:

$$\begin{cases}AI=BI\\ AI=CI\\ AI=DI\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}AI^2=BI^2\\ AI^2=CI^2\\ AI^2=DI^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x-7\right)^2+\left(y-6\right)^2+\left(z+3\right)^2=\left(x-7\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z+5\right)^2\\ \left(x-7\right)^2+\left(y-6\right)^2+\left(z+3\right)^2=\left(x-5\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z+3\right)^2\\ \left(x-7\right)^2+\left(y-6\right)^2+\left(z+3\right)^2=\left(x-\right)^2+\left(y-5\right)^2+\left(z+3+\sqrt{2}\right)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y+z=1\\ x+y=11\\ x+y-\sqrt{2}z=11+3\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\ y=4\\ z=-3\end{cases}\Rightarrow I\left(7;4;-3\right)$$

Vì thế chọn (d).

556. Gọi I(x; y; z) là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD thì:

$$\begin{cases}AI=BA\\ BI=CI\\ BI=DI\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}AI^2=BI^2\\ BI^2=CI^2\\ BI^2=DI^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x-3\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-6\right)^2=\left(x-3\right)^2+\left(y+1\right)^2+z^2\\ \left(x-3\right)^2+\left(y+1\right)^2+z^2=x^2+\left(y+7\right)^2+\left(z-3\right)^2\\ \left(x-3\right)^2+\left(y+1\right)^2+z^2=\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+1\right)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2y+4z=13\\ x+2y-z=-8\\ 5x+2y-z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\ y=-\dfrac{5}{2}\Rightarrow I\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{5}{2};\dfrac{9}{2}\right)\\ z=\dfrac{9}{2}\end{cases}$$

$$R = IA = \sqrt{\left(3-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(2+\frac{5}{2}\right)^2 + \left(6-\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{11}$$

Vì thế chọn (a).

557. Có thể suy ra tọa độ của C (a;b;0) $\Rightarrow M\left(\frac{a}{2};0;0\right); N\left(a;\frac{b}{2};0\right)$

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{DM} = \left(\frac{a}{2};-b;0\right)\\ \overrightarrow{DN} = \left(a;-\frac{b}{2};0\right)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{DM},\overrightarrow{DN}\right] = \left(0;0;\frac{3ab}{4}\right)$$

$$\overrightarrow{DD'} = (0;0;c)$$

$$V_{D'DMN} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{DM},\overrightarrow{DN}\right].\overrightarrow{DD'}\right| = \frac{1}{6}.\frac{3}{4}abc = \frac{1}{8}abc$$

Vì thế chọn (a).

558. $OB = 8 \Leftrightarrow \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = 8$

$$\overrightarrow{OA} = (4;0;0); \overrightarrow{OB} = (x_0;y_0;0)$$

$$\widehat{AOB} = 60^0 \Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4x_0}{4\sqrt{x_0^2+y_0^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_0 = 4$$

Do $x_0^2 + y_0^2 = 64$ và $y_0 > 0$ nên $y_0 = 4\sqrt{3}$

$$\Rightarrow B\left(4;4\sqrt{3};0\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{OA} = (4;0;0)\\ \overrightarrow{OB} = \left(4;4\sqrt{3};0\right)\\ \overrightarrow{OC} = (0;0;c)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right] = \left(0;0;16\sqrt{3}\right)$$

$$V_{OABC} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}\right| = \frac{1}{6}.16\sqrt{3}.c = 16$$

$\Rightarrow c = 2\sqrt{3}$ (do c > 0).

Vì thế chọn (b).

559. Gọi I(x; y; z) là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thì:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ BI^2 = CI^2 \\ CI^2 = DI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = (x-6)^2 + y^2 + (z-1)^2 \\ (x-6)^2 + y^2 + (z-1)^2 = (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = x^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = -2 \\ 7x - 2y + z = 16 \\ x + 2y + z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow I(3;2;-1)$$

$$R = AI = \sqrt{(3-3)^2 + (2-6)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{17}$$

Vì thế chọn (c).

560.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{OM} = (m;0;0) \\ \overrightarrow{OS} = (0;0;1) \\ \overrightarrow{OA} = (1;1;0) \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OS}\right] = (0;-m;0)$$

$$V_{SOMA} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OS}\right].\overrightarrow{OA}\right| = \frac{m}{6}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{ON} = (0;n;0) \\ \overrightarrow{OS} = (0;0;1) \\ \overrightarrow{OA} = (1;1;0) \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OS}\right] = (n;0;0)$$

$$V_{SONA} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OS}\right].\overrightarrow{OA}\right| = \frac{n}{6}$$

$$\Rightarrow V_{SOMAN} = V_{SONA} = \frac{m+n}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

Vì thế chọn (a).

MẶT PHẲNG

561. Từ $\left.\begin{array}{l} \vec{a} = (2;-1;1) \\ \vec{b} = (-1;1;3) \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{n} = (-4;-7;1)$ cùng phương với $n' = (4;7-1)$

Phương trình (α) có dạng: $4x + 7y - z + D = 0$

$M(1; -2; 3) \in (\alpha) \Leftrightarrow D = 13$

Phương trình (α): $4x + 7y - z + 13 = 0$

Vì thế chọn (d).

562. Pháp vectơ của (α) là $\vec{n} = \left[\vec{a},\vec{b}\right] = (-1;-4;-7)$ có thể thay bằng vectơ $\vec{n} = (1; 4; 7)$.

Phương trình (α) có dạng: $x + 4y + 7z + D = 0$

$B \in (\alpha) \Leftrightarrow D = 16$

Phương trình (α): $x + 4y + 7z + 16 = 0$.

Vì thế chọn (c).

563. $\overrightarrow{AB} = (1;-1;-3); \overrightarrow{AC} = (-1;1;0)$

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (3; 3; 0)$, chọn vectơ $\vec{n} = (1; 1; 0)$ làm pháp vectơ.

Phương trình (ABC) có dạng: $x + y + D = 0$

$A \in (ABC) \Leftrightarrow 3 - 1 + D = 0 \Leftrightarrow D = -2$.

Phương trình (ABC): $x + y - 2 = 0$. Vì thế chọn (a).

564. $\overrightarrow{AB} = (-1;-3;3); \overrightarrow{AC} = (-3;-6;-2)$

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (24;-11;-3)$

Phương trình (ABC) có dạng: $24x - 11y - 3z + D = 0$

$B \in (ABC) \Leftrightarrow 24.3 - 11(-1) - 3.2 + D = 0 \Leftrightarrow D = -77$

Phương trình (ABC): $24x - 11y - 3z - 77 = 0$. Vì thế chọn (b).

565. $\overrightarrow{AB} = (-3;7;-9); \vec{a} = (2;-3;-1)$ là cặp vectơ chỉ phương cho (α)

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right] = (-34; -21; -5)$: có thể thay bằng $\vec{n}\,' = (34; 21; 5)$ là pháp vectơ của (α).

Phương trình (α) có dạng: $34x + 21y + 5z + D = 0$.

$A \in (\alpha) \Leftrightarrow D = 25$

$\Rightarrow (\alpha)$: $34x + 221y + 5z + 25 = 0$. Vì thế chọn (d).

566. $\overrightarrow{AB} = (1;2-1); \left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right] = \vec{n} = (-9;1;-7)$; chọn $\vec{n}\,' = (9;-1;7)$ làm vectơ pháp tuyến cho (α).

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $9x - y + 7z + D = 0$

$A \in (\alpha) \Leftrightarrow 9.2 - (-1) + 7.3 + D = 0 \Leftrightarrow D = -40$

Phương trình (α): $9x - y + 7z - 40 = 0$. Vì thế chọn (b).

567. $\overrightarrow{CD} = (3;-9;3)$ cùng phương với $\vec{a} = (1;-3;1)$. Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

$[\vec{a}, \vec{j}] = \vec{n} = (-1;0;1)$ cùng phương với $\vec{n'} = (1;0;-1)$: Chọn $\vec{n'}$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (α).

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $x - z + D = 0$

$C \in (\alpha) \Leftrightarrow -1 - (-2) + D = 0 \Leftrightarrow D = -1$

Phương trình (α) : $x - z - 1 = 0$.

Vì thế chọn (c).

568. $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -1)$. Vectơ chỉ phương của trục Ox: $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$[\overrightarrow{AB}.\vec{i}] = (0; -2; -2)$ chọn $\vec{n} = (0; 1; 1)$ làm vectơ pháp tuyến thì phương trình của mặt phẳng cần tìm có dạng: $y + z + D = 0$ qua A nên $D = 0$.

$\Rightarrow$ Phương trình $y + z = 0$ là đáp số. Vì thế chọn (c).

569. $\overrightarrow{BC} = (1;3;-2)$ là pháp vectơ của (α).

Phương trình (α) có dạng: $x + 3y - 2z + D = 0$

$A \in (\alpha) \Leftrightarrow 2 + 3 + (-2)(-1) + d = 0 \Leftrightarrow D = -7$

Phương trình (α): $x + 3y - 2z - 7 = 0$. Vì thế chọn (b).

570. $\overrightarrow{AC} = (-1; 4; -2)$: chọn $\vec{n} = (1; -4; 2)$ làm vectơ pháp tuyến cho (β).

Phương trình (β) có dạng: $x - 4y + 2z + D = 0$.

$B \in (\beta) \Leftrightarrow 4 - 12 + 4 + D = 0 \Leftrightarrow D = 4$.

$\Rightarrow (\beta)$: $x - 4y + 2z + 4 = 0$. Vì thế chọn (a).

571. $\overrightarrow{AC} = (-2;6;-4); \overrightarrow{BD} = (6;3;2)$

$\Rightarrow [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}] = (24; -20; -42)$.

Có thể chọn $\vec{n} = (12; -10; -21)$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng.

Phương trình mặt phẳng chứa AC và song song với BD có dạng:

$12x - 10y - 21z + D = 0$, qua A nên $D = -35$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $12x - 10y - 21z - 35 = 0$.

Vì thế chọn (c).

572. $\overrightarrow{AB} = (-4;5;-1)$; $\overrightarrow{CD} = (-1;0;2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (10; 9; 5)$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng có dạng: $10x + 9y + 5z + D = 0$

Qua A nên $D = -74$, do đó mặt phẳng cần tìm là:

$10x + 9y + 5z - 74 = 0$. Vì thế chọn (b).

573. I là trung điểm của AB: $I(2; -1; 5)$.

$\overrightarrow{AB} = (2; 6; 2)$. Chọn $\vec{n} = (1; 3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến, thì phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng:

$x + 3y + z + D = 0$

Qua I nên: $2 - 3 + 5 + D = 0 \Leftrightarrow D = -4$

Mặt phẳng cần tìm: $x + 3y + z - 4 = 0$.

Vậy chọn (d).

574. Trung điểm I của AB có tọa độ $I(1; -1; -1)$.

$\overrightarrow{AB} = (-6; 4; -6)$: chọn $\vec{n} = (3; -2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến, thì phương trình mặt phẳng này có dạng:

$3x - 2y + 3z + D = 0$

Qua I nên $D = -2$. Mặt phẳng trung trực của AB:

$3x - 2y + 3z - 2 = 0$.

Vậy chọn (d).

575. Phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng:

$2x + 3y - 5z + D = 0$

Qua M nên $D = -13$

Vậy: $2x + 3y - 5z - 13 = 0$ là đáp số.

Vì thế chọn (c).

576. $\overrightarrow{AB} = (-2; -6; 1)$; (β) có vectơ pháp tuyến là $\vec{v} = (4; -3; 2)$

$\left[\overrightarrow{AB}, \vec{v}\right] = (-9; 8; 30)$ cùng phương với $\vec{n} = (9; -8; -30)$ có thể chọn làm vectơ pháp tuyến cho (α).

Vì thế chọn (b).

577. $\overrightarrow{AB} = (3; -5; -2)$; (β) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{v} = (3; 2; -1)$

$\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right] = (9; -3; 21)$: chọn $\vec{n} = (3; -1; 7)$ làm một vec tơ pháp tuyến cho (α). Phương trình (α) có dạng: $3x - y + 7z + D = 0$

Điểm $B \in (\alpha) \Leftrightarrow D = 16$

(α): $3x - y + 7z + 16 = 0$. Vậy chọn (a).

578. $\overrightarrow{AB}=(-4;2;-2)$; (β) có vectơ pháp tuyến là $\vec{u}=(4;-5;2)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-6;0;12)$: chọn $\vec{n}=(+1;0;-2)$ làm vectơ pháp tuyến cho (α).

Phương trình (α) có dạng: $x-2z+D=0$.

Điểm $A\in(\alpha)\Leftrightarrow D=-4$

(α): $x-2z-4=0$.

Vì thế chọn (d).

579. Trục Ox có vectơ chỉ phương $\vec{i}=(1;0;0)$, (β) có vectơ pháp tuyến là $\vec{u}=(2;-3;1)$.

$\left[\vec{i},\vec{u}\right]=(0;-1;-3)$: Chọn $\vec{n}=(0;1;3)$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (α). Phương trình (α) có dạng: $y+3z+D=0$

$A\in(\alpha)\Leftrightarrow -2-3+D=0\Leftrightarrow D=5$

(α): $y+3z+5=0$.

Vậy chọn (c).

580. Trục Oy có vectơ chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0)$, (β) có vectơ pháp tuyến là $\vec{u}=(5;-1;2)$.

$\left[\vec{j};\vec{u}\right]=\vec{n}=(2;0;-5)$. $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Phương trình (α) có dạng: $2x-5z+D=0$

$M\in(\alpha)\Leftrightarrow 2.1-5.3+D=0\Leftrightarrow D=13$

(α): $2x-5z+13=0$

Vì thế chọn (d).

581. Trục OZ có vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$, (β) có vectơ pháp tuyến là $\vec{v}=(4;-2;3)$.

$\left[\vec{k},\vec{v}\right]=(2;4;0)$: chọn $\vec{n}=(1;2;0)$ làm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α). Phương trình (α) có dạng: $x+2y+D=0$.

Điểm $B\in(\alpha)\Leftrightarrow D=-7$.

(α): $x+2y-7=0$.

Vì thế chọn (a).

582.

$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)\text{ có pháp vectơ } \vec{n}=(1;0;-2)\\ (\beta)\text{ có pháp vec tơ } \vec{v}=(2;1;0)\end{array}\right\}\quad \left[\vec{u},\vec{v}\right]=\vec{n}=(2;-4;1)$$

Phương trình mặt phẳng γ có dạng: $2x - 4y + z + D = 0$

Điểm $A \in (\alpha) \Leftrightarrow 2.1 - 4(-2) + 4 + D = 0 \Leftrightarrow D = -14$

Phương trình (γ): $2x - 4y + z - 14 = 0$.

Vậy chọn (d).

583. (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{u} = (1; -3; 5)$;

(β) có vectơ pháp tuyến là $\vec{v} = (4;1;-2)$

$\left[\vec{u}, \vec{v}\right] = \vec{n} = (1; 22; 13)$ được chọn làm một vectơ pháp tuyến của (γ).

Phương trình (γ) có dạng: $x + 22y + 13z + D = 0$

Điểm $M \in (\alpha) \Leftrightarrow 3 + 88 - 13 + D = 0 \Leftrightarrow D = -78$

Phương trình (γ) có dạng: $x + 22y + 13z - 78 = 0$.

Vì thế chọn (c).

584. $\vec{a} = (1;2;-1); \vec{b} = (2;-1;1)$ là hai vectơ pháp tuyến của (α) và (β).

Chọn $\vec{n} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (1; -3; -5)$ làm một vectơ pháp tuyến của (γ).

Phương trình (γ) có dạng: $x - 3y - 5z + D = 0$.

(γ) qua $N \Leftrightarrow 3 - 3.0 - 5(-1) + D = 0 \Leftrightarrow D = -8$

(γ): $x - 3y - 5z - 8 = 0$.

Vì thế chọn (a).

585. (α) có pháp vectơ $\vec{a} = (3; -5; 2)$. Chọn $\vec{n} = \left[\vec{v}, \vec{a}\right] = (2; 4; 7)$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (β). Phương trình (β) có dạng:

$$2x + 4y + 7z + D = 0.$$

Điểm $I \in (\beta) \Leftrightarrow 4 - 4 - 14 + D = 0 \Leftrightarrow D = 14$.

Phương trình (β): $2x + 4y + 7z + 14 = 0$.

Vậy chọn (a).

586. (γ) thuộc chùm mặt phẳng $2x - y + 3z + 4 + m(x + 3y - 2z + 7) = 0$ nên có dạng $(m + 2)x + (3m - 1)y - (2m - 3)z + 7m + 4 = 0$ (*)

$M \in (\alpha)$

$\Leftrightarrow (m + 2)(-1) + (3m - 1).2(2m - 3).4 + 7m + 4 = 0$

$\Leftrightarrow -m - 2 + 6m - 2 - 8m + 12 + 7m + 4 = 0$

$\Leftrightarrow 4m + 12 = 0 \Leftrightarrow m = -3$

Thế vào (*) được: $-x - 10y + 9z - 17 = 0$ hay $x + 10y - 9z + 17 = 0$

Vì thế chọn (a).

587. Xét chùm mặt phẳng $m(x + 5y + z - 10) + (2x + y - z + 1) = 0$ (γ) thuộc chùm mặt phẳng này nên phương trình (γ) có dạng:

$(m + 2)x + (5m + 1)y + (m-1)z - 10m + 1 = 0$

Điểm $P \in (\gamma)$:

$\Leftrightarrow (m+2).3 + (5m + 1)(-2) + m - 1 - 10m + 1 = 0$

$\Leftrightarrow m = \dfrac{1}{4}$.

$\Rightarrow$ Phương trình (γ): $\left(\dfrac{1}{4}+2\right)x+\left(\dfrac{5}{4}+1\right)y+\left(\dfrac{1}{4}-1\right)z-\dfrac{10}{4}+1=0$

$\Leftrightarrow 9x + 9y - 3z - 6 = 0 \Leftrightarrow 3x + 3y - z - 2 = 0$

Vì thế chọn (a).

588. (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{a} = (2; -1; -1)$

(β) có vectơ pháp tuyến $\vec{b} = (1; 1; -2)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right] = (3; 3; 3)$ $\vec{n} = (1; 1; 1)$ làm vectơ pháp tuyến của (γ).

Phương trình (γ) vì thế có dạng: $x + y + z + D = 0$

$A \in (\gamma) \Leftrightarrow 2 + 1 - 2 + D = 0 \Leftrightarrow D = -1$

$\Rightarrow$ Phương trình (γ): $x + y + z - 1 = 0$

Vì thế chọn (c).

589. (γ) thuộc chùm mặt phẳng $m(x + y + z - 4) + 2x - y + 5z - 2 = 0$ nên phương trình có dạng:

$(m + 2)x + (m - 1)y + (m + 5)z - 4m - 2 = 0$

Gọi $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của (γ) thì $\vec{n} = (m + 2; m - 1; m + 5)$

Do $\vec{v} = (-1; 2; 2)$ là một vectơ chỉ phương của (γ) nên $\vec{n}.\vec{v} = 0$

$\Leftrightarrow -(m + 2) + 2(m - 1) + 2(m + 5) = 0 \Leftrightarrow m = -2$

Từ đó có: (γ): $-3y + 3z + 6 = 0 \Leftrightarrow y - z - 2 = 0$

Vì thế chọn (d).

590. Để (α) song song với (β) thì $\dfrac{2}{a} = \dfrac{b}{-6} = \dfrac{3}{-6} \Leftrightarrow a = 4; b = 3$

Vì thế chọn (b).

591. Để (α) song song với (β) thì:

$\dfrac{3}{2} = \dfrac{5}{b} = \dfrac{c}{3} \Leftrightarrow b = \dfrac{10}{3}; c = \dfrac{9}{2}$

Lúc đó (α): $6x + 10y - 9z - 6 = 0$; (β): $6x + 10y - 9z + 3 = 0$

Xem điểm M(1; 0; 0) ∈ (α).

$$d\left(M,(\beta)\right)=\frac{\left|6.1+0-0+3\right|}{\sqrt{36+100+81}}=\frac{9}{\sqrt{217}}$$. Vì thế chọn (c).

592. Để (α) song song với (β) thì $\frac{a}{6}=\frac{-3}{b}=\frac{-1}{2}\Leftrightarrow a=-3;\ b=6$

Lúc đó (α): $-3x-3y+2z+5=0$, (β): $3x+3y-2z-2=0$

Chọn điểm $N\left(0;0;-\frac{5}{2}\right)\in(\alpha)$

Khoảng cách từ N đến (β) chính là khoảng cách giữa (α) và (β)

$$d\left(N,(\beta)\right)=\frac{\left|3.0+3.0-2\left(-\frac{5}{2}\right)\right|}{\sqrt{9+9+4}}=\frac{3}{\sqrt{22}}$$

Vì thế chọn (a).

593. $$d\left(A,(\alpha)\right)=\frac{\left|3.(-3)-1+2(-1)-2\right|}{\sqrt{9+1+4}}=\frac{14}{\sqrt{14}}=\sqrt{14}$$

Vì thế chọn (b).

594. $$d\left(M,(\alpha)\right)=\frac{\left|16.2+12+15-4\right|}{\sqrt{256+144+225}}=\frac{55}{\sqrt{625}}=\frac{55}{25}=\frac{11}{5}$$

Vì thế chọn (d).

595. $$d\left(I,(P)\right)=\frac{\left|6+24+49+20\right|}{\sqrt{36+36+49}}=\frac{99}{\sqrt{121}}=\frac{99}{11}=9$$

Vì thế chọn (a).

596. Xét hệ phương trình (gọi z là tham số)

$$\begin{cases}2x+3y=z+8\\x+2y=-3z+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=11z+7\\y=-7z-3\end{cases}$$

Nếu cho z = −1 thì x = −4, y = 4 ⇒ M(−4; 4; −1) là điểm thuộc giao tuyến của (α) và (β). Vậy chọn (c).

597. Tính x, y theo z từ hệ phương trình:

$$\begin{cases}3x+2y=-5z-6\\4x+3y=2z+3\end{cases}\text{ được }\begin{cases}x=-19z-24\\y=26z+34\end{cases}$$

- Với z = −1 được x = −5, y = 8

- Với $z = -2$ được $x = 14$, $y = -18$

$\Rightarrow M_2, M_3$ đều thuộc giao tuyến của (α) và (β).

Vậy chọn (b).

598. (α) có pháp vectơ $\vec{a} = (1; 5;-2)$

(β) có pháp vectơ $\vec{b} = (2; -1; 1)$

$$\cos\varphi = \frac{|1.2 + 5(-1) + (-2).1|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2}.\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{30}.\sqrt{6}} = \frac{5}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$. Vì thế chọn (b).

599. (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{a} = (\sqrt{5}; 0; -1)$

(β) có pháp vectơ $\vec{b} = (\sqrt{6};-2;\sqrt{6})$

$$\cos\varphi = \frac{\left|\sqrt{5}.\sqrt{6} + 0(-2) - 1.\sqrt{6}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2 + (-1)^2}.\sqrt{\left(\sqrt{6}\right)^2 + (-2)^2 + \left(\sqrt{6}\right)^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}.\left(\sqrt{5} - 1\right)}{\sqrt{6}.\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$. Vì thế chọn (c).

600. Tọa độ giao điểm của ba mặt phẳng đã cho, là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - z - 6 = 0 & (1) \\ 2x - y + 3z + 13 = 0 & (2) \\ 3x - 2y + 3z + 16 = 0 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (2), tính x, y theo z được: $x = -z - 4$; $y = z + 5$

Thế vào phương trình (3) được: $z = -3$, từ đó $x = -1$, $y = 2$

$\Rightarrow A(-1; 2; -3)$. Vậy chọn (d).

601. Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 3 = 0 & (1) \\ 3x + 2y - 5z + 2 = 0 & (2) \\ 3y - 4z + 8 = 0 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (3) tính x và y theo z được:

$$x = \frac{-4z + 5}{2}, y = \frac{4z - 8}{3}$$

Thế vào (2) được: $z = \frac{1}{2}$, từ đó có $x = \frac{3}{2}, y = -2$. Điểm $M\left(\frac{3}{2}; -2; \frac{1}{2}\right)$ là điểm đồng thời thuộc cả 3 mặt phẳng. Vậy chọn (b).

602. Tọa độ điểm N là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y + 4z - 5 = 0 & (1) \\ 4x - 5y + 3z - 6 = 0 & (2) \\ x + 2y + 4z - 8 = 0 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (3), tính x và y theo z được:

$$x = \frac{-12z + 18}{5}, y = \frac{-4z + 11}{5}$$

Thế vào (2) được: $z = -1$, từ đó có $x = 6$, $y = 3$

$\Rightarrow N(6; 3; -1)$. Vậy chọn (d).

603. Tọa độ điểm P là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y - z - 1 = 0 & (1) \\ 3x - y - z + 2 = 0 & (2) \\ 4x - 2y + z - 3 = 0 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (2), tính x và y theo z được:

$$x = \frac{2z - 1}{5}, y = \frac{z + 7}{5}$$

Thế vào (3) được: $z = 3$, từ đó có $x = 1$, $y = 2$

$\Rightarrow P(1; 2; 3)$. Vì thế chọn (c).

604. Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z - 2 = 0 & (1) \\ 2x + 3y - 2z + 3 = 0 & (2) \\ 2x - y + 4z + 8 = 0 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (2), tính x và y theo z được:

$x = 16z - 12$, $y = -10z + 7$

Thế vào (3) được: $z = \frac{1}{2}$, từ đó có $x = -4$, $y = 2$

$A\left(-4; 2; \frac{1}{2}\right)$. Vì thế chọn (c).

605. Mặt phẳng (P) thuộc chùm mặt phẳng (α), (β), nên phương trình có dạng:

$(m + 3)x - 2y + (1 - 2m)z - 3 = 0$. (P) vuông góc với (γ) nên

$(m + 3).1 - 2(-2) + 1 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 8$

Phương trình (P) là $11x - 2y - 15z - 3 = 0$. Vì thế chọn (b).

606. (P) thuộc chùm mặt phẳng (α), (β), nên phương trình có dạng:

$$x + (2m - 3)y - (m - 1)z - 3m + 5 = 0$$

Để (P) song song với (γ) thì $\begin{cases} \dfrac{2m-3}{-4} = \dfrac{1}{5} \\ \dfrac{-m+1}{2} = \dfrac{1}{5} \end{cases}$

Hệ này vô nghiệm $\Rightarrow$ (d) là nhận định đúng. Vì thế chọn (d).

607. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ $(A \neq 0)$

$M \in (P) \Leftrightarrow C + D = 0$; $N \in (P)$

$\Leftrightarrow 3A + D = 0$

Từ đây suy ra: $C = 3A$ và phương trình (P) có thể viết:

$$Ax + By + 3Az - 3A = 0 \Leftrightarrow x + \frac{B}{A}y + 3z - 3 = 0$$

Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 0; 1)$

Để (P) tạo với (Oxy) góc 60^0 thì:

$$\frac{3}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{B}{A}\right)^2 + 9}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{10 + \left(\dfrac{B}{A}\right)^2} = 6$$

$\Leftrightarrow \dfrac{B}{A} = \pm\sqrt{26} \Rightarrow$ Phương trình (P): $x \pm \sqrt{26}\,y + 3z - 3 = 0$

Vì thế chọn (c).

608. Phương trình (Q) có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ $(A \neq 0)$

$M \in (Q) \Leftrightarrow 2B + D = 0$; $N \in (Q) \Leftrightarrow 2A + D = 0$

$\Rightarrow A = B,\ D = -2A = -2B$

Phương trình (Q) được viết lại:

$$Ax + Ay + Cz - 2A = 0 \text{ hay } x + y + \frac{C}{A}z - 2 = 0$$

Mặt phẳng (yOz) có pháp vectơ là $\vec{i} = (1; 0; 0)$

Để (Q) tạo với (yOz) góc 60^0 thì:

$$\frac{1}{\sqrt{1^2+1^2+\left(\frac{C}{A}\right)^2}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\sqrt{2+\left(\frac{C}{A}\right)^2}=2$$

$$\Leftrightarrow 2+\left(\frac{C}{A}\right)^2=4\Leftrightarrow\frac{C}{A}=\pm 2$$

Phương trình (Q): $x + y \pm \sqrt{2}z - 2 = 0$

Vì thế chọn (d).

609. Xét chùm mặt phẳng:

$$p(3x - 7y + z - 3) + q(x - 9y - 2z + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3p + q)x - (7p + 9q)y + (p - 2q)z - 3p + 5q = 0 \qquad (*)$$

Để (α), (β), (γ) có chung nhau một giao tuyến thì (γ) phải là một mặt phẳng thuộc chùm (*), từ đó có:

$$\begin{cases}3p+q=5 & (1)\\ p-2q=4 & (2)\\ m=-7p-9q & (3)\\ n=-3p+5q & (4)\end{cases}$$

Hệ (1) và (2) cho $p = 2$, $q = -1$ thế vào (3), (4) được $m = -5$, $n = -11$.

Vậy chọn (c).

610. Xét chùm mặt phẳng:

$$p(2x + 4y - 5z + 2) + q(x + 2y - 2z + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2p + q)x + (4p + 2q)y - (5p + 2q)z + 2p + q = 0 \qquad (*)$$

Để (α), (β), (γ) có cùng chung một giao tuyến thì (γ) phải thuộc chùm (*), từ đó có:

$$\begin{cases}2p+q=4 & (1)\\ 5p+2q=-2 & (2)\\ b=-4p-2q & (3)\\ d=2p+q & (4)\end{cases}$$

Hệ (1) và (2) cho $p = -10$, $q = 24$. Thế vào (3) và (4) được: $b = -8$, $d = 4$.

Vì thế chọn (b).

ĐƯỜNG THẲNG

611. (Δ) có phương trình chính tắc: $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{5}$

hay: $\begin{cases}\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+2}{1}\\[2mm] \dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+3y+4=0\\ 5y-z+11=0\end{cases}$. Vì thế chọn (b).

612. (Δ) Có phương trình chính tắc: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+5}{3}$

hay: $\begin{cases}\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-4}\\[2mm] \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{z+5}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+y=0\\ 3x-2z-13=0\end{cases}$

Vì thế chọn (c).

613. (d): $\begin{cases}x+2y+z+1=0\\ 3x-y+4z-3=0\end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(9;-1;-7)$

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của (Δ): $\dfrac{x-5}{9}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-2}{-7}$

Vì thế chọn (b).

614. (d): $\begin{cases}2x+y-3z+7=0 \quad (1)\\ 3x-2y+5z-1=0 \quad (2)\end{cases}$ $\Rightarrow$ một vectơ chỉ phương của (d) là $\vec{a}$ = (−1; −19; −7) có thể thay bằng $\vec{a}'=(1; 19; +7)$

Cũng từ hệ (1) và (2), tính x, y theo z được:

$$x=\frac{z-15}{7},\ y=\frac{19z-19}{7}$$

Nếu cho z = 8 thì được x = −1, y = 19: A(−1; 19; 8) là một điểm thuộc đường thẳng (d). Như vậy (d) có thể có một phương trình chính tắc là:

$$\frac{x+1}{1}=\frac{y-19}{19}=\frac{z-8}{7}$$

Vì thế chọn (d). Các đáp số (a), (b), (c) đều sai (Sai vectơ chỉ phương hoặc sai điểm thuộc (d)).

615. (d): $\begin{cases}x-y+z-5=0\\ x-3y+6=0\end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(3;1;-2)$

(Δ): $\begin{cases} 2y + z - 5 = 0 \\ 4x - 2y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (12; 4; -8)$

Dễ thấy $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$. Ngoài ra nếu chọn M(−3; 1; 9) ∈ (d) và $N\left(-\dfrac{9}{4}; 1; 3\right) \in (\Delta)$ thì:

$\overrightarrow{MN} = \left(\dfrac{3}{4}; 0; -6\right)$ không cùng phương với $\vec{a}, \vec{b}$.

⇒ (d) // (Δ). Vì thế chọn (c).

616. Từ phương trình của (d) có M(−1; 6; −1) ∈ (d) và vectơ chỉ phương của (d) là $\vec{a} = (2; 1; 4)$.

(d') có N(9; −3; −1) ∈ (d') và vectơ chỉ phương $\vec{b} = (3; -2; 1)$.

$\overrightarrow{MN} = (10; -9; 0); \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (9; 10; -7)$

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\overrightarrow{MN} = 90 - 90 - 0 = 0 \Rightarrow$ (d) và (d') cắt nhau.

Vì thế chọn (b).

617. Phương trình (d) cho biết M(6; −6; −9) ∈ (d) và vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; -4)$. Phương trình của (Δ) cho biết N(−1; 14; 16) ∈ (Δ) và vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-8; 12; 16)$

Dễ thấy $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$ và $\overrightarrow{MN} = (-7; 20; 25)$ không cùng phương với $\vec{a}$ và $\vec{b}$

⇒ (d) và (Δ) song song với nhau. (a) là kết luận đúng.

618. Hãy đưa phương trình (d) về dạng tham số:

$$\begin{cases} 3x + 3y - 4z + 7 = 0 & (1) \\ x + 6y + 2z - 6 = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) có $\overrightarrow{n_1} = (3; 3; -4)$ có $\overrightarrow{n_2} = (1; 6; 2)$

$\left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right] = (30; -10; 15)$ cùng phương với $\vec{a} = (6; -2; 3)$

- Tìm một điểm thuộc (d): cho z = 4 ⇒ x = 4; y = −1
- Một phương trình tham số của (d): $\begin{cases} x = 4 + 6t \\ y = -1 - 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$

Với t = −1 ⇒ x = −2; y = 1; z = 1

⇒ Điểm M(−2; 1; −1) không thuộc (d) ⇒ (b) sai. Vậy chọn (b).

619. Từ phương trình của (d): $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{m}$ biết được: (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; m)$ và (d) qua gốc O(0; 0; 0).

Từ phương trình của (Δ): $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z}{1}$ cho biết (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (3; 2; 1)$ và (Δ) qua M(−1; −5; 0).

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (-3 - 2m; 3m - 2; 13)$

$\overrightarrow{OM}\ (-1; -5; 0)$

Để (d) cắt (Δ) thì $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\overrightarrow{OM} = 0 \Leftrightarrow 3 + 2m - 16m + 10 = 0$

$\Leftrightarrow 13 - 13m = 0 \Leftrightarrow m = 1$. Vì thế chọn (d).

620. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; m; 2)$ và qua điểm M(1; −2; 0), (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (3; 1; 3)$ và qua điểm N(2; 2; 0).

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (3m - 2; 3; 1 - 3m)$, $\overrightarrow{MN} = (1; 4; 0)$

Để (d) và (Δ) cắt nhau thì $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\overrightarrow{MN} = 0$

$\Leftrightarrow 3m - 2 + 12 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-10}{3}$

Vì thế chọn (c).

621. Điểm M(2; 1; 5) ∈ (d) và M ∈ (P); (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = \left(10; \frac{11}{2}; 7\right)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -8; 2)$ và $\vec{a}.\vec{n} = 0$

⇔ (d) nằm trên (P) ((d) ⊂ (P)). Vậy chọn (d).

622. (d): $\begin{cases} 5x - 2y + 3z - 5 = 0 \\ x + 4y + 5z + 15 = 0 \end{cases} \quad (*)$

Cho z = t, thì hệ phương trình (*) cho $x = -\frac{4}{11} - t; y = -\frac{40}{11} - t$

Thế x, y, z theo t vào phương trình (α) thì được:

$-\frac{4}{11} - t - \frac{40}{11} - t + 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow 0.t - 8$: phương trình này vô nghiệm

⇔ (d) // (α). Vậy chọn (a).

623. $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 2t \\ z = -3t \end{cases}$

Chuyển phương trình (d_2) về dạng tham số:

$$(d_2): \begin{cases} x = -\frac{4}{5} + \frac{t}{5} \\ y = -\frac{3}{5} + \frac{2t}{5} \\ z = t \end{cases}$$

(P): $x + 2y - z + 2 = 0$

(d_1): thế x, y, z theo t vào (P): $t - 2 - 4t + 3t + 2 = 0$

$\Leftrightarrow 0.t = 0$ thỏa $\forall t$.

(d_2): thế x, y, z theo t vào (P):

$$-\frac{4}{5} + \frac{t}{5} - \frac{6}{5} + \frac{4t}{5} - t + 2 = 0 \Leftrightarrow 0\,.\,t = 0 \text{ thỏa } \forall t.$$

$\Leftrightarrow$ Cả (d_1) và (d_2) đều thuộc (P). Vì thế chọn (d).

624. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3b; -21; -15b)$; mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -b; -5)$.

Để (d) vuông góc với (P) thì: $\frac{3b}{1} = \frac{-21}{-b} = \frac{-15b}{-5} \Leftrightarrow b^2 = 17$

$\Leftrightarrow b = \pm\sqrt{17}$. Vì thế chọn (b).

625. Mặt phẳng (P) thuộc chùm mặt phẳng xác định bởi hai mặt phẳng có giao tuyến là (d) nên phương trình có dạng:

$(m + 3)x - 2y - (2m - 1)z - 3 = 0$ (*)

Để (P) và (α) vuông góc với nhau thì:

$(m + 3).1 + 4 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 8$

Thế m = 8 vào (*) được (P): $11x - 2y - 15z = 0$. Vì thế chọn (d).

626. (d_1) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; 2; 3)$, (d_2) có vectơ chỉ phương là $\vec{b} = (5; 4; 3) \Rightarrow$ Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (6; -3; -6)$ có thể thay bằng vectơ $\overrightarrow{n'} = (2; -1; -2)$.

Phương trình (P) có dạng: $2x - y - 2z + D = 0$

Điểm $A(1; -1; 2) \in (P) \Leftrightarrow D = 1$

Phương trình (P): $2x - y - 2z + 1 = 0$. Vì thế chọn (d).

627. (d) có dạng tổng quát: $\begin{cases} 4x - 3y - 10 = 0 \\ 5x - 3z - 14 = 0 \end{cases}$

(P) thuộc chùm mặt phẳng xác định bởi hai mặt phẳng có chung giao tuyến (d) nên phương trình có dạng:

$(4m + 5)x - 3my - 3z - 10m - 14 = 0$ (*)

Điểm $A \in (P) \Leftrightarrow (4m + 5).2 - 3m.1 - 3(-1) - 10m - 14 = 0$

$$\Leftrightarrow -5m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{5}$$

Thế vào (*) được phương trình (P): $7x + y - 5z - 20$.

Vì thế chọn (c).

628. Phương trình (d) chuyển vế dạng tổng quát $\begin{cases} x + 3y - 5 = 0 \\ 4y + z - 8 = 0 \end{cases}$

(P) chứa (d) nên (P) thuộc chùm mặt phẳng:

$m(x + 3y - 5) + (4y + z - 8) = 0$ (*)

Để (P) vuông góc với (α) thì:

$m.3 + (3m + 4).1 + 1.(-1) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

Thế vào (*):

$$-\frac{1}{2}x + \left(-\frac{3}{2} + 4\right)y + z - \frac{5}{2} - 8 = 0$$

$\Leftrightarrow -x + 5y + 2z - 21 = 0 \Leftrightarrow x - 5y - 2z + 21 = 0$

Vì thế chọn (a).

629. Chuyển phương trình của (d) về dạng tổng quát:

(d): $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 3y + z - 5 = 0 \end{cases}$. Mặt phẳng (P) thuộc chùm mặt phẳng được xác định bởi hai mặt phẳng có giao tuyến là (d) nên phương trình có dạng:

$m(x + 2y - 1) + (3y + z - 5) = 0$

$\Leftrightarrow mx + (2m + 3)y + z - m - 5 = 0$

(Δ): $\begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ 3x - z + 3 = 0 \end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-1;2;-3)$ hay $a' = (1;-2;3)$

Để (P) song song với (Δ) thì $m.1 + (2m + 3)(-2) + 1.3 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Từ đó có (P): $-x + y + z - 4 = 0 \Leftrightarrow x - y - z + 4 = 0$

Vì thế chọn (d).

630. đường thẳng AB có phương trình chính tắc :

$\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-4}{-5}$ chuyển về dạng tổng quát: $\begin{cases} 3x - y - 7 = 0 \\ 5y + 3z - 7 = 0 \end{cases}$

(P) thuộc chùm mặt phẳng được xác định bởi hai mặt phẳng có chung giao tuyến AB, nên phương trình có dạng $m(3x - y - 7) + (5y + 3z - 7) = 0$

$\Leftrightarrow 3mx - (m - 5)y + 3z - 7m - 7 = 0$

(P) vuông góc với (α) $\Leftrightarrow 3m.1 - (m - 5).1 + 3.1 = 0$

$\Leftrightarrow m = -4$

$\Rightarrow$ Phương trình (P): $-12x + 9y + 3z + 21 = 0$

$\Leftrightarrow 4x - 3y - z - 7 = 0$

Vì thế chọn (b).

631. Dễ thấy $(d_1) // (d_2)$; $A(1;2;0) \in (d_1)$, $B(2;2;0) \in (d_2)$

$\vec{a} = (1; 2; -2)$ là một vectơ chỉ phương của (d_1):

$\left[\overrightarrow{AB}, \vec{a}\right] = (0;2;2)$ cùng phương với $\vec{n} = (0;1;1)$

$\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa (d_1) và (d_2). Phương trình mặt phẳng này có dạng $y + z + D = 0$ cho qua A (hoặc B) được $D = -2$.

Vậy $y + z - 2 = 0$ là phương trình mặt phẳng chứa (d_1) và (d_2).

Vì thế chọn (c).

632. $A(5; 1; 5) \in (d_1)$; $B(3; -3; 1) \in (d_2)$; $\overrightarrow{AB} = (-2;-4;-4)$; $\vec{a} = (2;-1;-1)$ là vectơ chỉ phương của (d_1).

$\left[\overrightarrow{AB}, \vec{a}\right] = (0; -10; 10)$: có thể chọn $\vec{n} = (0; 1; -1)$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (P). Phương trình (P) có dạng $y - z + D = 0$

$A \in (P) \Leftrightarrow D = 4$.

Phương trình (P): $y - z + 4 = 0$

Vì thế chọn (a).

633. Từ phương trình của (d_k): $\begin{cases} x = kx - k = 0 \\ (1-k)x - ky = 0 \end{cases}$

Cộng từ vế: $(2 - k)x - ky - kz - k = 0$

$\Leftrightarrow 2x - k(x + y + z + 1) = 0$

$\Rightarrow$ (d_k) luôn thuộc chùm mặt phẳng được xác định bởi hai mặt phẳng:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ (d_k) luôn thuộc mặt phẳng cố định $x + y + z + 1 = 0$. Vì thế chọn (d).

634. Thế x, y, z theo t vào phương trình của (P):

$$2(1 + 2t) - 2 + t + 9t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Thế vào (d) được A(3; 1; 3).

Vì thế chọn (c).

635. Chuyển phương trình (d) về dạng tham số:

cho $z = t$ thì $x = -8t$, $y = 6t - 1$

Thế x, y, z theo t vào phương trình của (P):

$$2(-8t) - 6t + 1 + 4t + 8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A\left(-4; 2; \frac{1}{2}\right)$$

Vì thế chọn (d).

636. Chuyển phương trình (d) về dạng tham số:

Cho $z = t$ thì $x = \dfrac{2t + 7}{3}, y = \dfrac{1 - t}{3}$

Thế vào phương trình (P):

$$\frac{2t + 7}{3} + \frac{1 - t}{3} + t = 0 \Leftrightarrow t = -2$$

Từ đó được A(1; 1; –2)

Vì thế chọn (b).

637. (d): $\begin{cases} 3x - y + 4z - 27 = 0 \\ 6x + 3y - z + 7 = 0 \end{cases}$

Cho $z = t$ thì được $x = \dfrac{-11t + 74}{15}, = \dfrac{27t - 183}{15}$

Thế vào phương trình mặt phẳng (P):

$$2\left(\frac{-11t + 74}{15}\right) + 5\left(\frac{227t - 183}{15}\right) + t + 17 = 0 \Leftrightarrow t = 4$$

Từ đó có A(2; –5; 4).

Vì thế chọn (b).

638. Chuyển (d) về phương trình tham số:

$$x = 1 + 2t,\ y = t,\ z = -2 - 3t$$

Thế vào phương trình (α):

$$2(1 + 2t) + t - 2 - 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$\Rightarrow$ A(3; 1; –5). Vì thế chọn (d).

639. Chuyển (d) về phương trình tham số:

$$x = 2 + 2t;\ y = -1 + 3t;\ z = 1 - 5t$$

Thế vào phương trình (α):

$$4 + 4t - 1 + 3t - 1 + 5t - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ 12t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\ \ x = 3,\ y = \frac{1}{2}, z = -\frac{3}{2}$$

Vì thế chọn (a).

640. (Δ) có một vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (-1; -7; -5)$.

Trong kết quả (d) thì đường thẳng đó có vectơ chỉ phương là $\vec{a}\,' = (-5; 2; 1)$

Vectơ này không cùng phương với $\vec{a}$ $\Rightarrow$ (d) là kết quả sai.

Vì thế chọn (d).

641. Xét đường thẳng (d) qua A và vuông góc với (P): $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -4 - 8t \end{cases}$

Thế x, y, z theo t vào phương trình của (P):

$$2(5 + 2t) + 3(5 + 3t) - 8(-4 - 8t) + 20 = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

$\Rightarrow$ Tọa độ A' là: A'(3; 2; 4).

Vậy chọn (d).

642. Xét đường thẳng qua A và vuông góc với (P):

$$x = 6 + t;\ y = 7 + 2t;\ z = 9 + t$$

Thế vào phương trình (P) được:

$$6 + t + 14 + 4t + 9 + t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = -4$$

$\Rightarrow$ Hình chiếu vuông góc H của A xuống (P) là H(2; –1; 5)

AA' nhận H làm trung điểm nên:

$$x_{A'} + 6 = 4, y_{A'} + 7 = -2; z_{A'} + 9 = 10 \Rightarrow A'(-2;-9;1)$$

Vì thế chọn (d).

643. Phương trình tham số của đường thẳng (d) qua A và vuông góc với mặt phẳng (α): $x = -1 + 4t$; $y = -4 + 2t$; $z = 7 - 3t$.

Thế x, y, z theo t vào phương trình mặt phẳng (α):

$$4(-1 + 4t) + 2(-4 + 2t) - 3(7 - 3t) + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$\Rightarrow$ H(3; −2; 4) là hình chiếu vuông góc của A lên (α). AA' nhận H làm trung điểm nên:

$$x_{A'} - 1 = 6; y_{A'} - 4 = -4; z_{A'} + 7 = 8$$

$\Rightarrow$ A'(7; 0; 1). Vì thế chọn (c).

644. Chuyển phương trình của (d) về dạng tham số: $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -2 - 3t' \\ z = 5 + 4t' \end{cases} (t \in R)$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} 1 + 2t' = 7 + 3t & (1) \\ -2 - 3t' = 2 + 2t & (2) \\ 5 + 4t' = 1 - 2t & (3) \end{cases}$

Hệ (1) và (2) cho t = −2, t' = 0 nghiệm này thỏa (3)

Thế t' = 0 được M(1;−2; 5).

Vì thế chọn (c).

645. (d_1): $\begin{cases} x + 2y - z - 1 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$ chuyển về dạng tham số:

$$\begin{cases} x = -3 - t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in R)$$

Thế vào phương trình (d_2): $\begin{cases} -3 - t - 2 - t - t - 7 = 0 \\ -9 - 3t - 8 - 4t - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -4$

Thế vào phương trình (d_1): $\begin{cases} x = -3 + 4 = 1 \\ y = 2 - 4 = -2 \Rightarrow M(1;-2;-4) \\ z = -4 \end{cases}$

Vì thế chọn (d).

646. Thế x = t, y = 1 + 2t, z = 4 + 5t từ (d_2) vào (d_1) được hệ phương trình một ẩn t:

$$\begin{cases} 2t+1+2t+1=0 \\ t-1-2t+4+5t-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow N\left(-\frac{1}{2};0;\frac{3}{2}\right)$. Vì thế chọn (b).

647. Chuyển phương trình (Δ) về dạng tham số: x = 5 + 2t; y = 2 + t; z = 6 + 3t thế vào phương trình của (d) được hệ hai phương trình, một ẩn t:

$$\begin{cases} 10+4t-2-t-11=0 \\ 5+2t-2-t-6-3t+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$$

$\Rightarrow x = 7, y = 3, z = 9 \Rightarrow A(7; 3; 9)$

Vì thế chọn (b).

648. Chuyển (d_1) thành phương trình tham số:

x = 1 + 4t; y = –1 + 2t; z = 2 + 3t

Thế vào phương trình (d_2) được hệ phương trình một ẩn t:

$$\begin{cases} 4(1+4t)-5(-1+2t)-9=0 \\ 3(1+4t)-5(2+3t)+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0$$

$\Rightarrow$ B(1; –1; 2) là giao điểm của (d_1) và (d_2).

Vậy chọn (c).

649. Hệ phương trình $\begin{cases} 2t-3=5+t' \\ 3t-2=-1-4t' \\ 4t+6=20+t' \end{cases}$ có nghiệm t = 3; t' = –2.

Từ đó có C(3; 7; 18). Vì thế chọn (b).

650. Phương trình (d_1) viết về dạng tổng quát: $\begin{cases} 3x-2y=13 \\ 6y-3z=-15 \end{cases}$

Phương trình (d_2) viết về dạng tổng quát: $\begin{cases} 5x+14y=-13 \\ 2y+5z=1 \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x-2y=13 \\ 6y-3z=-15 \\ 5x+14y=-13 \\ 2y+5z=1 \end{cases}$

Hệ này có nghiệm duy nhất x = 3, y = –2, z = 1

$\Rightarrow$ Giao điểm A(3; –2; 1).

Vì thế chọn (b).

651. Chuyển (d_1) về dạng tham số:

$\begin{cases} x = -t-2 \\ y = t+2 \\ z = 2t \end{cases}$ để biết: điểm M(–2; 2; 0) $\in$ (d_1) và vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-1; 1; 2)$

Chuyển (d_2) về dạng tham số:

$\begin{cases} x = -5+3t \\ y = 2-t \\ z = t \end{cases}$ để biết: điểm N(–5; 2; 0) $\in$ (d_2) và vectơ chỉ phương $\vec{b} = (3; -1; 1)$

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (3; 7; -2)$; $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\overrightarrow{MN} = -9$

$\overrightarrow{MN} = (-3; 0; 0)$

$\Rightarrow$ Khoảng cách giữa (d_1) và (d_2):

$$\frac{\left|\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left\|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]\right\|} = \frac{|-9|}{\sqrt{3^2 + 7^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{\sqrt{62}}$$

Vì thế chọn (c).

652. (d): $\begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0 \end{cases}$ chuyển về dạng tham số:

$\begin{cases} x = t \\ y = -1+2t \\ z = t \end{cases}$ $\Rightarrow$ (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a}$ = (1; 2; 1) và qua (d) qua M(0; –1; 0)

(d’): $\begin{cases} 3x - z = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$ chuyển về dạng tham số: $\begin{cases} x = t \\ y = 1-2t \\ z = 3t \end{cases}$

$\Rightarrow$ (d’) có vectơ chỉ phương $\vec{b}$ = (1; –2; 3) và qua N(0; 1; 0)

$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(8;-2;-4\right);\ \overrightarrow{MN}=\left(0;2;0\right)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{MN}=-4$

Khoảng cách giữa (d) và (d') bằng:

$$\frac{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|}=\frac{4}{\sqrt{8^2+\left(-2\right)^2+\left(-4\right)^2}}=\frac{2}{\sqrt{21}}$$

Vì thế chọn (b).

653. (d) có phương trình tham số: $\begin{cases} x=-23+8t \\ y=-10+4t \\ z=t \end{cases}$

$\Rightarrow$ (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(8;4;1)$ và qua M(–23;–10;0)

(d') có phương trình tham số: $\begin{cases} x=3+2t' \\ y=-2-2t' \\ z=t' \end{cases}$

$\Rightarrow$(d') có vectơ chỉ phương $\vec{b}=(2;-2;1)$ và qua N(3;–2;0)

$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(6;-6;-24\right).\overrightarrow{MN}=\left(26;8;0\right)$

Khoảng cách giữa (d) và (d'): $\dfrac{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|}=3\sqrt{2}$. Vì thế chọn (b).

654. Phương trình (d_1) cho biết (d_1) có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;2;-1)$ và qua A (7; 3; 9)

Phương trình (d_2) cho biết (d_2) có vectơ chỉ phương $\vec{b}=(-7;2;3)$ và qua B(3; 1; 1)

$\overrightarrow{AB}=\left(-4;-2;-8\right),\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(8;4;16)$

Khoảng cách giữa (d_1) và (d_2) bằng:

$$\frac{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|}=\frac{\left|-168\right|}{\sqrt{8^2+4^2+16^2}}=2\sqrt{21}$$. Vì thế chọn (d).

655. (d_1) có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;1;0)$ và qua A(2; –1; 1)

(d_2) có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (0;\ 1;\ -1)$ và qua B(1;1;3)

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right] = \left(-1;2;2\right), \overrightarrow{AB} = \left(-1;2;2\right)$$

Khoảng cách giữa (d_1) và (d_2):

$$\frac{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|} = \frac{|1+4+4|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+2^2}} = \frac{9}{3} = 3$$

Vì thế chọn (a).

656. Từ phương trình của (d) có: M(2; 1; 0) ∈ (d) và vectơ chỉ phương $\vec{a} =$ (1; –1; 2) chuyển (d') về dạng tham số: $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$

⇒ N ∈ (2;3;0) ∈ (d') và vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-2;0;1)$

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right] = \left(-1;-5;-2\right); \overrightarrow{MN} = \left(0;2;0\right)$$

Khoảng cách giữa (d) và (d'):

$$\frac{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|} = \frac{10}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Vì thế chọn (b).

657. A(1;2;3), B(–1;0;2), C(0;1;7), D(2;0;5)

$$\overrightarrow{AB} = \left(-2;-2;-1\right); \overrightarrow{CD} = \left(2;-1;-2\right); \overrightarrow{AD} = \left(1;-2;2\right)$$

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right] = \left(3;-6;6\right). \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AD} = 3+12+12 = 27$$

Khoảng cách giữa AB và CD bằng:

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|} = \frac{27}{\sqrt{3^2+(-6)^2+6^2}} = \frac{27}{9} = 3$$

Vì thế chọn (a).

658. A(2;1;3), B(3;–2;1), C(–4;1;1), D(1;1;–3)

$$\overrightarrow{AC} = \left(-6;0;-2\right), \overrightarrow{BD} = \left(-2;3;-4\right), \overrightarrow{CD} = \left(5;0;-4\right)$$

$$\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right]=\left(-6;-20;-18\right),\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right].\overrightarrow{CD}=30+72=102$$

Khoảng cách giữa AC và BD bằng:

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right].\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right]\right|}=\frac{102}{\sqrt{6^2+\left(-20\right)^2+\left(-18\right)^2}}=\frac{51}{\sqrt{190}}$$

Vì thế chọn (c).

659. A(3;2;6), B(3;–1;0), C(0;–7;3), D(–2;1;–1)

$$\overrightarrow{AD}=\left(-5;-1;-7\right),\overrightarrow{BC}=\left(-3;-6;3\right),\overrightarrow{AB}=\left(0;-3;-6\right)$$

$$\left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC}\right]=\left(-45;36;27\right)$$

$$\left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AB}=0-3.36-6.27=-270$$

Khoảng cách giữa AD và BC bằng:

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC}\right]\right|}=\frac{\left|-270\right|}{\sqrt{\left(-45\right)^2+36^2+27^2}}=\frac{270}{9\sqrt{50}}=3\sqrt{2}$$

Vậy chọn (a).

660. Do MM' $\perp$ (d) $\Rightarrow$ M' thuộc mặt phẳng (α) qua M và vuông góc với (d) và M' là giao điểm của (d) và (α).

(d): $\begin{cases}2x+y-z+1=0\\x-y+z-1=0\end{cases}$ chuyển về dạng tham số: $\begin{cases}x=0\\y=-1+t(*)\\z=t\end{cases}$

$\Rightarrow$ (d) có một vectơ chỉ phương $\vec{a}=(0;1;1)$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (α) có dạng y + z + D = 0; M $\in$ (α) $\Leftrightarrow$ D = 2.
(α): y + z + 2 = 0

Thế x, y, z từ (*) vào phương trình này được $t=-\dfrac{1}{2}$ từ đó có M' $\left(0;-\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Vì thế chọn (d).

661. A' chính là giao điểm của (d) với mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với (d).

Do (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;3;1)$ nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $x + 3y + z + D = 0$

Điểm $A \in (\alpha) \Leftrightarrow D = -3$

Phương trình (α): $x + 3y + z - 3 = 0$

Thế x, y, z theo từ phương trình của (d) vào (α):

$t - 18 + 9t - 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Từ đó có A'(2; 0; 1)

Vì thế chọn (d).

662. A' là giao điểm của đường thẳng CD với mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với CD.

Đường thẳng CD có phương trình $x = 2t$, $y = -t$, $z = 2 - t$ $(t \in R)$

Mặt phẳng (α) có dạng:

$2x - y - z + D = 0$; $A \in (\alpha) \Leftrightarrow D = -2$

(α): $2x - y - z - 2 = 0$

Thế x, y, z theo t vào phương trình của mặt phẳng (α):

$$2(2t) - (-t) - (2 - t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow A'\left(\frac{4}{3};-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$$

Vì thế chọn (a).

663. Phương trình đường thẳng CD:

$x = 2 - t$; $y = 3 - t$; $z = -4 + 4t$ $(t \in R)$

Gọi (α) là mặt phẳng qua B và vuông góc với CD. Phương trình mặt phẳng (α) có dạng:

$-x - y + 4z + D = 0$. $B \in (\alpha) \Leftrightarrow D = 12$

phương trình (α) : $-x - y + 4z + 12 = 0$

Thế x, y, z theo t từ phương trình tham số của CD vào phương trình (α):

$$-2 + t - 3 + t - 16 + 16t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

Từ đó có $B'\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};-2\right)$

Vì thế chọn (b)

664. Chuyển phương trình của đường thẳng (d) về dạng tham số:

$x = -4t + 6;\ y = -t - 2;\ z = 2t - 1$

$\Rightarrow$ (d) có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; 1; -2)$

Phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với (d) có dạng:

$4x + y - 2z + D = 0$

$I \in (\alpha) \Leftrightarrow D = -3$. Phương trình ($\alpha$): $4x + y - 2z - 3 = 0$

Thế x, y, z theo t từ phương trình tham số của (d) vào phương trình (α):

$4(-4t + 6) + (-t - 2) - 4t + 2 - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow H(2; -3; 1)$.

Vậy chọn (a).

665. Đưa phương trình (Δ) về dạng tham số: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = t \end{cases}$

Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với (Δ)

Phương trình của (α) có dạng $-y + z + D = 0$

$A \in (\alpha) \Leftrightarrow D = -2 \Rightarrow$ phương trình (α): $y - z + 2 = 0$

Thế x, y, z từ phương trình của (Δ) vào phương trình (α) được $t = 3$

$\Rightarrow$ Giao điểm của (Δ) và (α) là $I(1; 1; 3)$. I là trung điểm AA' nên

$$\begin{cases} 2 + x_{A'} = 2 \\ -1 + y_{A'} = 2 \Rightarrow A'(0;3;5) \\ 1 + z_{A'} = 6 \end{cases}$$

Vì thế chọn (a).

666. Phương trình (d) cho $A(2; -1; 1) \in (d)$ vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 1; 0)$

Phương trình (Δ) cho vectơ chỉ phương $\vec{b} = (0; 1; -1)$

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \vec{n} = (-1; 2; 2;)$ là một vectơ pháp tuyến của (P)

Gọi $M(x; y; z) \in (P)$ thì $\overrightarrow{AM} = \left(x - 2; y + 1; z - 1\right)$ và $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow -(x - 2) + 2(y + 1) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z - 2 = 0$

Vì thế chọn (d).

667. (d_1) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; -1; 2)$

(d_2) có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (2; -5; 1)$ và qua $B(-2; 0; 2)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right] = (-9; -7; -17)$: Chọn $\vec{n} = (9; 7; 17)$ là một vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (P)

Phương trình (P) có dạng $9x + 7y + 17z + D = 0$

$B \in (P) \Leftrightarrow D = -16$. Phương trình (P): $9x + 7y + 17z - 16 = 0$

Vì thế chọn (a).

668. Phương trình (d) cho biết $A(2; 1; 0) \in (d)$ và (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -1; 2)$

Chuyển (Δ) về dạng tham số: $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$ để có $B(2; 3; 0) \in (\Delta)$ và (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-2; 0; 1)$

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right] = (-1; -5; -2)$$

Gọi I là trung điểm của AB: I(2;2;0) và $M(x;y;z) \in (P)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{IM} = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 2z - 12 = 0$ là phương trình mặt phẳng (P).

Vì thế chọn (c).

669. Chuyển (d_1) về dạng tham số để biết vectơ chỉ phương của (d_1) là $\vec{a} = (-1; 0; 1)$ và điểm $A(0; 1; 0) \in (d_1)$.

Chuyển (d_1) về dạng tham số: $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 2 - t' \\ z = t' \end{cases}$ để biết một vectơ chỉ phương của (d_2) là $\vec{b} = (2; -1; 1)$ và điểm $B(1; 2; 0) \in (d_2)$

$\left[\vec{a},\vec{b}\right] = \vec{n} = (1;3;1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P)

Điểm M (trung điểm của AB), $M\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};0\right)$ là một điểm thuộc (P). Phương trình (P) có dạng: $x + 3y + z + D = 0$

$M \in (P) \Leftrightarrow D = -5$

(P) có phương trình: $x + 3y + z - 5 = 0$

Vì thế chọn (c).

670. Phương trình (d) cho biết (d) có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 3; 1)$ và điểm $A(-1; 1; 2) \in (d)$

Phương trình (d') cho biết (d') có một vectơ chỉ phương $\vec{b} = (2; 5; -2)$ và điểm $B(2; -2; 0) \in (d')$.

Gọi M là trung điểm của AB: $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (-11; 6; 4)$: Chọn $\vec{n} = (11; -6; -4)$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (α).

Phương trình (α) có dạng $11x - 6y - 4z + D = 0$

Điểm $M \in (\alpha) \Leftrightarrow D = -\frac{9}{2}$

Phương trình (α): $11x - 6y - 4z - \frac{9}{2} = 0$

$\Leftrightarrow 22x - 12y - 8z - 9 = 0.$

Vậy chọn (a).

671. $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$

$$\overrightarrow{BA} = (-2;2;3), \overrightarrow{BC} = (2;2;9)$$

$$\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right] = (12;24;-8)$$

Khoảng cách từ A đến BC bằng:

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{BC}\right|} = \frac{\sqrt{12^2 + 24^2 + (-8)^2}}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 9^2}} = \frac{28}{\sqrt{89}}$$

Vì thế chọn (c).

672. Phương trình (d) cho biết (d) có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; -2; -1)$ và điểm $M_0(-1; -3; 2) \in (d)$

$$\overrightarrow{M_0M} = (-1;-3;1); \left[\overrightarrow{M_0M}, \vec{a}\right] = (4;0;12)$$

Khoảng cách từ M đến (d) bằng:

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M}, \vec{a}\right]\right|}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{\sqrt{4^2 + 0^2 + 12^2}}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{14}} = \frac{4}{7}\sqrt{35}$$

Vì thế chọn (b).

673. Chuyển (d) về dạng tham số: $\begin{cases} x=-13+t \\ y=-16+2t \\ z=t \end{cases}$ để biết vectơ chỉ phương của (d): $\vec{a}=(1;2;1)$ và điểm M $(-13;-16;0)\in(d)$

$\overrightarrow{MA}=(15;15;5), \left[\overrightarrow{MA},\vec{a}\right]=(5;-10;15)$

Khoảng cách từ A đến (d) bằng:

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{MA},\vec{a}\right]\right|}{\left|\vec{a}\right|}=\frac{\sqrt{5^2+(-10)^2+15^2}}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\frac{4\sqrt{14}}{\sqrt{6}}=\frac{5}{3}\sqrt{21}$$

Vì thế chọn (b).

674. Chuyển phương trình của (d) về dạng tham số: $\begin{cases} x=1 \\ y=4-t \\ z=t \end{cases}$

$\Rightarrow$ (d) có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(0;-1;1)$ và (d) qua M(1;4;0).

$\overrightarrow{MA}=(1;-5;1), \left[\overrightarrow{MA},\vec{a}\right]=(-4;-1;-1)$

Khoảng cách từ A đến (d) bằng:

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{MA},\vec{a}\right]\right|}{\left|\vec{a}\right|}=\frac{\sqrt{(-4)^2+(-1)^2+(-1)^2}}{\sqrt{0^2+(-1)^2+1^2}}=3$$

Vì thế chọn (b).

675. Chuyển (d) về dạng tham số: $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}+3t \\ y=-5+4t \\ z=2t \end{cases}$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là vectơ chỉ phương của (d). Phương trình (α) có dạng 3x + 4y + 2z + D = 0 cho qua P tính được D = 7. (α); 3x + 4y + 2z + 7 = 0

Thế x, y, z theo t từ phương trình của (d) vào phương trình (α) được: $t=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$ Giao điểm I của (d) và (α); I(1;−3;1)

I là trung điểm của PP' nên $x_{P'} - 3 = 2; y_{P'} + 1 = -6; Z_{P'} - 1 = 2$

$\Rightarrow$ P'(5;–7;3)

Vì thế chọn (c).

676. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2;-1;3)$

Xét mặt phẳng (α); $2x - y + 3z - 14 = 0$

Thế x, y, z theo t vào phương trình (α) được $t = 1 \Rightarrow$ (d) cắt (α) tại M(3; 1; 3).

M là trung điểm của IK nên $x_K + 2 = 6$, $y_K - 1$, $z_K + 3 = 6$

$\Rightarrow$ K(4; 3; 3)

Vậy chọn (d).

677. Đường thẳng AB có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad \left(\overrightarrow{BA} = (1;1;2) \text{ là vectơ chỉ phương}\right)$$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa C và vuông góc với AB. Phương trình (α) có dạng:

$x + y + 2z + D = 0$. $C \in (\alpha)$ cho $D = -5$

Phương trình (α): $x + y + 2z - 5 = 0$. Thế x, y, z theo t từ phương trình của AB vào phương trình (α):

$$-1 + t + 2 + t = 6 + 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow H\left(-\frac{4}{3};\frac{5}{3};\frac{7}{3}\right)$$

Vì thế chọn (d).

678. Có thể viết được ngay phương trình của mặt phẳng (ABC) theo công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Giả thiết: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}}{a} + \frac{\frac{1}{2}}{b} + \frac{\frac{1}{2}}{c} = 1$

$\Rightarrow$ Điểm $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right) \in (ABC) \forall a, b, c \neq 0$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. Vì thế chọn (c).

679. Vectơ chỉ phương của (d_1): $\vec{a} = (-7; 2; 3)$, vectơ chỉ phương của (d_2): $\vec{b} = (1;2;-1)$, $\left[\vec{a},\vec{b}\right] = (-8;-4;-16)$ cùng phương với $\vec{n} = (2;1;4)$

Phương trình của mặt phẳng chứa (d_2) và phương của (d_1) có dạng:

$$2x + y + 4z + D = 0$$

Điểm A(7;3;9) thuộc mặt phẳng này $\Rightarrow D = -53$

Giao tuyến của mặt phẳng này với mặt phẳng (α) chính là hình chiếu của (d_2) theo phương của (d_1) lên (α): $\begin{cases} 2x + y + 4z - 53 = 0 \\ x + y + z + 3 = 0 \end{cases}$. Vì thế chọn (c).

680. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3;4;1)$ và qua điểm A(2;−2;1)

Mặt phẳng (α) có pháp véc tơ $\vec{n} = (1;2;3)$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (β) chứa (d) và vuông góc với mặt phẳng (α) có pháp vectơ $\vec{m} = \left[\vec{a},\vec{n}\right]$

$\vec{m} = (10;-8;2)$ cùng phương với $(5;-4;1)$

Phương trình (β) có dạng $5x - 4y + z + D = 0$

$A \in (\beta) \Leftrightarrow 10 + 8 + 1 + D = 0 \Leftrightarrow D = -19$

Phương trình (d'): $\begin{cases} 5x - 4y + z - 19 = 0 \\ x + 2y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$

Vì thế chọn (d)

681. (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-1;1;2)$ và qua điểm A(1;−1;1).

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;2;1)$

$\left[\vec{a},\vec{n}\right] = (-3;3;-3)$ cùng phương với $\vec{m} = (1;-1;1)$. Mặt phẳng (Q) chứa (Δ) và vuông góc với (P) có dạng $x - y + z + D = 0$; $A \in (Q) \Leftrightarrow D = -3$

$\Rightarrow$ Phương trình (Δ'): $\begin{cases} x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y + z - 5 = 0 \end{cases}$

Vì thế chọn (d).

682. (d') chính là giao tuyến của mặt phẳng chứa (d), vuông góc với mặt phẳng (α) và (α'). Gọi mặt phẳng này là (α') thì (α') thuộc chùm mặt phẳng:

$$m(x - 2z) + 3x - 2y + z - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 3)x - 2y - (2m - 1)z - 3 = 0$$

(α') vuông góc với $(\alpha) \Leftrightarrow (m + 3).1 + (-2)(-2) - (2m - 1).1 = 0$

$\Leftrightarrow m = 8$

(α'): $11x - 2y - 15z - 3 = 0 \Rightarrow (d')$: $\begin{cases} 11x - 2y - 15z - 3 = 0 \\ x - 2y + z + 5 = 0 \end{cases}$

Vì thế chọn (a).

683. Mặt phẳng chứa (Δ) thuộc chùm mặt phẳng:

$$m(x - y + z - 5) + 2x + 3y + z - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 2)x - (m - 3)y + (m + 1)z - 5m - 4 = 0 \qquad (*)$$

Trong chùm mặt phẳng này, mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (P) có tham số m thỏa:

$$(m + 2).3 - (m - 3).(-2) + (m + 1)(-1) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$$

Thế vào (*):

$$\left(\frac{1}{4} + 2\right)x - \left(\frac{1}{4} + 1\right)z - \frac{5}{4} - 4 = 0$$

$\Leftrightarrow 9x + 11y + 5z - 21 = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (Δ'): $\begin{cases} 9x + 11y + 5z - 21 = 0 \\ 3x - 2y - z + 15 = 0 \end{cases}$

Vì thế chọn (b).

684. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-4;1;1)$ và điểm $M(3-4t; -2+t; -1+t) \in (d)$

(d') có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-6;1;2)$ và điểm $N(-6t'; 1+t'; 2 + 2t') \in (d')$

$$\overrightarrow{MN} = \left(-6t' + 4t - 3; t' - t + 3; 2t' - t + 3\right)$$

$$\overrightarrow{MN} \perp \vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{a} = 0 \Leftrightarrow 3t' - 2t + 2 = 0 \qquad (1)$$

$$\overrightarrow{MN} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow 41t' - 27t + 27 = 0 \qquad (2)$$

Hệ phương trình (1) và (2) cho $t = 1$; $t' = 0$

$\Rightarrow M(-1;-1;0)$, $N(0;1;2)$

Phương trình MN là phương trình đường vuông góc chung của (d) và (d'):

$$\frac{x + 1}{1} = \frac{y + 1}{2} = \frac{z}{2}$$

Vì thế chọn (c).

685. Chuyển (d) về dạng tham số:

$\begin{cases} x=-1+2t\\ y=1-t\\ z=2+3t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-t'\\ y=-2+2t'\\ z=2-3t'\end{cases}$ Để có: (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-1;3)$

và M(−1+2t; 1 − t; 2 + 3t) ∈ (d)

(d’) có vectơ chỉ phương $\vec{b}=(-1;2;-3)$ và N(−t’+2t; −2+2t’; 2 − 3t’) ∈ (d’)

$$\overrightarrow{MN}=\left(-t'-2t+1;2t'+t-3;-3t'-3t\right)$$

$\overrightarrow{MN}\perp\vec{a}\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}.\vec{a}=0\Leftrightarrow 14t+13t'=5$ (1)

$\overrightarrow{MN}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}.\vec{b}=0\Leftrightarrow 13t+14t'=7$ (2)

Hệ (1) và (2) cho $t=-\frac{7}{9},t'=\frac{11}{9}$

$$\Rightarrow M\left(-\frac{23}{9};\frac{16}{9};-\frac{1}{3}\right),N\left(-\frac{11}{9};\frac{4}{9};-\frac{5}{3}\right)$$

$\overrightarrow{MN}=\left(\frac{12}{9};-\frac{12}{9};-\frac{12}{9}\right)$ cùng phương với $\vec{a}=\left(1;-;1-1\right)$

Phương trình đường thẳng MN là phương trình đường vuông góc chung của (d) và (d’):

$$\frac{x+\frac{11}{9}}{1}=\frac{y-\frac{4}{9}}{-1}=\frac{z+\frac{5}{3}}{-1}$$

Vì thế chọn (b).

686. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(6;-4;-5)$; (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;1;-1)$

$$\sin\varphi=\frac{\left|6.3-4.1+(-5).(-1)\right|}{\sqrt{6^2+(-4)^2+(-5)^2}.\sqrt{3^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{19}{11.\sqrt{7}}$$

Vì thế chọn (c).

687. $\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{2};\sqrt{2};0\right)$, (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$

$$\sin\varphi=\frac{\left|\sqrt{2}.1+\sqrt{2}.1+0.1\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+0^2}.\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$. Vì thế chọn (b).

688. Trục Oz có vectơ chỉ phương $\vec{k} = (0;\ 0;\ 1)$, (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left(1;\sqrt{2};-\sqrt{3}\right)$

$$\sin\varphi = \frac{\left|0.1 + 0.\sqrt{2} + 1.\left(-\sqrt{3}\right)\right|}{1.\sqrt{1+2+3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{\pi}{4}.$$

Vì thế chọn (c).

689. (d_1) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;-1;-2)$

(d_2) có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (3;-1;1)$

$$\cos\varphi = \frac{\left|3.1 + (-1).(-1) + (-2).1\right|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2}.\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{22}{\sqrt{66}} = \frac{\sqrt{66}}{33}$$

Vì thế chọn (a).

690. (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-1;-2;-5)$

(d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;-2;-3)$

$$\cos\varphi = \frac{\left|1.(-1) + (-2).(-2) + (-3).(-5)\right|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-3)^2}.\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + (-5)^2}}$$

$$= \frac{18}{\sqrt{14}.\sqrt{30}} = \frac{9}{\sqrt{105}}$$

Vì thế chọn (c).

MẶT CẦU

691. Gọi I(x; y; z) là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD. Tọa độ của I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ BI^2 = CI^2 \\ CI^2 = DI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = (x-6)^2 + y^2 + (z-1)^2 \\ (x-6)^2 + y^2 + (z-1)^2 = (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = x^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x-12y+6z=-12 \\ -14x+4y-2z=-32 \\ 2x+4y+2x=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y+z=-2 \\ 7x+2y+z=16 \\ x+2y+z=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases}$$

$\Rightarrow I(3;\, 2;\, -1)$

Vì thế chọn (b).

692. Gọi I(x; y; z) là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD. Tọa độ của I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ BI^2 = CI^2 \\ CI^2 = DI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x-6\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2 = x^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-6\right)^2 \\ x^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-6\right)^2 = \left(x-2\right)^2+y^2+\left(z+1\right)^2 \\ x^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-6\right)^2 = \left(x-4\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2 \end{cases}$$

Khai triển từng vế và giải hệ phương trình trên được I (2; −1; 3)

$$\Rightarrow R = BI = \sqrt{2^2+\left(-1-1\right)^2+\left(3-6\right)^2} = \sqrt{4+4+9} = \sqrt{17}$$

Vì thế chọn (c).

693. Đưa về dạng thu gọn: $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$

$\Rightarrow I(1;-1;2),\ R = 3$

Vì thế chọn (b).

694. Đưa S về dạng thu gọn: $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$. Để biết (S) có I(3;−1;1) và R = 2

Khoảng cách từ I đến (α):

$$d\left(I,(\alpha)\right) = \frac{\left|3-2-2+10\right|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{9}{3} = 3$$

$\Rightarrow$ (α) không cắt (S) .

Vì thế chọn (a).

695. Bán kính của (S) là khoảng cách từ I đến (P):

$$R = \frac{\left|2.1-1\left(-1\right)-2.0+9\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)+\left(-2\right)^2}} = \frac{12}{3} = 4$$

$\Rightarrow$ Phương trình của (S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 14 = 0$

Vì thế chọn (c).

696. Viết lại phương trình của (S): $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$

$\Rightarrow$ (S) có tâm $I(3;1;-2)$. $\overrightarrow{IM} = (1;2;2)$

Phương trình tiếp diện của (S) tại M nhận IM là vectơ pháp tuyến, nên Phương trình có dạng $x + 2y + 2z + D = 0$ điểm M thuộc tiếp diện $\Leftrightarrow$ $D = -10$. Từ đó có phương trình tiếp diện tại M: $x + 2y + 2z - 10 = 0$.

Vì thế chọn (b)

697. Mặt cầu $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ có tâm $\omega(3;-2;1)$

Nếu I là tâm của (C) thì ωI vuông góc với mặt phẳng $2x - 2y - z + 9 = 0$

Xét đường thẳng $x = 3 + 2t$; $y = -2t - 2t$; $z = 1 - t$

Thế x, y, z theo t vào phương trình của mặt phẳng:

$$2(3 + 2t) - 2(-2 - 2t) - (1 - t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -2$$

Từ đây có $I(-1; 2; 3)$

Vì thế chọn (d).

698. Đưa $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 86 = 0$ về dạng thu gọn:

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100 \qquad (S)$$

Gọi I là tâm của (S) thì $I(3;-2;1)$, (S) có bán kính bằng 10. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x - 2y - z = 27 = 0$

$$h = \frac{\left|2.3 - 2(-2) - 1 - 27\right|}{\sqrt{4+4+1}} = 6$$

$\Rightarrow$ (C) có bán kính $R = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

Vì thế chọn (c).

699. Đưa $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 2 = 0$ về dạng thu gọn:

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$$

$\Rightarrow I(-2;1;-3)$. Xét đường thẳng (d): $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 + 6t \end{cases}$

Thế vào phương trình $3x + 2y + 6z + 1 = 0$

$$3(-2 + 3t) + 2(1 + 2t) + 6(-3 + 6t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow x = -2 + 3.\frac{3}{7} = -\frac{5}{7}; y = 1 + 2.\frac{3}{7} = \frac{13}{7}; z = -3 + 6.\frac{3}{7} = -\frac{3}{7}$$

$\Rightarrow H\left(-\frac{5}{7};\frac{13}{7};-\frac{3}{7}\right)$

Vì thế chọn (c).

700. Chuyển (d) về dạng tham số: $\begin{cases} x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Gọi I là tâm của mặt cầu: $I\left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}t;t;t\right)$. Khoảng cách từ I đến ($\alpha$) và ($\beta$) bằng nhau $\Leftrightarrow |7-3t-4| = |7-3t+8| \Leftrightarrow t = 3$

$\Rightarrow I(-1;3;3), R = d(I, (\alpha)) = 1$

$\Rightarrow$ (S) có phương trình $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 1$

Vì thế chọn (b).

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu 3

Chương **I. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG**

A. Tóm tắt giáo khoa 5
B. Bài tập từ 1 đến 30 6

Chương **II. ĐƯỜNG THẲNG**

A. Bổ túc về bài toán tìm tập hợp điểm 11
B. Bài tập từ 31 đến 36 11
C. Phương trình đường thẳng 12
D. Bài tập từ 37 đến 117 14

Chương **III. ĐƯỜNG TRÒN**

A. Kiến thức cơ bản 27
B. Bài tập từ 118 đến 182 29

Chương **IV. ELIP**

A. Kiến thức cơ bản 41
B. Bài tập từ 183 đến 239 42

Chương **V. HYPEBOL**

A. Kiến thức cơ bản 53
B. Bài tập từ 240 đến 330 54

Chương **VI. PARABOL**

A. Kiến thức cơ bản 71
B. Bài tập từ 331 đến 420 72
PHÉP TỊNH TIẾN 85
Bài tập từ 421 đến 440 85
PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC 89
Bài tập từ 441 đến 460 89
PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM 93
Bài tập từ 461 đến 480 93

PHÉP QUAY 97

Bài tập từ 481 đến 500 97

PHÉP DỜI HÌNH 101

Bài tập từ 501 đến 520 101

Chương **VII. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

A. Kiến thức cơ bản 105

B. Bài tập từ 521 đến 560 107

Chương **VIII. MẶT PHẲNG**

A. Kiến thức cơ bản 115

B. Bài tập từ 561 đến 610 116

Chương **IX. ĐƯỜNG THẲNG**

A. Kiến thức cơ bản 124

B. Bài tập từ 611 đến 690 126

Chương **X. MẶT CẦU**

A. Kiến thức cơ bản 142

B. Bài tập từ 691 đến 700 142

PHẦN BÀI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN 144

700 BÀI TOÁN LUYỆN THI ĐẠI HỌC
TỰ LUẬN & TRẮC NGHIỆM CÓ LỜI GIẢI
HÌNH HỌC

BÙI NGỌC ANH

NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
Khu phố 6, phường Linh Trung, quận Thủ Đức, TP HCM
Số 3 Công trường Quốc tế, P.6, Q.3, TP.HCM
ĐT: 3823 9172, 3823 9170
FAX: 3823 9172 – **Email**: vnuhp@vnuhcm.edu.vn

☆☆☆

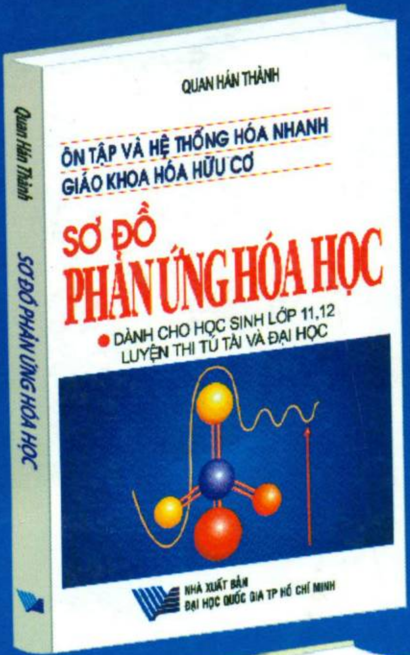
Chịu trách nhiệm xuất bản
TS HUỲNH BÁ LÂN
Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm về tác quyền
Giám đốc DNTN Sách Thành Nghĩa
Biên tập
CAO NGHI THỤC
Sửa bản in
THÙY DƯƠNG
Bìa
DOANH NGHIỆP SÁCH THÀNH NGHĨA

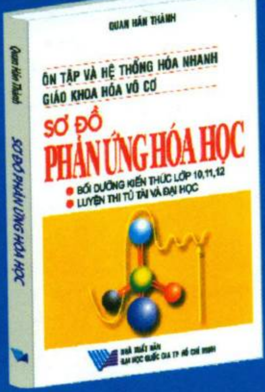
$\frac{\text{TK.01.T(V)}}{\text{ĐHQG.HCM-13}}$ 493-2013/CXB/04-24

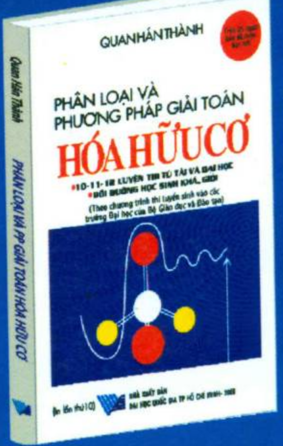
T.TK.401-13(T)

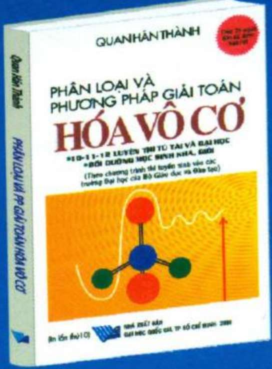
In số lượng 1000 cuốn, khổ 16*24 cm. Số đăng ký kế hoạch xuất bản: 493-2013/CXB/04-24/ĐHQGTPHCM. Quyết định xuất bản số 111/QĐ-ĐHQGTPHCM ngày 06/06/2013 của NXB ĐHQG TPHCM. In tại Công ty Cổ phần in Bến Tre và nộp lưu chiểu Quý III năm 2013.

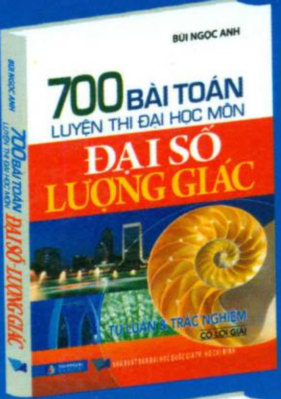
Sách đã xuất bản - các em tìm đọc:

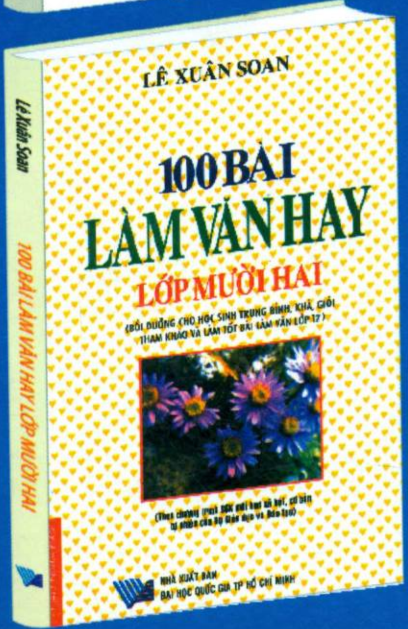

QUAN HÁN THÀNH
ÔN TẬP VÀ HỆ THỐNG HÓA NHANH GIÁO KHOA HÓA HỮU CƠ
SƠ ĐỒ PHẢN ỨNG HÓA HỌC
DÀNH CHO HỌC SINH LỚP 11,12 LUYỆN THI TÚ TÀI VÀ ĐẠI HỌC
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HỒ CHÍ MINH

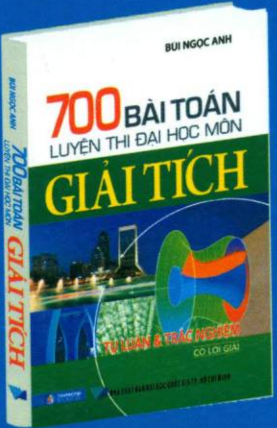

QUAN HÁN THÀNH
ÔN TẬP VÀ HỆ THỐNG HÓA NHANH GIÁO KHOA HÓA VÔ CƠ
SƠ ĐỒ PHẢN ỨNG HÓA HỌC
BỒI DƯỠNG KIẾN THỨC LỚP 10,11,12
LUYỆN THI TÚ TÀI VÀ ĐẠI HỌC

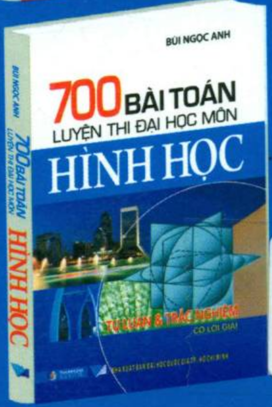

QUAN HÁN THÀNH
PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN
HÓA HỮU CƠ


QUAN HÁN THÀNH
PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN
HÓA VÔ CƠ


BÙI NGỌC ANH
700 BÀI TOÁN LUYỆN THI ĐẠI HỌC MÔN
ĐẠI SỐ LƯỢNG GIÁC
TỰ LUẬN & TRẮC NGHIỆM CÓ LỜI GIẢI


LÊ XUÂN SOAN
100 BÀI LÀM VĂN HAY
LỚP MƯỜI HAI
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HỒ CHÍ MINH


BÙI NGỌC ANH
700 BÀI TOÁN LUYỆN THI ĐẠI HỌC MÔN
GIẢI TÍCH
TỰ LUẬN & TRẮC NGHIỆM CÓ LỜI GIẢI


BÙI NGỌC ANH
700 BÀI TOÁN LUYỆN THI ĐẠI HỌC MÔN
HÌNH HỌC
TỰ LUẬN & TRẮC NGHIỆM CÓ LỜI GIẢI

THANHNGHIA BOOKSTORE

PHÁT HÀNH TẠI NHÀ SÁCH THÀNH NGHĨA
VÀ HỆ THỐNG NHÀ SÁCH NGUYỄN VĂN CỪ
Website: sachthanhnghia.com
Địa chỉ: Trụ sở chính: 288B An Dương Vương - P.4 - Q.5 - TP.HCM
Tổng VPĐD: 356 Lê Quang Sung - P.6 - Q.6 - TP.HCM
Điện thoại: 08. 62 988 124 - Fax: 08. 62 988 124 - 08.38 392 516
Email: *contact@sachthanhnghia.com.vn*

New

2 000112 350268

Giá: 90.000VNĐ